

**TUHH**



# **Elektrotechnik II**

- Stand: 02. April 2026 -

Prof. Dr.-Ing. Christian Becker

# Vorlesungsplanung

Woche	Kap.	On-line-Tests	Stoff
1	1		Einleitung, zeitabhängige Größen, Sinus/Cosinus <b>KEINE Übungen!</b>
2	2	X	Zeitverhalten der Grundzweipole, Zeiger, komplexe Amplituden und Widerstände
3	3	X	"Kirchhoff im Komplexen", einfache Sinusstromkreise, Strom- und Spannungsteiler
4	4	X	Leistung im Sinusstromkreis, komplexe Leistung, Leistungsanpassung, Blindleistungskompensation
5	5	X	Ersatzschaltungen, äquivalente und duale Schaltungen
6	6	X	Überlagerungssatz, Harmonische Analyse, Übertragungsfunktionen, Ortskurven
7	7	X	Schwingkreise, Filter
8	8	X	Wechselstrommesstechnik, Kompensationsschaltungen, Brückenschaltungen
9	9	X	Elektrische Energieversorgung, Leitungen, ideale Übertrager, reale Übertrager
10	10	X	Verlustlose Übertrager, Mehrphasensysteme, Drehstromsystem
11	11	X	Lasten im Drehstromsystem, Leistung im Drehstromsystem
12	12	X	<b>VORKLAUSUR</b> , Elektrische Leitungsmechanismen, Halbleiter, Dioden
13	12/13	X	El. Leitungsm., Halbl., Dioden / Bipolar- und Feldeffekttransistoren, Operationsverst.
14	13		Bipolar- und Feldeffekttransistoren, Operationsverstärker

# Vorlesungen



<b>Lehrveranstaltung L0178: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente</b>	
<b>Typ</b>	Vorlesung
<b>SWS</b>	3
<b>LP</b>	5
<b>Arbeitsaufwand in Stunden</b>	Eigenstudium 108, Präsenzstudium 42
<b>Dozenten</b>	Prof. Christian Becker
<b>Sprachen</b>	DE
<b>Zeitraum</b>	SoSe

.... und als ideale Ergänzung empfehlenswert:

<b>Lehrveranstaltung L0714: Demonstration elektrotechnischer Experimente</b>	
<b>Typ</b>	Vorlesung
<b>SWS</b>	1
<b>LP</b>	1
<b>Arbeitsaufwand in Stunden</b>	Eigenstudium 16, Präsenzstudium 14
<b>Dozenten</b>	Dr. Helge Fielitz
<b>Sprachen</b>	DE
<b>Zeitraum</b>	SoSe


# Vorlesungen

## Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente [VL] ▲

Wochentag	Von - Bis	Ausfalltermin	Startdatum - Enddatum	Erw. Tn.	Bemerkung	Durchführende/-r	Raum
Mo	11:30 - 12:15	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 06.04.2026</li> <li>• 11.05.2026</li> <li>• 25.05.2026</li> </ul>	13.04.2026 - 13.07.2026			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prof. Dr.-Ing. Christian Becker</li> </ul>	 I - Audimax2
Di	13:15 - 14:45	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 12.05.2026</li> </ul>	07.04.2026 - 14.07.2026			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prof. Dr.-Ing. Christian Becker</li> </ul>	 I - Audimax2

.... und als ideale Ergänzung empfehlenswert:

## Demonstration elektrotechnischer Experimente [VL] Parallelgruppe 1 (1. Parallelgruppe) ▲

Wochentag	Von - Bis	Ausfalltermin	Startdatum - Enddatum	Erw. Tn.	Bemerkung	Durchführende/-r	Raum
Mo	17:30 - 18:30	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 06.04.2026</li> <li>• 11.05.2026</li> <li>• 25.05.2026</li> </ul>	13.04.2026 - 13.07.2026			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Helge Fielitz</li> <li>• Jan Burmeister</li> </ul>	 H - 0.09

# Übungsplanung

Im Laufe des Semesters soll es **Übungsgruppen zu je max. 25** Teilnehmern/Teilnehmerinnen geben.

Die Übungen sollen überwiegend **aktiv** sein, d.h. die Zeit wird i. W. genutzt, um gemeinsam und vor Ort zu arbeiten. Musterlösungen werden in der Woche darauf über das Internet verfügbar gemacht.

Bei Problemen mit den Übungen oder auch den Online-Tests wenden Sie sich bitte an unsere Mitarbeiterin [Frau Johanna Spansel](#):

**[johanna.spansel@tuhh.de](mailto:johanna.spansel@tuhh.de)**



# Übungen und Tutoren

## Anmeldung über STUD.IP

The screenshot shows the STUD.IP interface for the course 'Übung: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente (GÜ) (SoSe 26)'. The navigation bar includes 'Verwaltung', 'Übersicht', 'Teilnehmende', 'Dateien', 'Ablaufplan', and 'Informationen'. The 'Teilnehmende' tab is active. On the left, there is a sidebar with 'Elektrotechnik Gruppen', 'Teilnehmende', 'Gruppen', 'Export' (with options for Excel and CSV), and 'Aktionen' (with options to create or manage groups). The main content area is titled 'Teilnehmende nach Gruppen' and lists ten groups with their respective times, days, and instructors. Each group entry includes a checkbox, a right-pointing arrow, and an information icon.

Group	Time	Instructor
Montag, 13:15-14:45 (A - 0.10)	13:15-14:45	Marvin Ellebrecht (0)
Montag, 13:15-14:45 (H - 0.07)	13:15-14:45	Johanna Spansel (0)
Dienstag, 8:00-9:30 (A - 0.10)	8:00-9:30	Nora Brunkhorst (0)
Mittwoch, 9:45-11:15 (A - 1.16)	9:45-11:15	Sediq Abdullah (0)
Mittwoch, 11:30-13:00 (H - 0.10)	11:30-13:00	Mirco Woidelko / Anna-Lena Steen (0)
Donnerstag, 9:45-11:15 (A - 3.35)	9:45-11:15	Stephen Stoddard (0)
Donnerstag, 9:45-11:15 (A - 1.16)	9:45-11:15	Jonas Otto (0)
Donnerstag, 15:00-16:30 (H - 0.06)	15:00-16:30	Heike Lagemann (0)
Freitag, 9:45-11:15 (D - 1.024)	9:45-11:15	Malte Thode (0)

Eventuelle Änderungen werden über E-Learning bekanntgegeben.

**Alle Gruppen starten in der 2. Vorlesungswoche (ab 13.04.).**

# Informationen im Internet I

<https://e-learning.tuhh.de/studip>

The screenshot shows a web browser window displaying the homepage of the E-Learning platform at TU Hamburg. The browser's address bar shows the URL [https://e-learning.tuhh.de/studip/index.php?logout=true&set\\_language=de\\_DE](https://e-learning.tuhh.de/studip/index.php?logout=true&set_language=de_DE). The page features a dark blue header with the text "E-Learning an der TU Hamburg" and a "Start" button with a house icon. The "STUD.IP" logo is positioned in the top right corner. The main content area has a background image of a modern building's glass facade. A white box contains the following information:

- E-Learning an der TU Hamburg**
- Login** für registrierte NutzerInnen
- Hilfe** zu Bedienung und Funktionsumfang
- Language selection: Deutsch English
- Statistics: Aktive Veranstaltungen: 20.593 | Registrierte NutzerInnen: 15.781 | Davon online: 152
- [mehr ...](#)

# Informationen im Internet II

<https://e-learning.tuhh.de/studip>

The screenshot shows the Stud.IP interface for a course titled "Vorlesung: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente (VL)". The "Dateien" tab is selected and highlighted with a red dashed circle and a red arrow. Below the navigation bar, a file list table is displayed with the following columns: Typ, Name, Größe, Autor/-in, Datum, and Aktionen. The first entry in the list is a folder named "aktuelle Vorlesungsunterlagen" by "Becker, Christian" dated "10:26", which is highlighted with a red box. Below the table, there are buttons for "Herunterladen", "Verschieben", "Kopieren", "Löschen", "Neuer Ordner", and "Dokument hinzufügen". On the left side, there are sections for "Aktionen" (Bildergalerie öffnen, Neuer Ordner, Dokument hinzufügen) and "Dateien hochladen" (Neue Dateien zum Hinzufügen per Drag & Drop in diesen Bereich ziehen).

Vorlesung: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente (VL)

Übersicht Verwaltung Teilnehmende **Dateien** Informationen Wiki Blubber Mehr ...

Vorlesung: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente (VL)

Typ	Name	Größe	Autor/-in	Datum	Aktionen
<input type="checkbox"/>	aktuelle Vorlesungsunterlagen		Becker, Christian	10:26	⋮

Herunterladen Verschieben Kopieren Löschen Neuer Ordner

Dokument hinzufügen

Neue Dateien zum Hinzufügen per Drag & Drop in diesen Bereich ziehen.

# Informationen im Internet III

<http://www.ieet.tuhh.de/>

The screenshot shows a web browser window displaying the homepage of the Institute for Electrical Energy Engineering (IEET) at TUHH. The browser's address bar shows the URL <https://www.tuhh.de/ieet/startseite>. The page features a navigation menu with links for **STARTSEITE**, **FORSCHUNG**, **LEHRE**, **PERSONAL**, **PUBLIKATIONEN**, **VERANSTALTUNGEN**, and **AKTUELLES**. A large banner image at the top depicts a landscape with wind turbines and solar panels in the foreground, and high-voltage power lines in the background. Below the banner, the main heading reads **Institut für Elektrische Energietechnik (ieet)**, followed by the name of the director, **Prof. Dr.-Ing. Christian Becker**. A short introductory paragraph describes the institute's focus on electrical energy system technology, including research and teaching in the areas of generation, transmission, storage, distribution, and consumption of electrical energy. At the bottom of the page, there is a search bar and several checkboxes for page settings:  Alle hervorheben,  Groß-/Kleinschreibung,  Akzente, and  Ganze Wörter.

# Vorklausur: Zeit und Raum

Die Vorklausur findet statt am:

**Montag, 29.06.26, 11:30 – 12:15 Uhr**

im:

**Audimax 2**

Bringen Sie bitte Folgendes mit:

- Papier und Schreibmaterial
- Taschenrechner (komplexe Zahlen erlaubt)
- maximal zwei DIN-A4-Seiten handschriftliche Formelsammlung (alternativ ein DIN-A4-Blatt vorne und hinten beschrieben)

Skripte, Folien, Übungsaufgaben, alte Klausuren und Bücher dürfen nicht benutzt werden!

# Vorklausur: Spielregeln

Im Sommersemester 2026 wird eine Vorklausur zur Elektrotechnik II stattfinden. Die Teilnahme ist freiwillig, erfolgt ohne Anmeldung und hat keinen Einfluss auf die Zulassung oder das Bestehen der regulären Klausur dieses oder eines späteren Prüfungszeitraumes. Die Dauer beträgt ca. 30 Minuten, und es werden schriftliche Aufgaben zu bearbeiten sein, die dem Stil der regulären Klausur entsprechen und aus dem bis dahin in der Vorlesung behandelten Stoff stammen. Erlaubte Hilfsmittel sind wie in der regulären Klausur zwei Seiten handschriftlicher Notizen und ein einfacher Taschenrechner (komplexe Zahlen erlaubt). Zur Identifikation sind Studierenden- und Lichtbildausweis mitzubringen. Die Vorklausur wird korrigiert und nach einem Punkteschema (0 Punkte minimal, 3 Punkte maximal) bewertet. Die Ergebnisse werden den Teilnehmern unter Angabe der Matrikelnummer online mitgeteilt. Die in der Vorklausur erhaltenen Punkte können zur Notenverbesserung der regulären Klausur dieses Sommersemesters (SoSe 2026) oder des kommenden Wintersemesters (WiSe 26/27) verwendet werden, sofern diese nach ordnungsgemäßer Zulassung mit 4,0 oder besser bestanden worden ist. In diesem Fall werden Vorklausurpunkte in vollem Umfang zu regulären Klausurpunkten addiert, wobei das Maximum von 30 Punkten nicht überschritten werden kann.

# Informationen zur Klausur

## Erlaubte Hilfsmittel:

- zwei DIN-A4-Seiten (1 Blatt) eigene, handschriftliche Notizen
- Taschenrechner ohne graphische Darstellung und umfangreiche Möglichkeiten der Programmierung (komplexe Zahlen erlaubt)

## Umfang und Stil:

- Bearbeitungszeit ca. 100 bis 130 Minuten
- Umfang und Schwere der Aufgaben entsprechend
- keine freie Auswahl der Aufgaben
- keine Multiple-Choice Aufgaben

## Vorbereitung:

- Klausurbuch ter Haseborg / Schuster / Kasper
- Klausursammlung
- Übungsaufgaben

Ausführliche Informationen sind online zu finden auf

<https://e-learning.tuhh.de/studip>.

# Klausurvorbereitung



J. L. ter Haseborg, C. Schuster, M. Kasper:

***Fit für die Prüfung – Elektrotechnik***

Hanser (2023)

Alte Klausuren werden auf der Seite der Veranstaltung „Elektrotechnik II“ in **STUD.IP** zur Verfügung gestellt.

TU Hamburg	Aufgabe	1	2	3	4	VK	Σ
Elektrische Energietechnik	Punkte maximal	12	6	6	6	(3)	30

Prof. Christian Becker

Vor- und Zuname: \_\_\_\_\_

Matrikel-Nr. \_\_\_\_\_

S \_\_\_\_\_

23.08.2016

**Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei (beschrieben) handschriftliche programmierbar, komplexe Z insbesondere müssen Handys

**Wertung:** Jede Teilaufgabe v (Rechnung, Begründung) ein bewertet. **Ergebnisse ganz ol**

**Rechnungen mit Zahlenwert** ( $1,234 \cdot 10^3$ ), wobei die letzte Einheiten beizufügen!

**Bearbeitete Blätter:** Schreiben Namen und Ihre Matrikelnummer Nachbar diese einsehen kann, sich oder unter das Aufgaben

**Identifikation:** Während der Studienausweis und Lichtbild

**Abgabe:** Nach dem Startsign Verfügung. Bei der Abgabe v Matrikelnummer nicht verges

**Bezug zu Prüfungsordnung** die Studierenden-Kohorten ä

Viel Erfolg!

2

**1. Aufgabe**

Gegeben ist folgende Schaltung mit idealer Wechselstromquelle  $I_0$ :

a) Berechnen Sie den Betrag der Lastimpedanz  $Z_L$  als Formel und bestimmen Sie, welche Werte der Betrag für  $\omega \rightarrow 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$  annimmt!

b) Berechnen Sie den komplexen Frequenzgang  $\underline{H}(\omega) = \underline{I}/\underline{I}_0$  für  $R_0 = R$ ! Für welches  $\omega = \omega_0$  strebt der Betrag von  $\underline{H}(\omega)$  gegen Null?

c) Für  $R = 75\Omega$ ,  $C = 20\mu\text{F}$ ,  $L = 3,58\text{mH}$  und  $f = 400\text{Hz}$ : wird an den Klemmen der Last eine Wirkleistung von  $P = 110\text{W}$  und eine Blindleistung von  $Q = +24,09\text{Var}$  gemessen. Berechnen Sie daraus die Zahlenwerte der (reellen) Effektivwerte  $I$ ,  $I_C$ ,  $I_L$ ,  $U$ ,  $U_R$  und  $U_C = U_L$ !

d) Für die Quelle wird nun  $R_0 = 15\Omega$  und  $I_0 = 7,5\text{A}$  angenommen, für die Lastimpedanz  $Z_L = (30 + j \cdot 5)\Omega$ . Berechnen Sie die gesamte komplexe Leistung in Quellenwiderstand und Last nach Real- und Imaginärteil!

**Hinweise:**  
Nur die Teilaufgaben a) und b) hängen teilweise zusammen. Ansonsten können alle Teilaufgaben unabhängig voneinander gelöst werden.

# Klausurvorbereitung

## Betreutes Lernen:

Organisiert vom FSR ET/IT (<https://fsr-etit.de/>)

Der Fachschaftsrat ET/IT bietet jedes Semester zusätzliche Tutorien für etliche Vorlesungen an (u.a. **auch für Elektrotechnik II**), um Ihnen das Lernen für diese Klausuren zu erleichtern und die Möglichkeit zu schaffen, gezielt Fragen stellen zu können. Die Tutorien finden während des Prüfungszeitraumes statt, meistens als Blockveranstaltung ein paar Tage vor der jeweiligen Klausur.

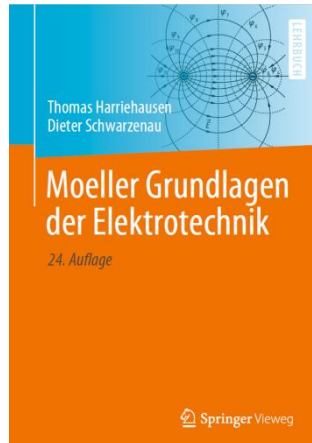


Foto: L. P. A. Nguyen, TUHH

**Termine werden rechtzeitig bekannt gegeben!**

# Literatur zur Vorlesung I

1.

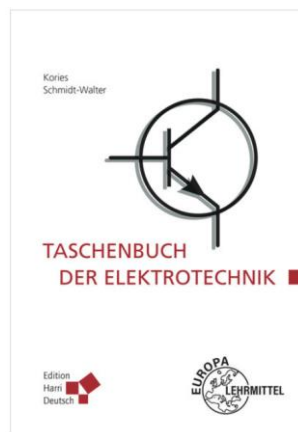


T. Harriehausen, D. Schwarzenau:

***Moeller Grundlagen der Elektrotechnik***

Springer Vieweg  
(24. Auflage, 2020 und 25. Auflage, 2025)

2.



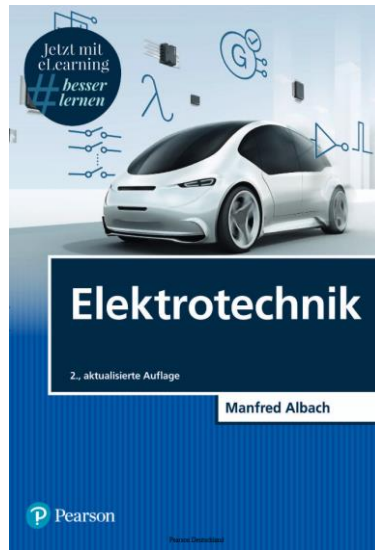
R. Kories, H. Schmidt-Walter:

***Taschenbuch der Elektrotechnik***

Edition Harri Deutsch, Europa Lehrmittel  
(12. Auflage, 2022)

# Literatur zur Vorlesung II

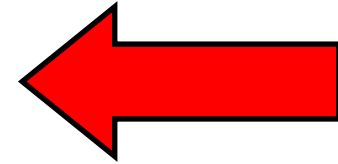
3.



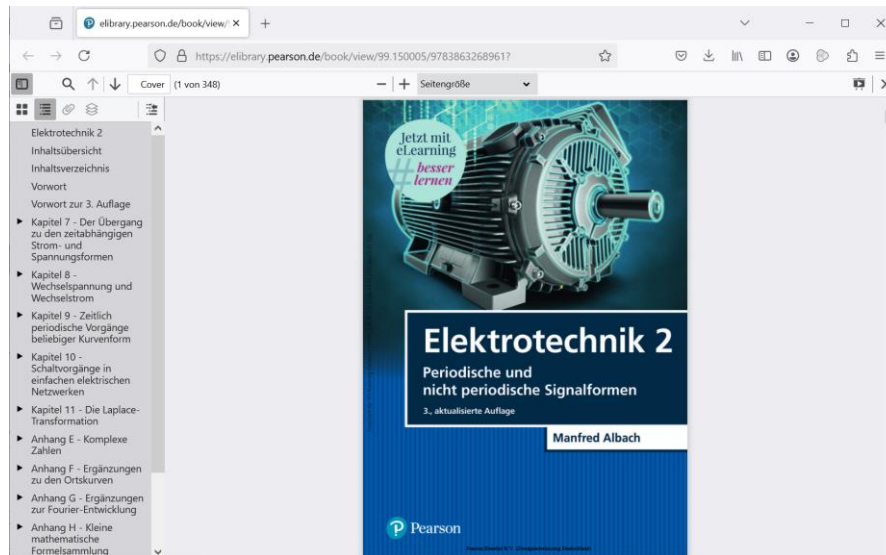
M. Albach:

***Elektrotechnik  
bzw. Elektrotechnik 2***

Pearson Studium (2020)



verfügbar als Online- und als Print-Ausgabe (Lehrbuchsammlung)  
in der TU-Bibliothek!



# Weitere Übungsaufgaben



J. L. ter Haseborg, C. Schuster, M. Kasper:

***Fit für die Prüfung – Elektrotechnik***

Hanser (2023)



G. Hagmann:

***Aufgabensammlung zu den Grundlagen der Elektrotechnik***

AULA-Verlag  
(18. Auflage, 2019)

# ... und sonst noch?

1. Machen Sie sich Notizen während der Vorlesung!
2. Schreiben Sie Herleitungen an der Tafel mit!
3. Arbeiten Sie die Vorlesung regelmäßig nach!
4. Rechnen Sie die Aufgaben selbst!
5. Gehen Sie zur Übung!
6. Prüfen Sie immer kritisch, ob Sie den Stoff verstanden haben!

# Online-Tests: Allgemeines

Zusätzlich zu Vorlesung und Übungen werden **Online-Fragen mit Ilias und Stud.IP** zur kontinuierlichen Lernkontrolle angeboten. Die Fragen nehmen dabei immer Bezug auf den aktuellen Stoff.

Die Fragen sollen eigenständig innerhalb der vorgegebenen Zeitspanne

**Dienstag 15:00 Uhr – Dienstag 13:00 Uhr**

bearbeitet werden.

Es werden **keine Punkte** für die Bewertung der schriftlichen Prüfung (Abschlussklausur) vergeben.

**Start des ersten Online-Tests:**

**Dienstag der zweiten VL-Woche, 15:00 Uhr**

# Online-Tests: Zugang

The screenshot shows a web browser window displaying the ILIAS interface. The browser tabs include 'Vorlesung: Elektrotechnik II: Wech...' and 'ILIAS: Stud.IP-Veranstaltung "Ele...'. The address bar shows the URL: <https://e-learning.tuhh.de/studip/dispatch.php/course/overview?cid=0bcc1a2bbf5ce828eaf941059163a2cc>. The page header features 'E-Learning an der TU Hamburg' and a search bar with the text 'Was suchen Sie?'. Below the header is a navigation bar with icons for home, events, documents, mail, users, profile, and a calendar showing '42'. The 'STUD.IP' logo is on the right. The main content area has a title 'Vorlesung: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente (VL)' highlighted with a red box. Below the title are navigation links: 'Übersicht', 'Verwaltung', 'Teilnehmende', 'Dateien', 'Ablaufplan', 'Informationen', 'Wiki', 'Blubber', and 'ILIAS', with a red arrow pointing to the 'ILIAS' link. On the left, there is a 'Kurzinfo' section with a blue arrow pointing right. On the right, the 'Grunddaten' section is visible, containing the subtitle 'Untertitel' and the text 'Diese Lehrveranstaltung ist Teil des Moduls: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente'.

Vorlesung: Elektrotechnik II: Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente (VL)

Übersicht Verwaltung Teilnehmende Dateien Ablaufplan Informationen Wiki Blubber ILIAS

**Kurzinfo**

**Grunddaten**

**Untertitel**  
Diese Lehrveranstaltung ist Teil des Moduls: Elektrotechnik II:  
Wechselstromnetzwerke und grundlegende Bauelemente

**Zeit / Veranstaltungsort**

- 1 -

# Einleitung

## Zeitabhängige Größen

### Sinus/Cosinus

(Albach Kapitel 7.1 bis 7.5)

# Elektrotechnik I + II

=



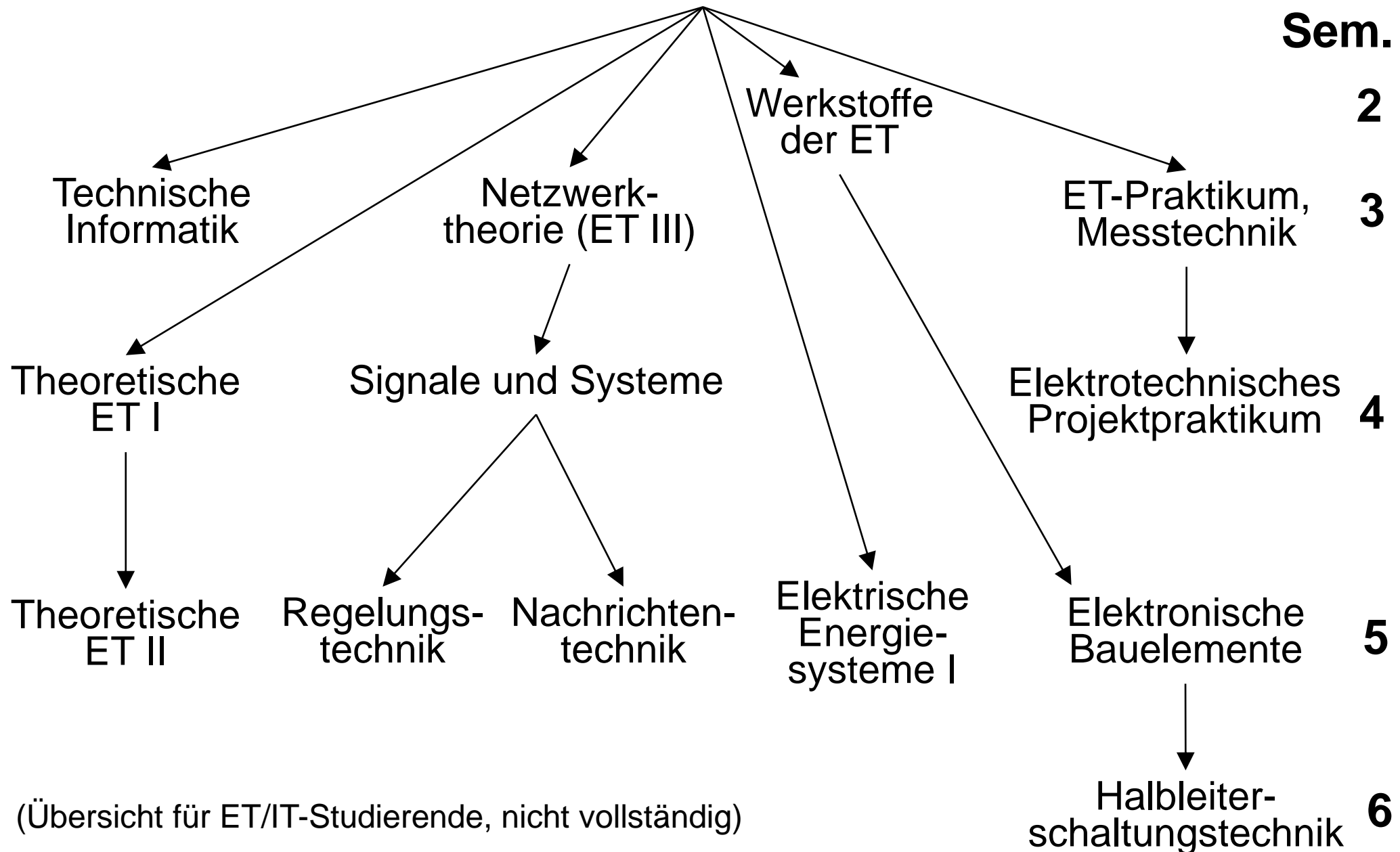
**Elektro-  
magnetische  
Felder  
und  
Phänomene**

**Netzwerke  
und  
Netzwerk-  
elemente**

**Bauelemente  
und  
Materialien**

# Notizen

# Elektrotechnik I + II



# Kirchhoffsche Gesetze

Die Kirchhoffschen Gesetze bilden in der Elektrotechnik I die Grundlage zur Analyse von Gleichstromnetzwerken.

In der Elektrotechnik II werden sie verallgemeinert für zeitabhängige Ströme und Spannungen:

$$\sum i(t) = 0$$

(Knotenregel)

$$\sum u(t) = 0$$

(Maschenregel)

Streng genommen sind dies nur Näherungen.

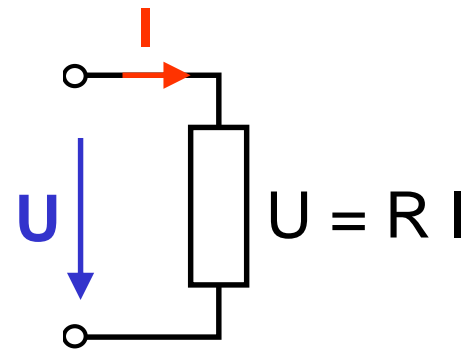
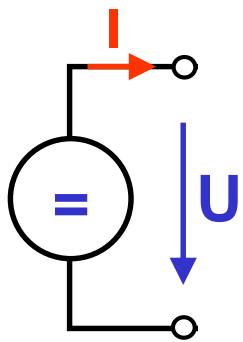
Gut erfüllt sind sie für "konzentrierte" Schaltungen bzw. "langsam veränderliche" Vorgänge.

# Notizen

# Zählpfeilsysteme I

Gleichströme und Gleichspannungen sind skalare Größen, denen aber in Schaltungen Pfeile zugeordnet werden.

Die Pfeile dienen der Zählweise und dürfen nicht mit Vektoren verwechselt werden.



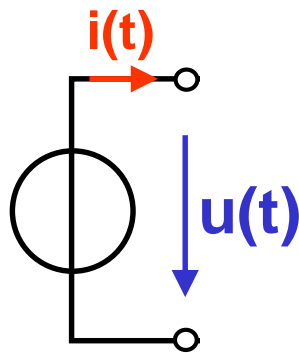
**Erzeugerzählpfeilsystem (EZS)**    **Verbraucherzählpfeilsystem (VZS)**

Ein **Spannungszählpfeil** in Richtung der elektrischen Feldstärke zeigt positive Spannungen an.

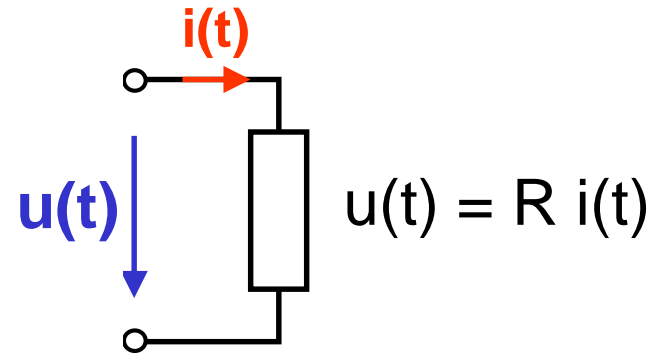
Ein **Stromzählpfeil** in Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger (= „technische Stromrichtung“) zeigt positive Ströme an.

# Zählpfeilsysteme II

Zählpfeile können auch für zeitabhängige Ströme und Spannungen definiert werden, die jeweils positive und negative Werte annehmen können und damit ihre Richtung ändern.



**Erzeugerzählpfeilsystem (EZS)**



**Verbraucherzählpfeilsystem (VZS)**

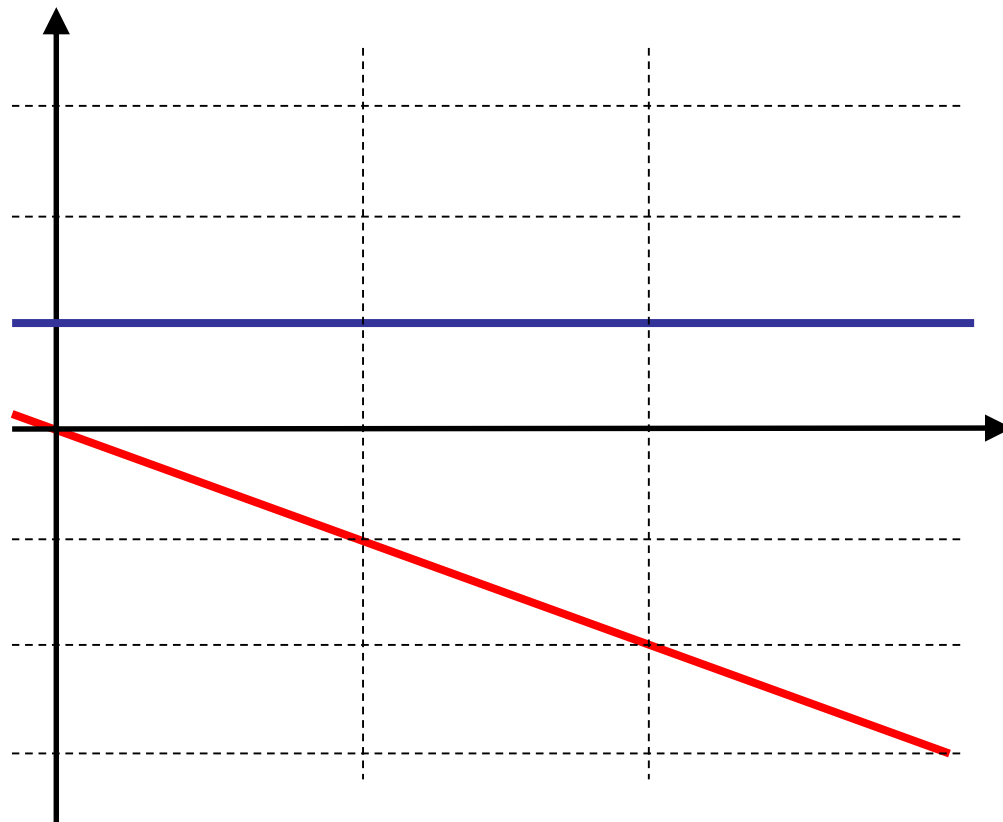
**Spannungszählpfeil** und **Stromzählpfeil** geben an, in welcher Richtung Spannung  $u(t)$  und Strom  $i(t)$  jeweils positiv gezählt werden.

D.h. ein Strompfeil eines zeitabhängigen Stromes gibt die technische Stromrichtung an für die Zeitpunkte, in denen der Strom  $i(t)$  positiv ist. Die zum Spannungszählpfeil gehörende Spannung  $u(t)$  ergibt sich, wenn man von dem Potential am Pfeilanfang das Potential an der Pfeilspitze subtrahiert.

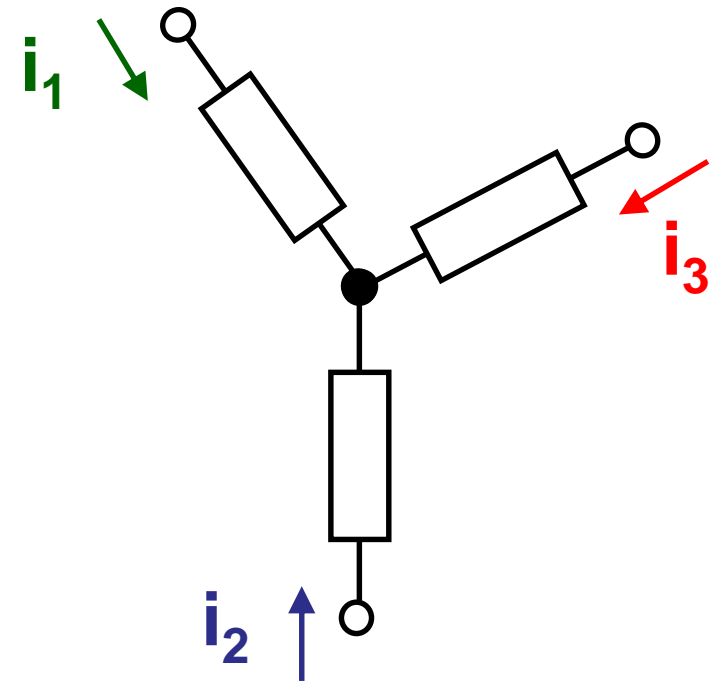
# Quiz zur Knotenregel

Wie verhält sich  $i_1(t)$  in folgendem Netzwerk?

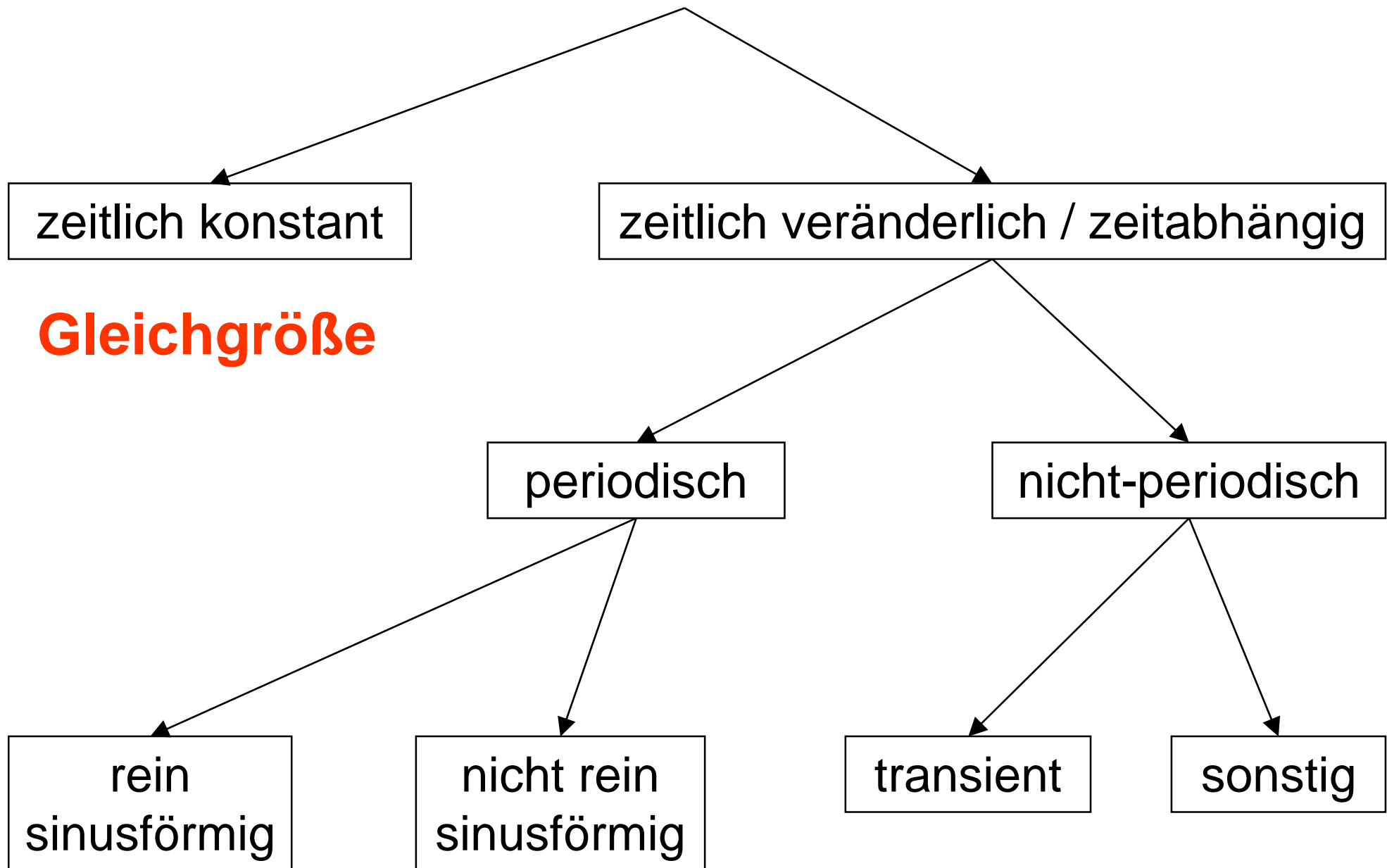
Strom



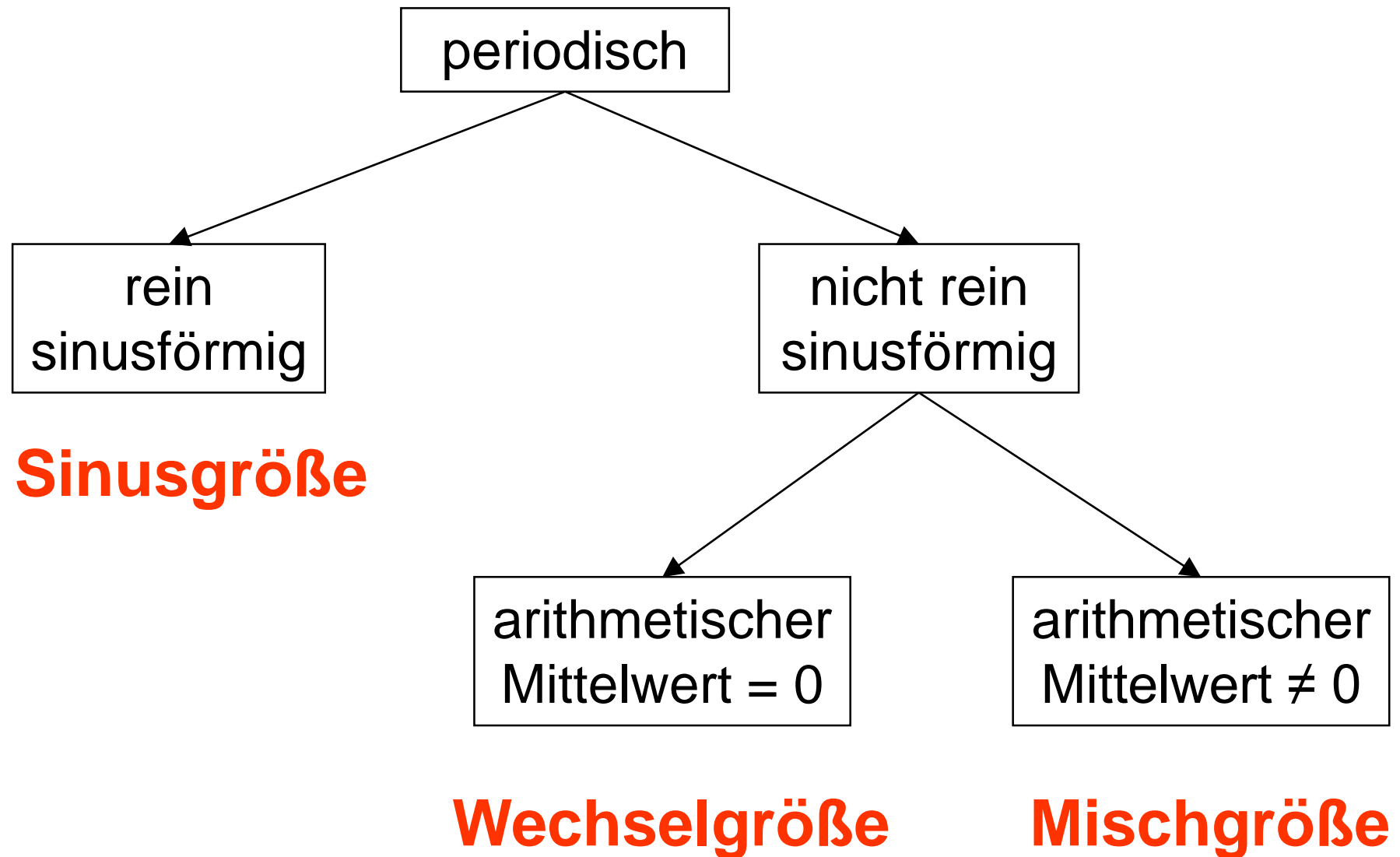
Zeit



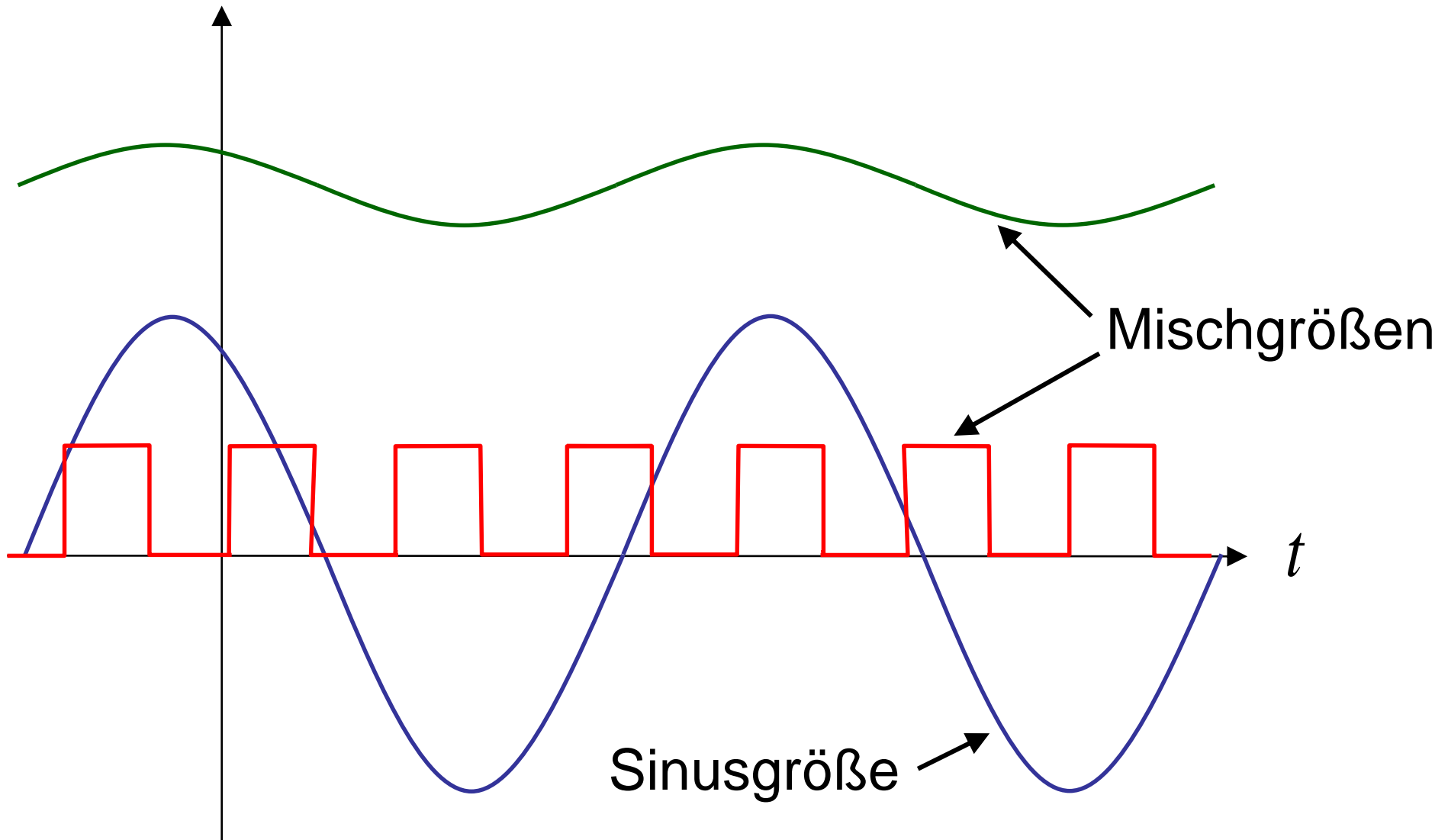
# Klassen von Zeitabhängigkeiten



# Klassen periodischer Größen



# Beispiele periodischer Größen



# Kennzahlen periodischer Größen

$$\bar{x} = \text{Mittelwert} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$$

(auch "Gleichwert")

$$|\bar{x}| = \text{Gleichrichtmittelwert} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)| dt$$

(auch "Gleichrichtwert")

$$x_{\text{eff}} = \text{Effektivwert} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt} \quad (= X)$$

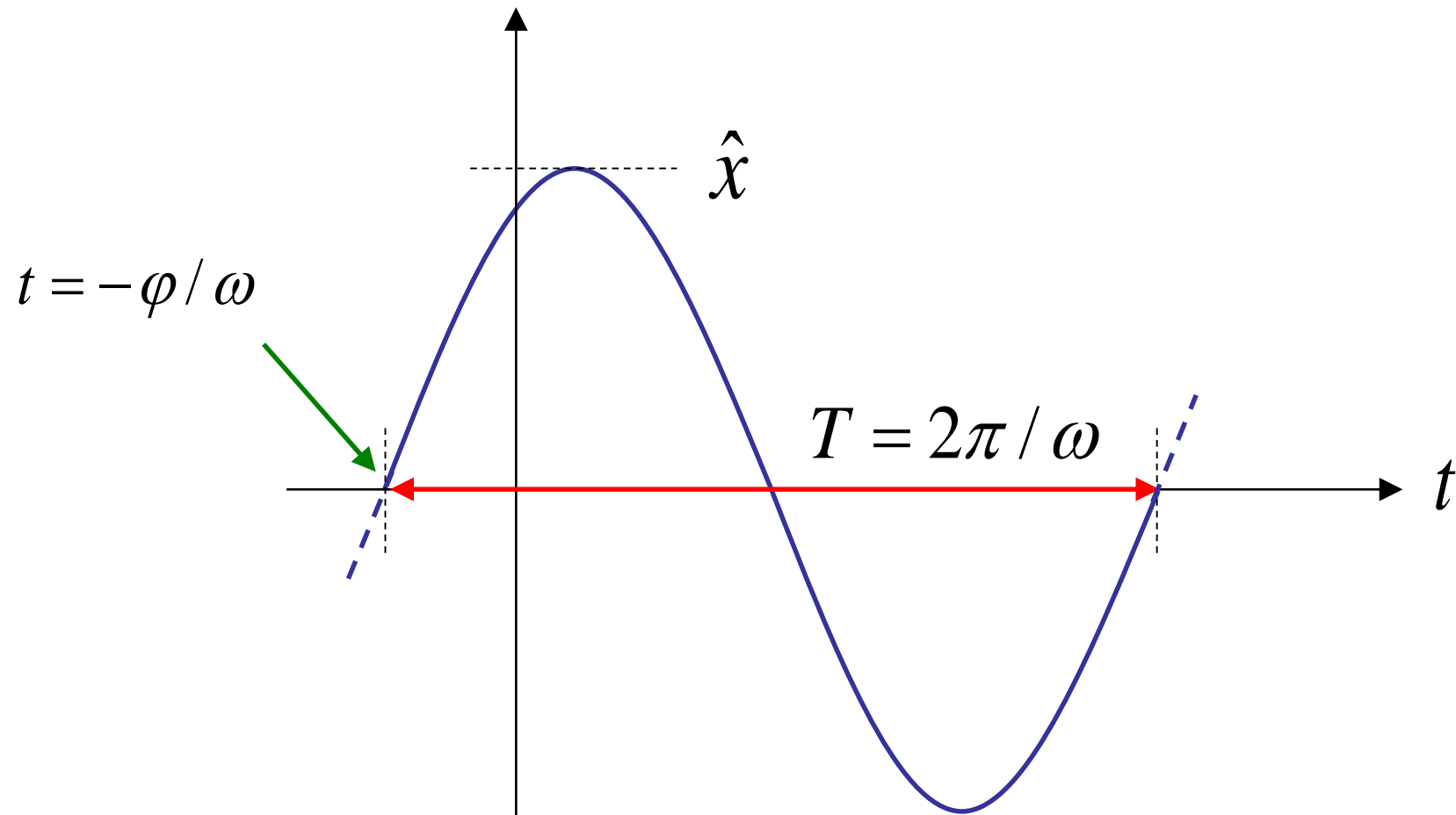
(auch "quadratischer Mittelwert")

$$(F = \text{Formfaktor} = x_{\text{eff}} / |\bar{x}| \quad \xi = \text{Scheitelfaktor} = \hat{x} / x_{\text{eff}})$$

# Die Sinus-Funktion I

$$x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

„Normalform“



# Notizen

# Die Sinus-Funktion II

$$x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{„Normalform“}$$

$\hat{x}$  = Amplitude, Scheitelwert (positive Zahl)

$\omega = 2\pi \cdot f$  = Kreisfrequenz [rad/s]

$f = 1/T$  = Frequenz [Hz]

$T$  = Periodendauer [s]

$\varphi$  = Nullphasenwinkel [rad *oder* Grad]

# Quiz zu Sinus-Funktionen

## Behauptung:

Die Summe zweier Sinus-Funktionen gleicher Kreisfrequenz

$$x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t + \varphi), \quad y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \vartheta)$$

ist wieder eine Sinusfunktion mit derselben Kreisfrequenz

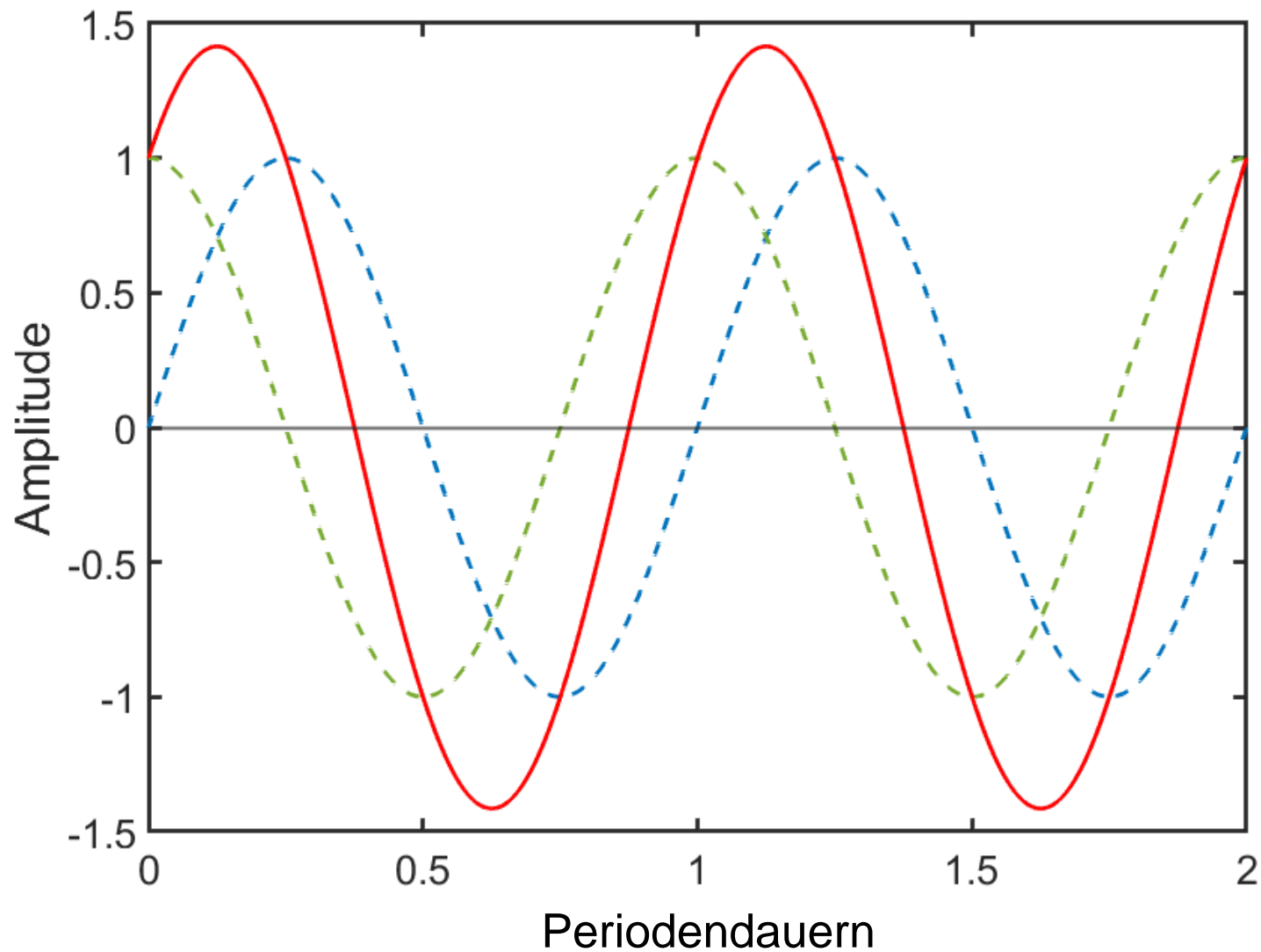
$$z(t) = x(t) + y(t) = \hat{z} \cdot \sin(\omega t + \gamma).$$

**.... richtig oder falsch ??**

# Notizen

# Quiz zu Sinus-Funktionen

**Beispiel:**



# Netzwerke mit Sinusgrößen

Eine fundamentale Eigenschaft linearer Netzwerke ist, dass sinusförmige Erregungen (Ströme, Spannungen) immer sinusförmige Antworten (Ströme, Spannungen) derselben Frequenz erzeugen:

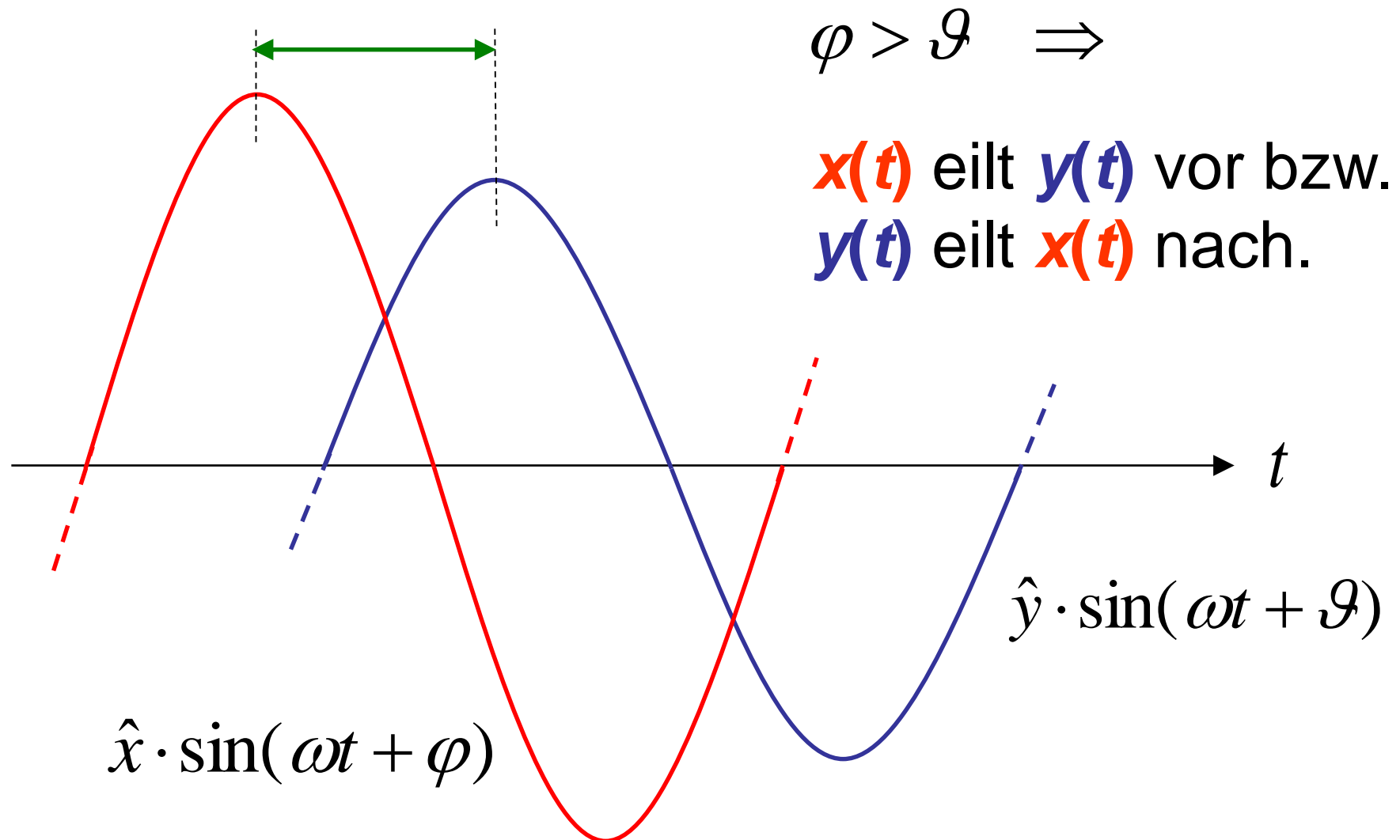


Zu beachten ist dabei, dass i.A.:  $\hat{x} \neq \hat{y}$        $\varphi \neq \vartheta$

Die Differenz der Nullphasenwinkel nennt man **PHASENVERSCHIEBUNG**. Ist diese null, so spricht man auch davon, dass die entsprechenden Größen **IN PHASE** sind.

# Phasenverschiebungen

Intervall für Nullphasenwinkel:  $]-180^{\circ}, +180^{\circ}]$



# Quiz zu Phasenverschiebungen

Bringen Sie folgende Sinus/Cosinus-Funktionen in Normalform und geben Sie die jeweiligen Nullphasenwinkel im Bereich  $]-180^0, +180^0]$  an!

$$x(t) = -\sin(\omega t) = ?$$

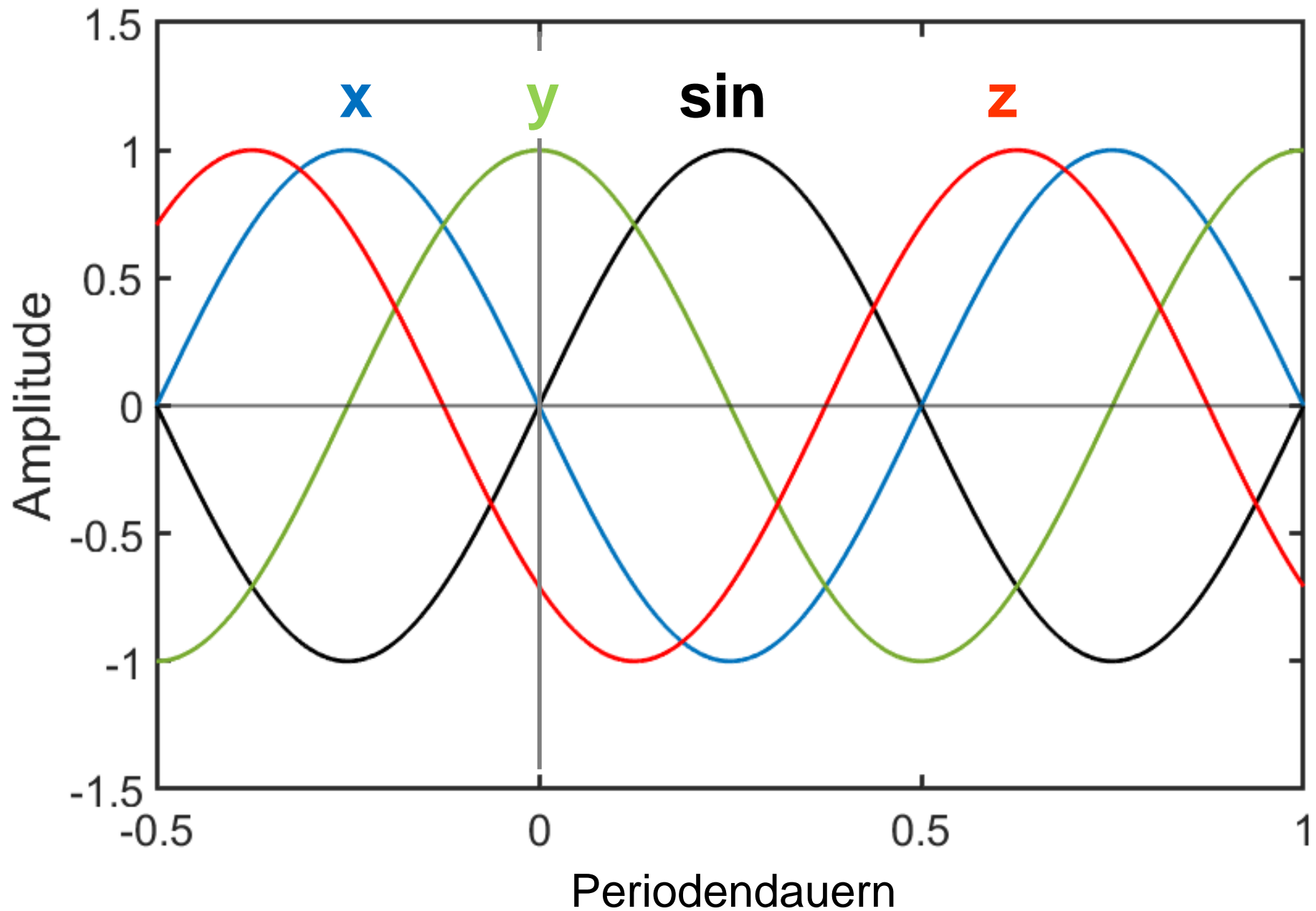
$$y(t) = \cos(-\omega t) = ?$$

$$z(t) = \cos(\omega t + 135^0) = ?$$

Welche Funktion eilt  $\sin(\omega t)$  voraus, welche nach?

# Notizen

# Quiz zu Phasenverschiebungen

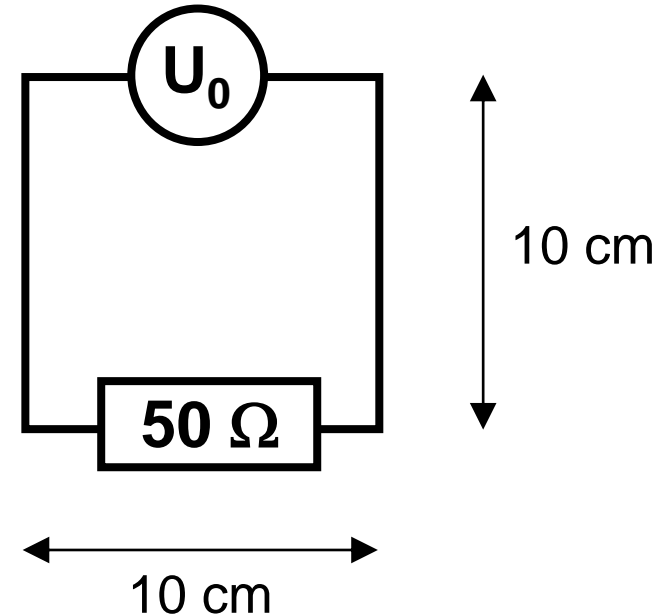
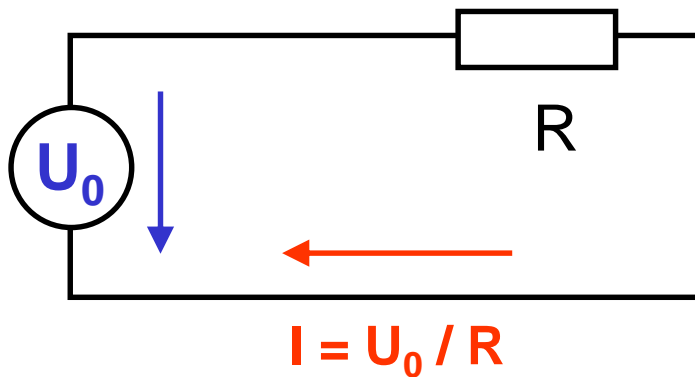


# Eine "reale" Schaltung I

Gegeben sei eine 10 cm x 10 cm rechteckige Drahtschleife mit Spannungsquelle auf der einen und 50-Ohm-Widerstand auf der anderen Seite bei der Frequenz

$$f = 0 \text{ Hz}$$

Schaltung:

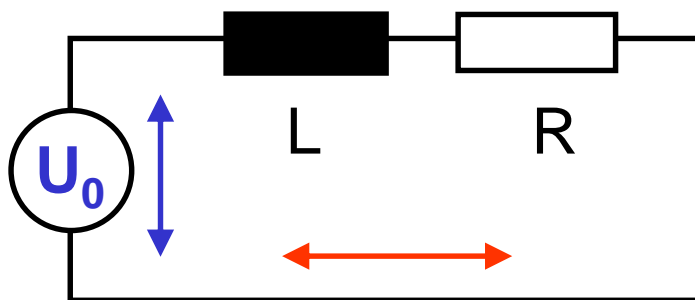


# Eine "reale" Schaltung II

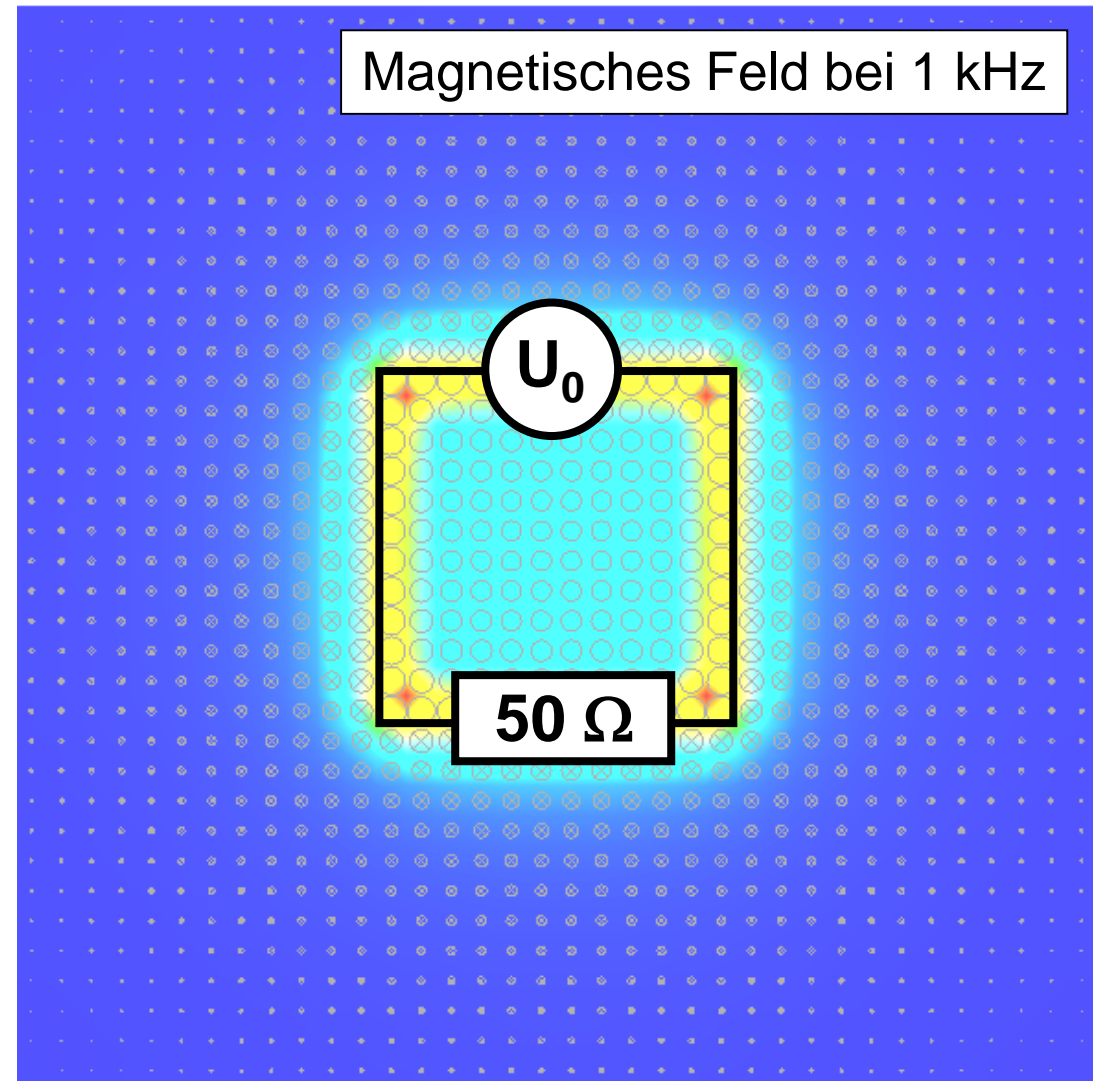
Die Frequenz der Quelle wird nun erhöht auf:

$$f = 1 \text{ kHz}$$

Schaltung:



$$\underline{I} = \underline{U}_0 / (R + j2\pi fL)$$

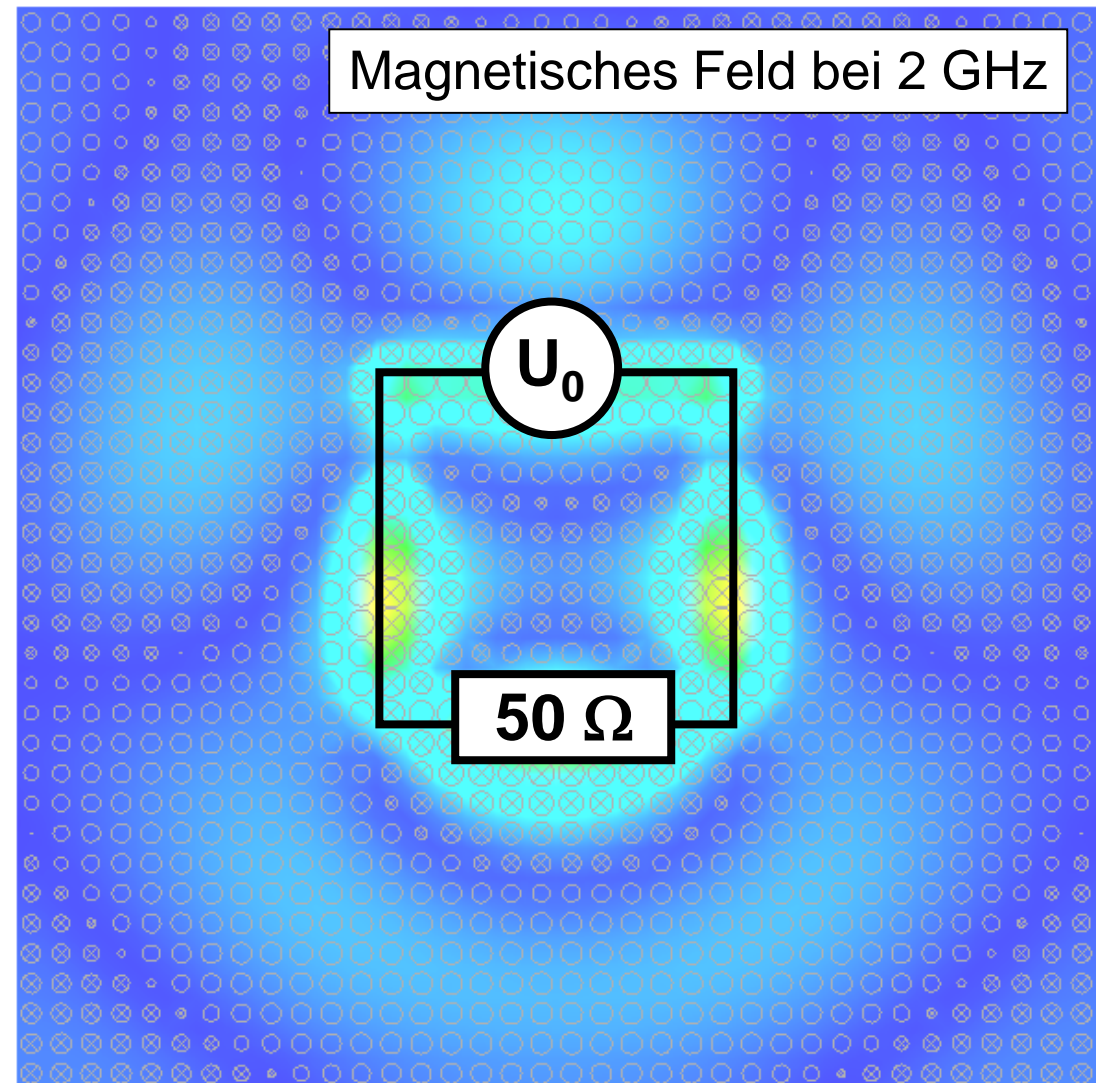


# Eine "reale" Schaltung III

... und noch weiter erhöht auf:

$$f = 2 \text{ GHz}$$

Schaltung:



# Eine "reale" Schaltung IV

Was bedeutet dies für uns?

Erinnern wir uns, dass Licht (= elektromagnetische Welle) nur eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit hat. Im Vakuum:

$$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 300\,000 \text{ km/s}$$

Sie ist über die Frequenz mit der Wellenlänge verknüpft:

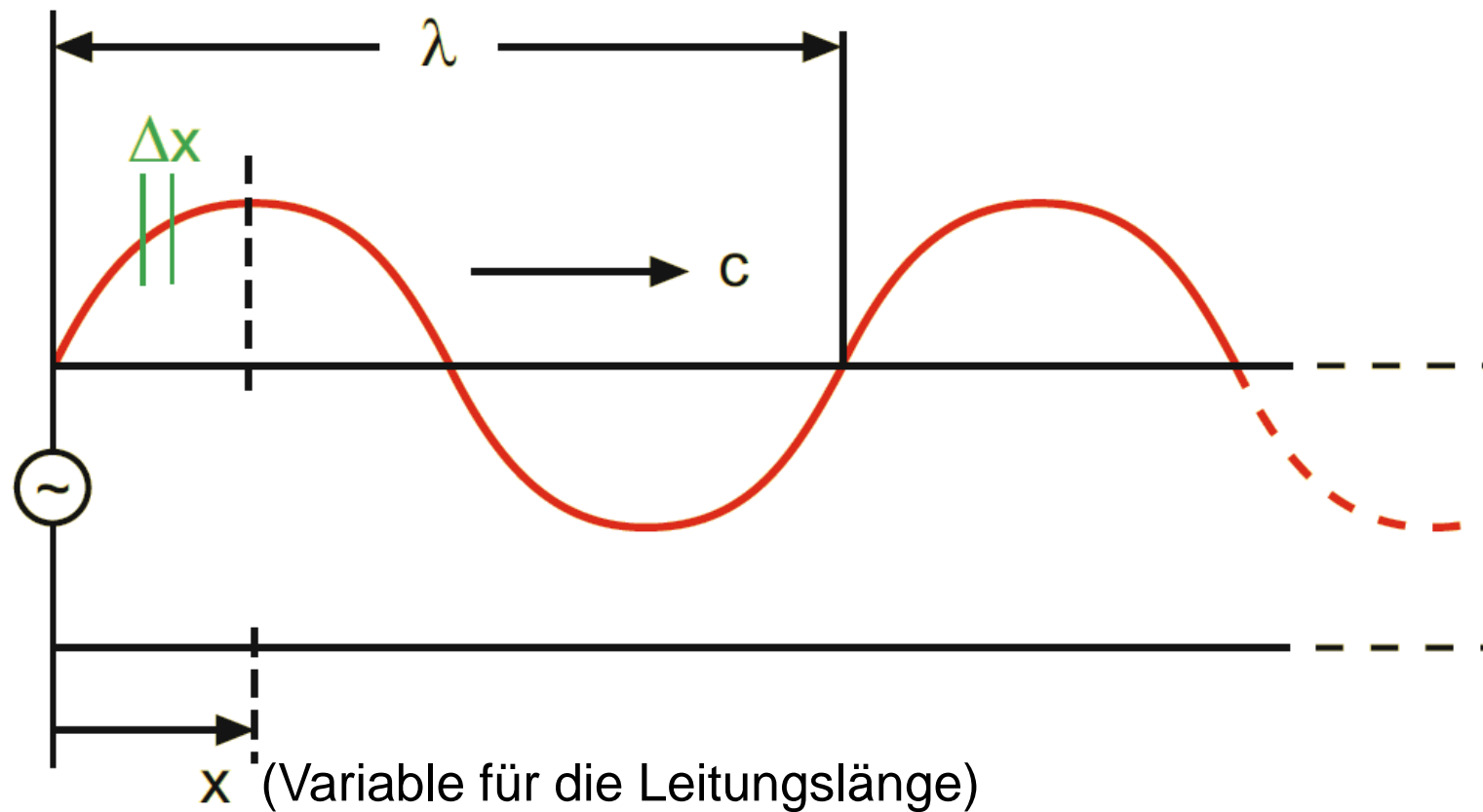
$$c_0 = \lambda_0 \cdot f = \lambda_0 / T$$

D.h.:

**Licht breitet sich während einer Periodendauer  
genau eine Wellenlänge weit aus.**

# Eine "reale" Schaltung V

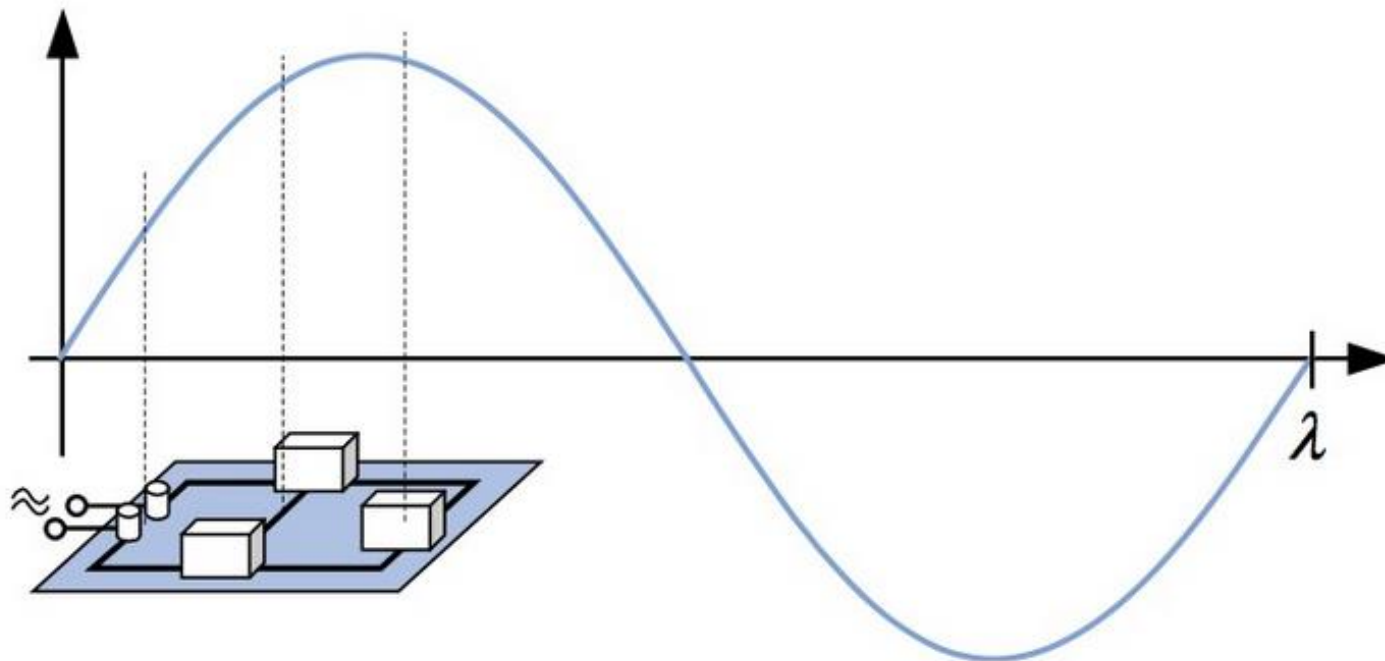
Räumliche Verteilung einer Spannung auf einer langen Leitung infolge einer Zeitabhängigkeit:



Quelle: A. J. Schwab, Elektroenergiesysteme, Springer Vieweg, 2022

# Eine "reale" Schaltung VI

Wenn die Änderungsgeschwindigkeit der Ströme und Spannungen für eine Schaltung mit gegebenen Abmessungen genügend klein ist, ist trotz der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Felder die gesamte Schaltung praktisch gleichzeitig von den Änderungen betroffen. Wir sprechen dann von einem „**quasistationären Zustand**“.



# Eine "reale" Schaltung VI

$f$	$T$	$\lambda_0$	Beispiele / Anwendungen
2 mHz	500 s	150 000 000 km	Abstand Sonne ↔ Erde
770 mHz	1,3 s	400 000 km	Abstand Erde ↔ Mond
7,7 Hz	130 ms	40 000 km	Schumann-Resonanz
50 Hz	20 ms	6 000 km	El. Energieübertragung
200 kHz	5 $\mu$ s	1.5 km	LW-Radio
100 MHz	10 ns	3 m	UKW-Radio
2 GHz	500 ps	15 cm	Handys
10 GHz	100 ps	3 cm	Satelliten-Fernsehen
77 GHz	13 ps	4 mm	Kfz-Radar
600 THz	1,7 fs	500 nm	Grünes Licht

# Eine "reale" Schaltung VII

Für uns bedeutet dies abgekürzt, dass "konzentrierte" Schaltungen (bzw. "langsam" veränderliche Vorgänge) nur vorliegen wenn:

$$\lambda_0 \gg \text{Abmessung der Schaltung}$$

bzw.:

$$f \ll c_0 / \text{Abmessung der Schaltung}$$

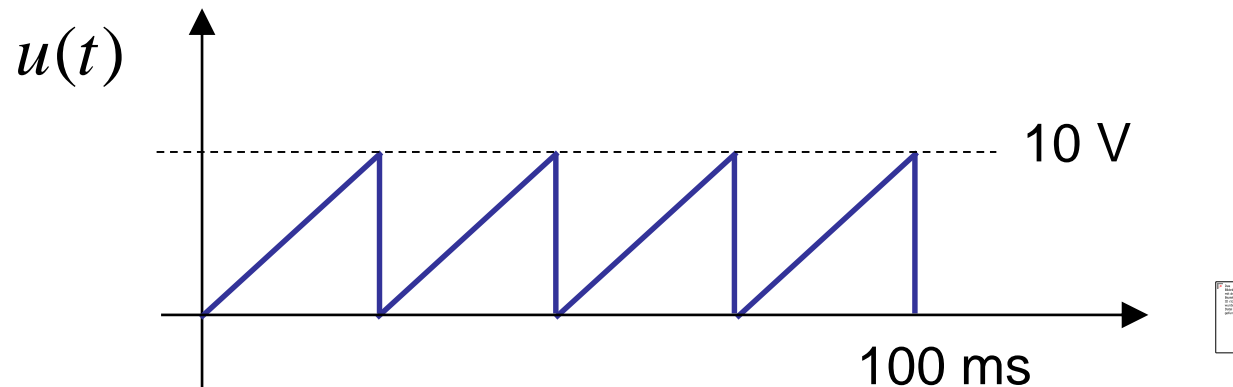
Genau dann dürfen wir annehmen, dass wir das Verhalten von realen Schaltungen mit Netzwerken aus einfachen Elementen gut wiedergeben können.

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Welchen drei Hauptelemente bilden die Grundlagen der Elektrotechnik (und ihres Studiums)?
2. Wie lauten die Einheiten von Strom, Spannung, Leistung, Energie und Widerstand? Wie hängen diese zusammen?
3. Welche Klassen von Zeitabhängigkeiten gibt es und was zeichnet die sinus/cosinus-förmige so besonders aus?
4. Welche drei Größen charakterisieren eindeutig eine sinus/cosinus-förmige Zeitabhängigkeit?
5. Wie ist der Effektivwert definiert und welchen Wert hat er für eine Sinusfunktion der Amplitude eins?
6. Wie lautet die zeitliche Ableitung von  $\sin(\omega \cdot t + \varphi)$ ?

# Übungsaufgabe 1

Gegeben ist folgende Sägezahnspannung:



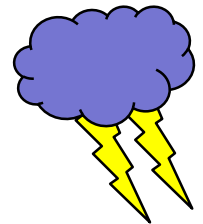
- Bestimmen Sie die Periodendauer!
- Geben Sie den Spannungsverlauf für eine Periode analytisch an!
- Bestimmen Sie den Mittelwert der Spannung!
- Bestimmen Sie den Gleichrichtmittelwert der Spannung!
- Bestimmen Sie den Effektivwert der Spannung!
- Bestimmen Sie den Formfaktor!

# Übungsaufgabe 2

Der zeitliche Verlauf einer Spannung sei gegeben durch:

$$u(t) = U_0 + \hat{u}_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + \hat{u}_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi) \quad \text{mit} \quad \omega_1 = 3 \cdot \omega_2$$

- a) Wie groß ist die Periodendauer  $T$  von  $u(t)$ ?
- b) Berechnen Sie den Mittelwert der Spannung  $u(t)$ !
- c) Berechnen Sie die Effektivwerte aller drei Teilspannungen von  $u(t)$ !
- d) Berechnen Sie den Effektivwert der Spannung  $u(t)$ !
- e) Wie hängen die Effektivwerte der Teilspannungen mit dem Effektivwert der gesamten Spannung zusammen?



- 2 -

Zeitverhalten der Grundzweipole

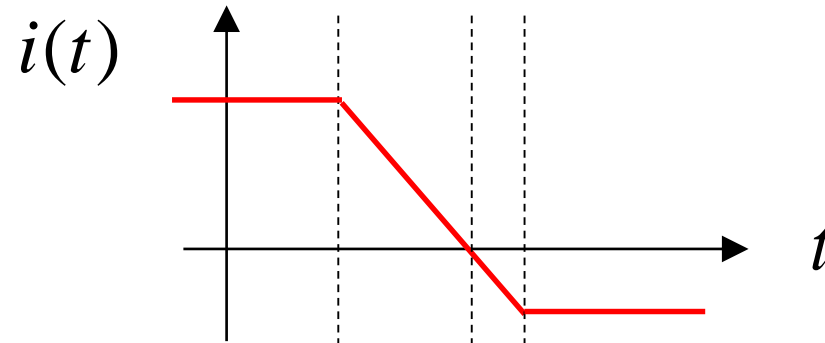
Zeiger

Komplexe Amplituden

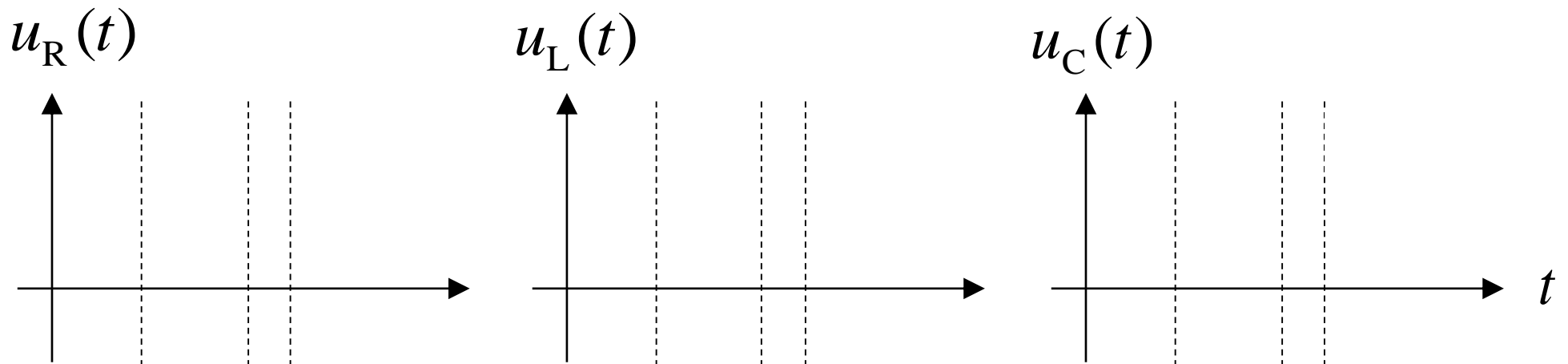
Komplexe Widerstände

# Quiz zum Zeitverhalten

Gegeben sei folgender zeitlicher Stromverlauf durch ein Bauelement:



Wie sieht dann die zugehörige Spannung an R, L, und C aus?

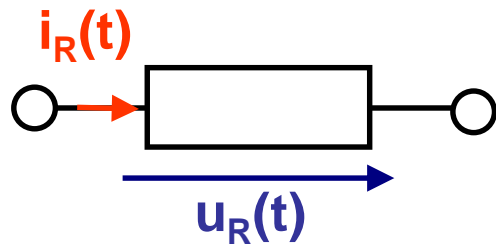


# Notizen

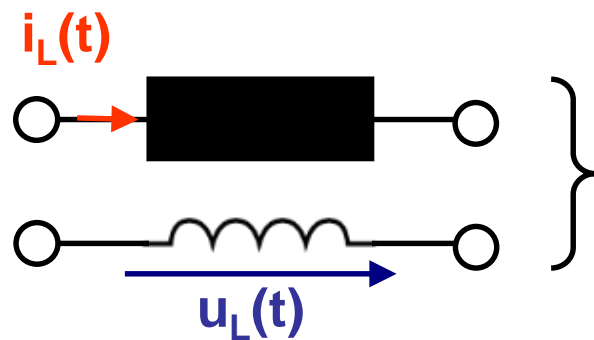
# Notizen

# Zeitverhalten der Grundzweipole I

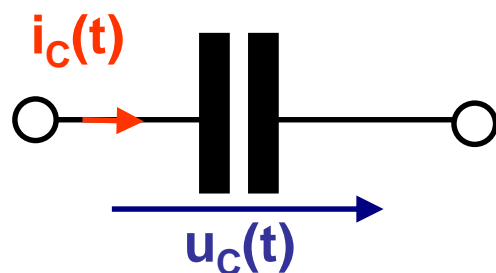
Für die Grundzweipole R, L und C gilt im Allgemeinen:



$$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$$



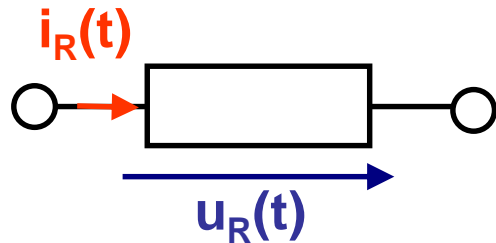
$$u_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} [i_L(t)]$$



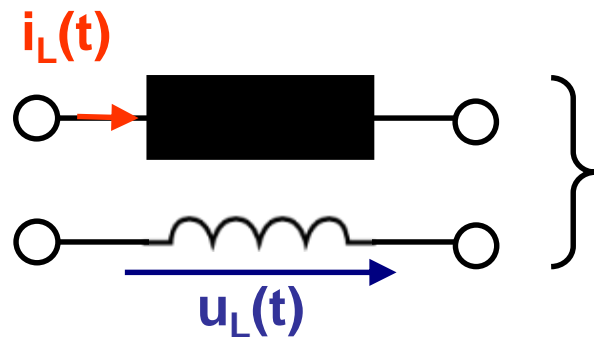
$$i_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt} [u_C(t)]$$

# Zeitverhalten der Grundzweipole II

$$i_R(t) = i_L(t) = i_C(t) = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{mit} \quad \varphi = 0^\circ$$



$$u_R(t) = R \cdot \hat{i} \sin(\omega t + 0^\circ)$$

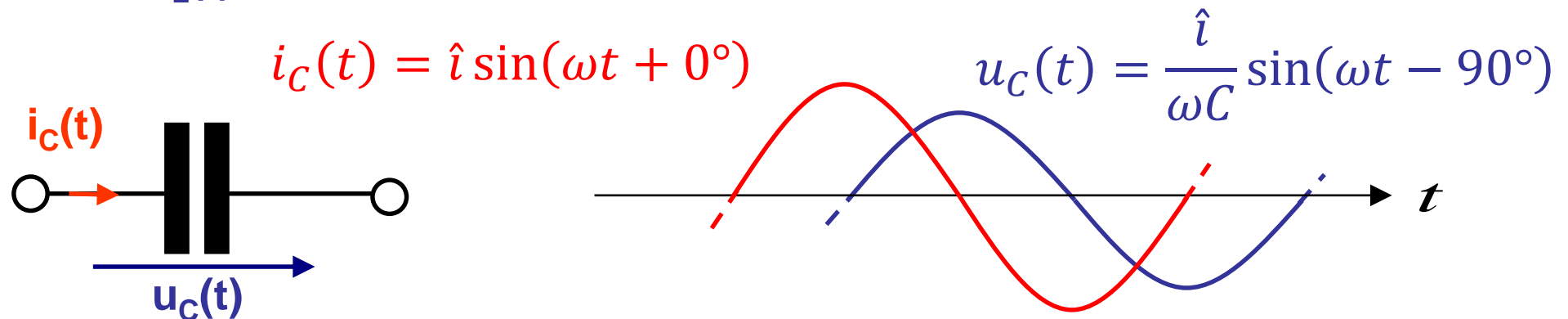
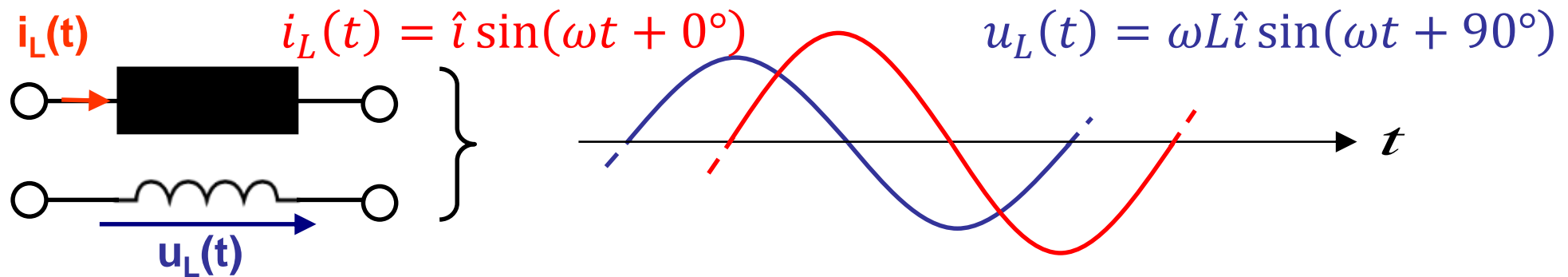
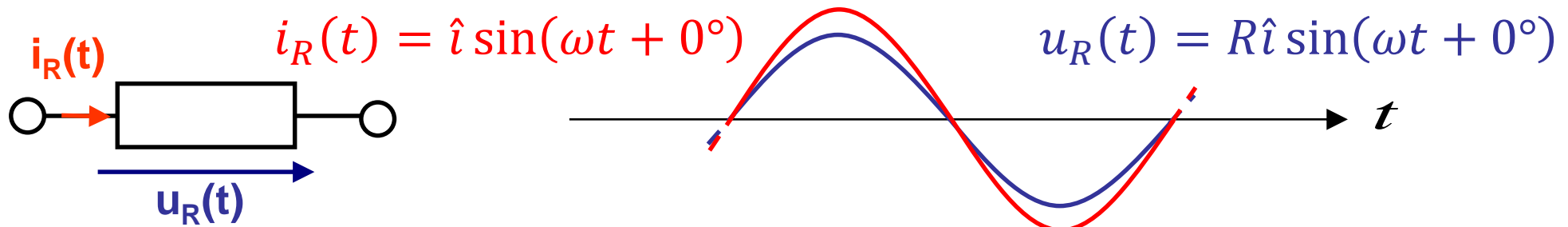


$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{d}{dt} [\hat{i} \sin(\omega t + 0^\circ)] \\ &= L \hat{i} \omega \cos(\omega t + 0^\circ) \\ &= \omega L \hat{i} \sin(\omega t + 90^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \frac{1}{C} \int \hat{i} \sin(\omega t + 0^\circ) dt \\ &= -\frac{1}{\omega C} \hat{i} \cos(\omega t + 0^\circ) \\ &= \frac{1}{\omega C} \hat{i} \sin(\omega t - 90^\circ) \end{aligned}$$

# Zeitverhalten der Grundzweipole III

Für sinus/cosinus-förmige **Ströme** und **Spannungen** folgt also:



# Zeitverhalten der Grundzweipole IV

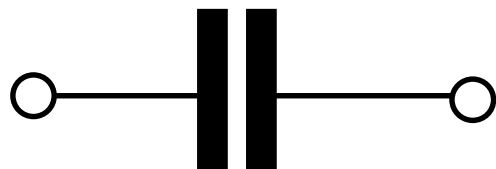
.... und damit in Bezug auf die Phasenverschiebungen:



dass **Spannung** und **Strom** am Widerstand in Phase sind,



die **Spannung** dem **Strom** an der Spule um 90 Grad voraus eilt,

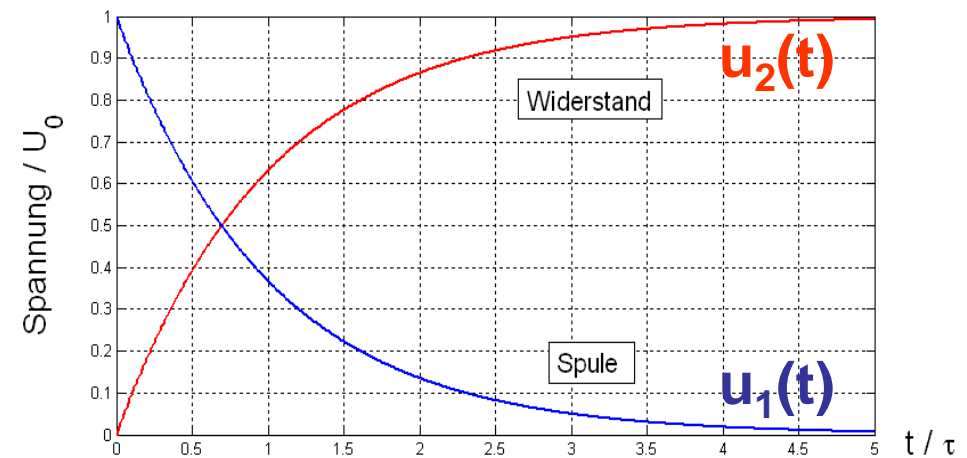
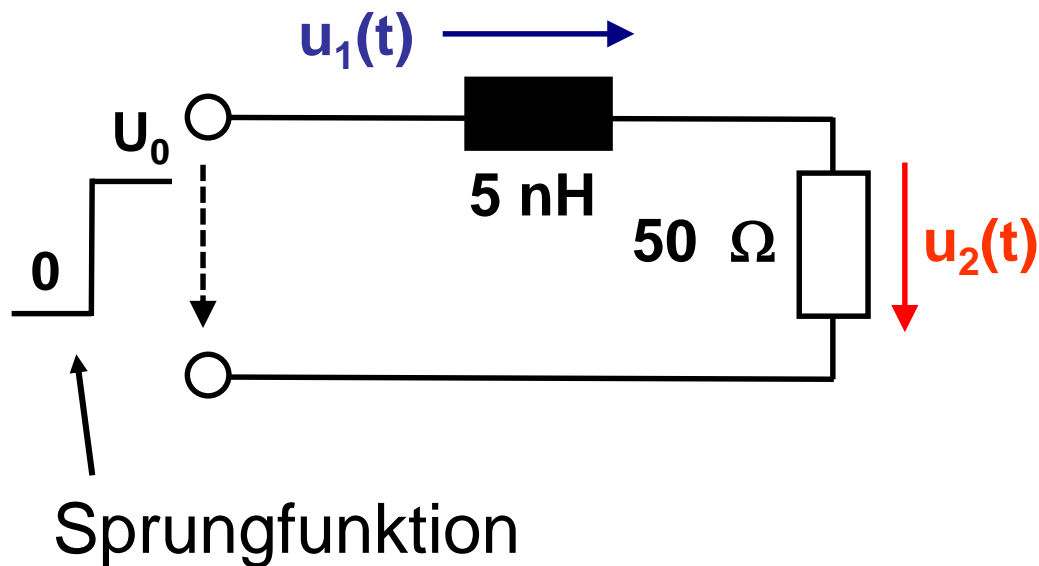


die **Spannung** dem **Strom** am Kondensator um 90 Grad nach eilt.

# Zeitverhalten von Netzwerken I

Das Zeitverhalten von zu Netzwerken zusammenschalteten Grundzweipolen lässt sich aus den Grundgleichungen und den Kirchhoffschen Gesetzen bestimmen (mehr dazu in der Elektrotechnik III, Netzwerktheorie).

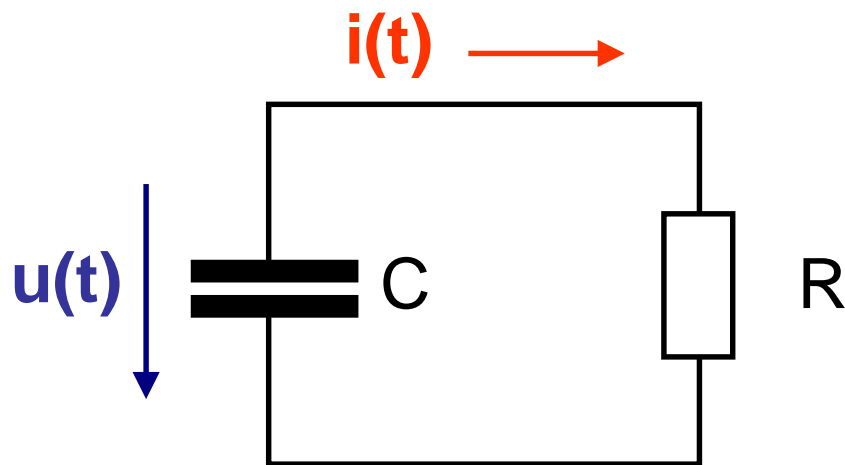
Ein Beispiel mit einem nicht-periodischen Eingangssignal:



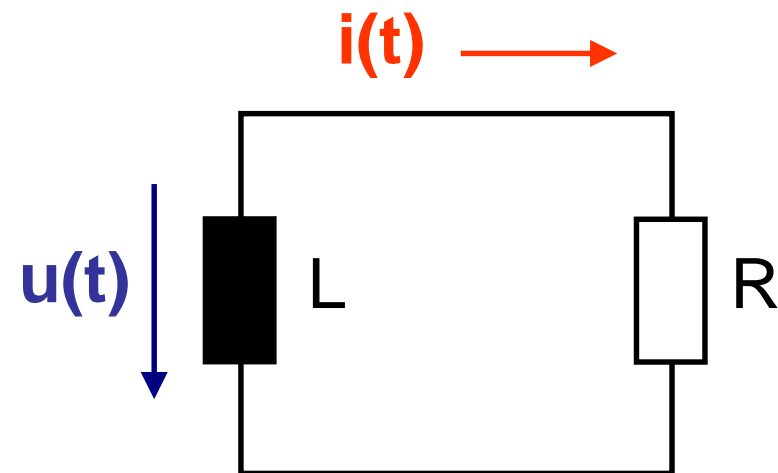
$\tau = L / R = \text{"Zeitkonstante"}$   
(hier 0,1 ns)

# Zeitverhalten von Netzwerken II

Zwei weitere, bekannte Beispiele für exponentielles Verhalten in Schaltkreisen sind das Entladen eines (zuvor auf eine Gleichspannung geladenen) Kondensators und das Abklingen des Stromes in einer (zuvor von Gleichstrom durchflossenen) Spule jeweils über einen Widerstand:



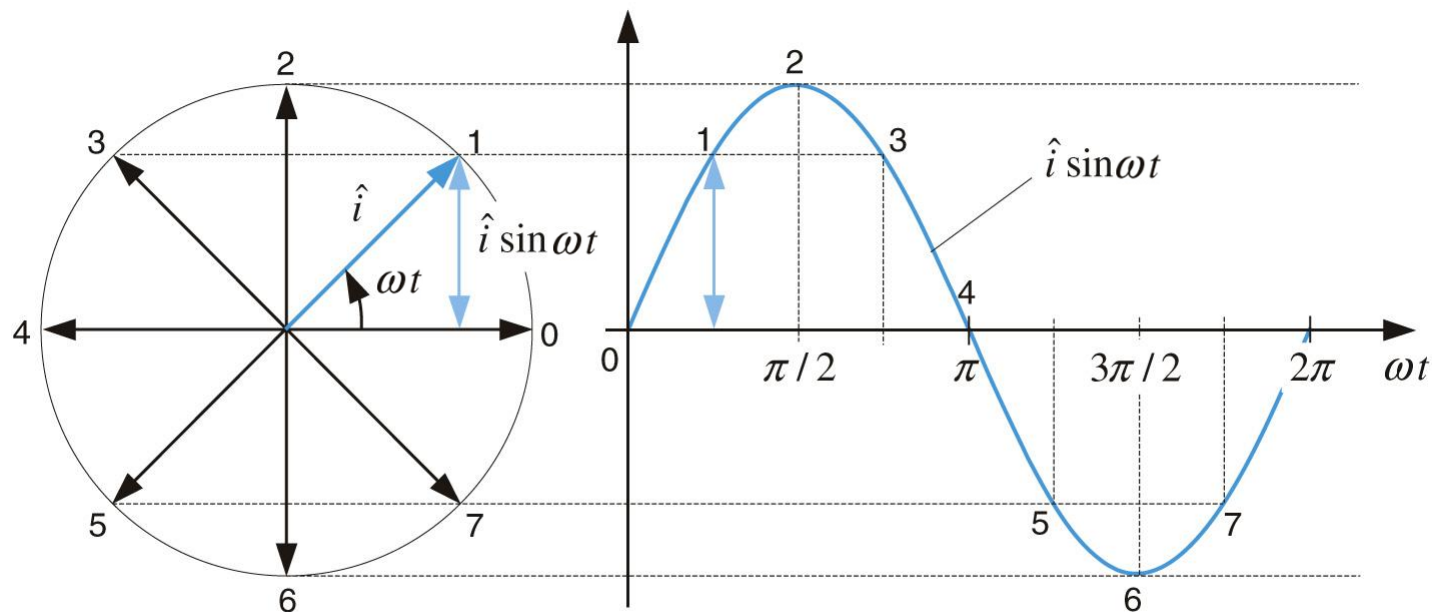
$$\tau = RC$$



$$\tau = L/R$$

# Zeiger I

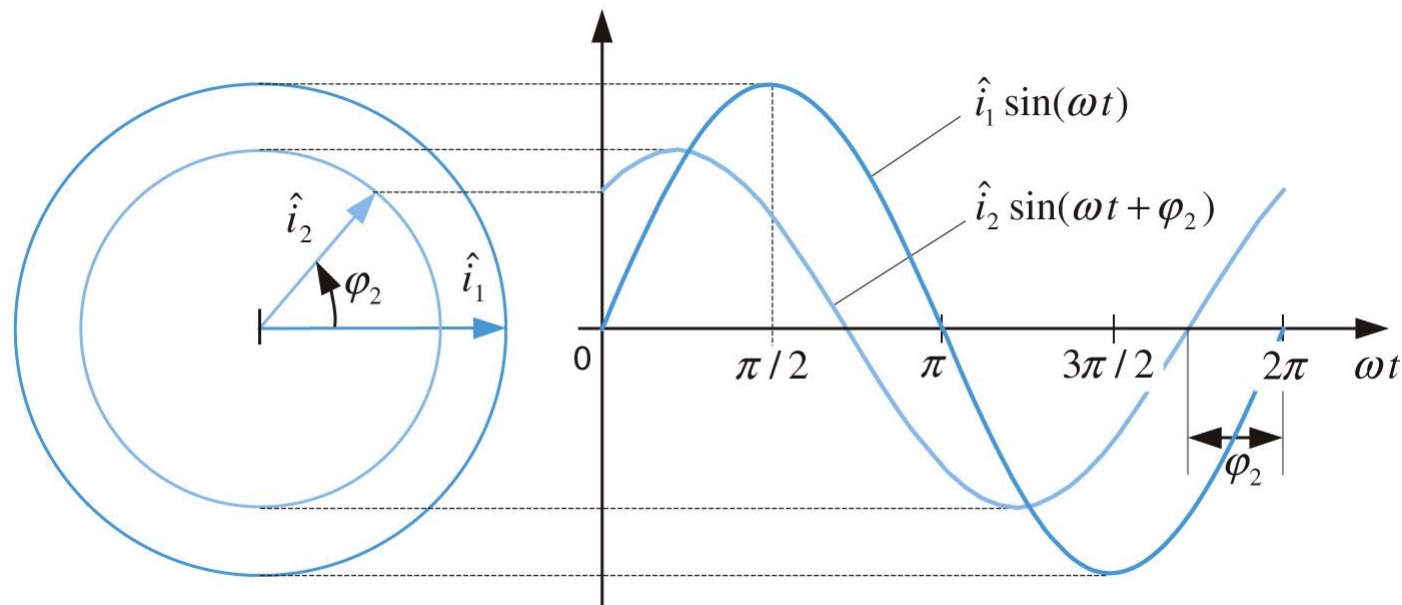
Zeiger (engl. "phasors") sind graphische Darstellungen von sinus/cosinus-förmigen Zeitabhängigkeiten. Sie werden in ein Zeigerdiagramm eingetragen.



**Abbildung 8.1:** Zusammenhang zwischen Zeigerdiagramm und zeitabhängiger Funktion

# Zeiger II

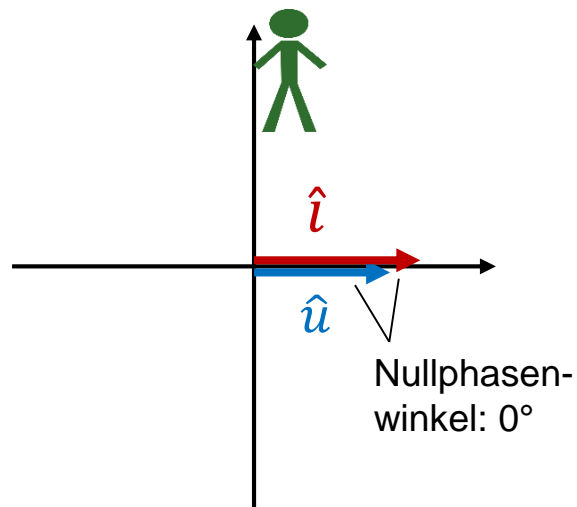
Die Länge eines Zeigers repräsentiert den Scheitelwert, die Orientierung den Nullphasenwinkel. Zeiger rotieren mit konstanter Kreisfrequenz  $\omega$  entgegen dem Uhrzeigersinn. Das Zeigerdiagramm stellt somit eine Momentaufnahme zum Zeitpunkt  $t = 0$  dar. Sehr oft wird eine sinusförmige Zeitabhängigkeit mit Nullphasenwinkel von 0 Grad als Zeiger nach rechts abgebildet. Dabei werden die Koordinatenachsen häufig weggelassen.



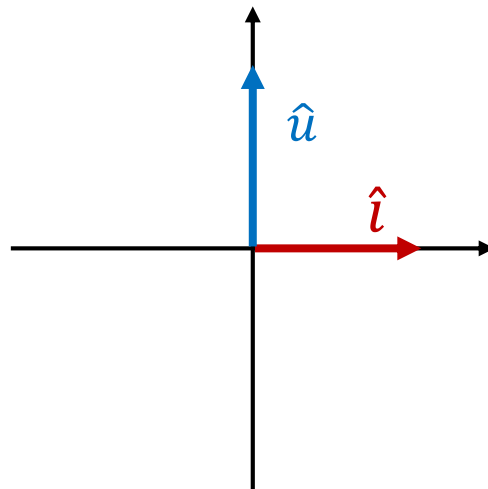
**Abbildung 8.2:** Zeigerdiagramme und zugehörige zeitabhängige Funktionen

# Zeiger III

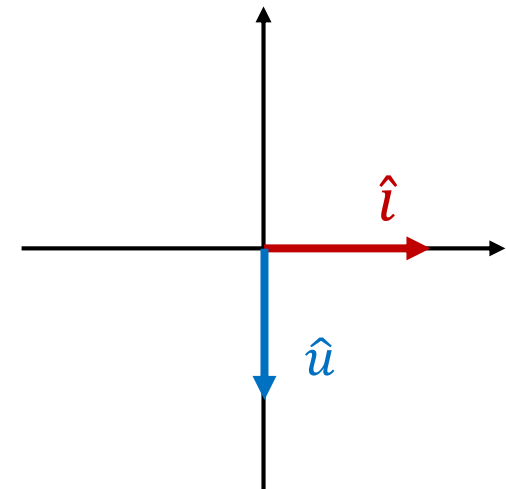
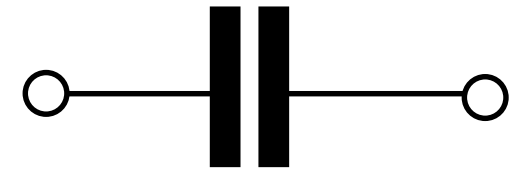
Für die Grundzweipole R, L und C ergeben sich die folgenden Zeigerdiagramme:



$$\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = R$$



$$\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \omega L$$

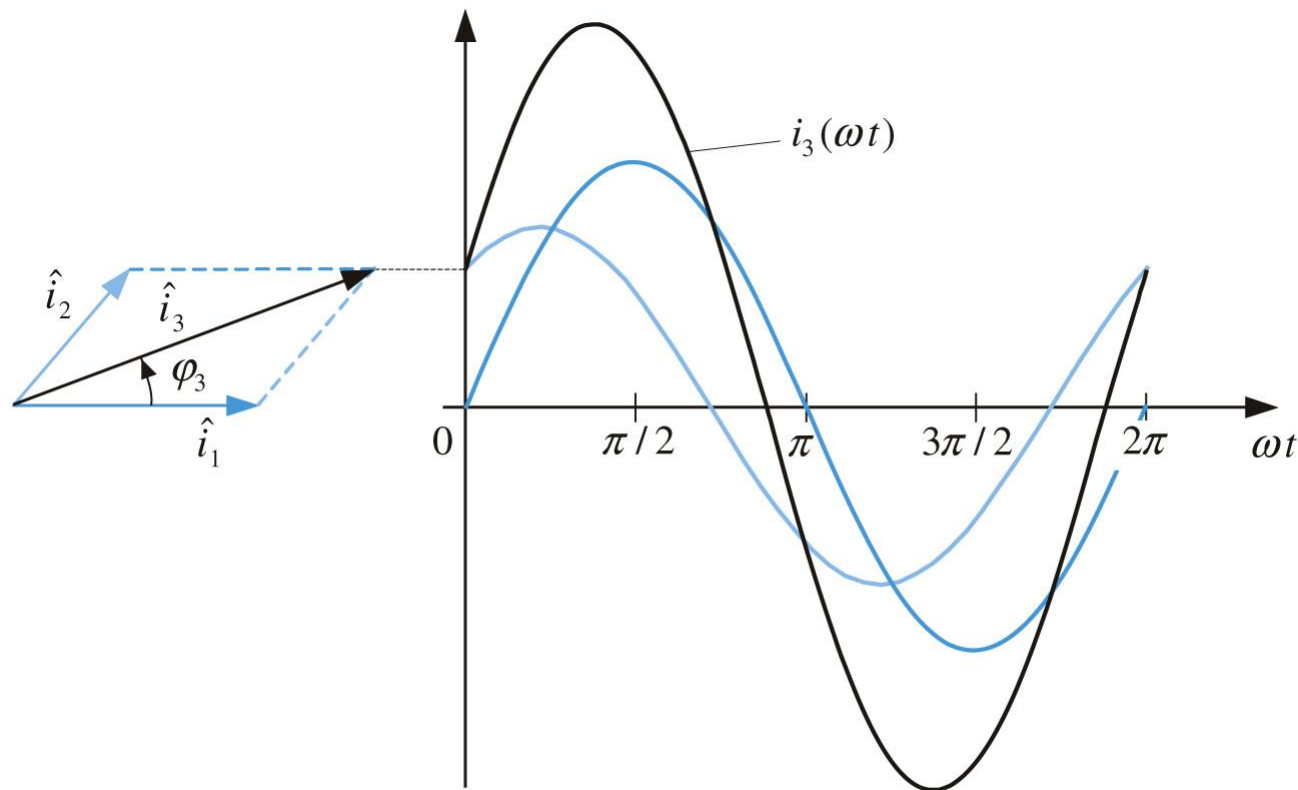


$$\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C}$$

Alle Zeiger rotieren mit derselben Kreisfrequenz  $\omega$ .

# Zeiger IV

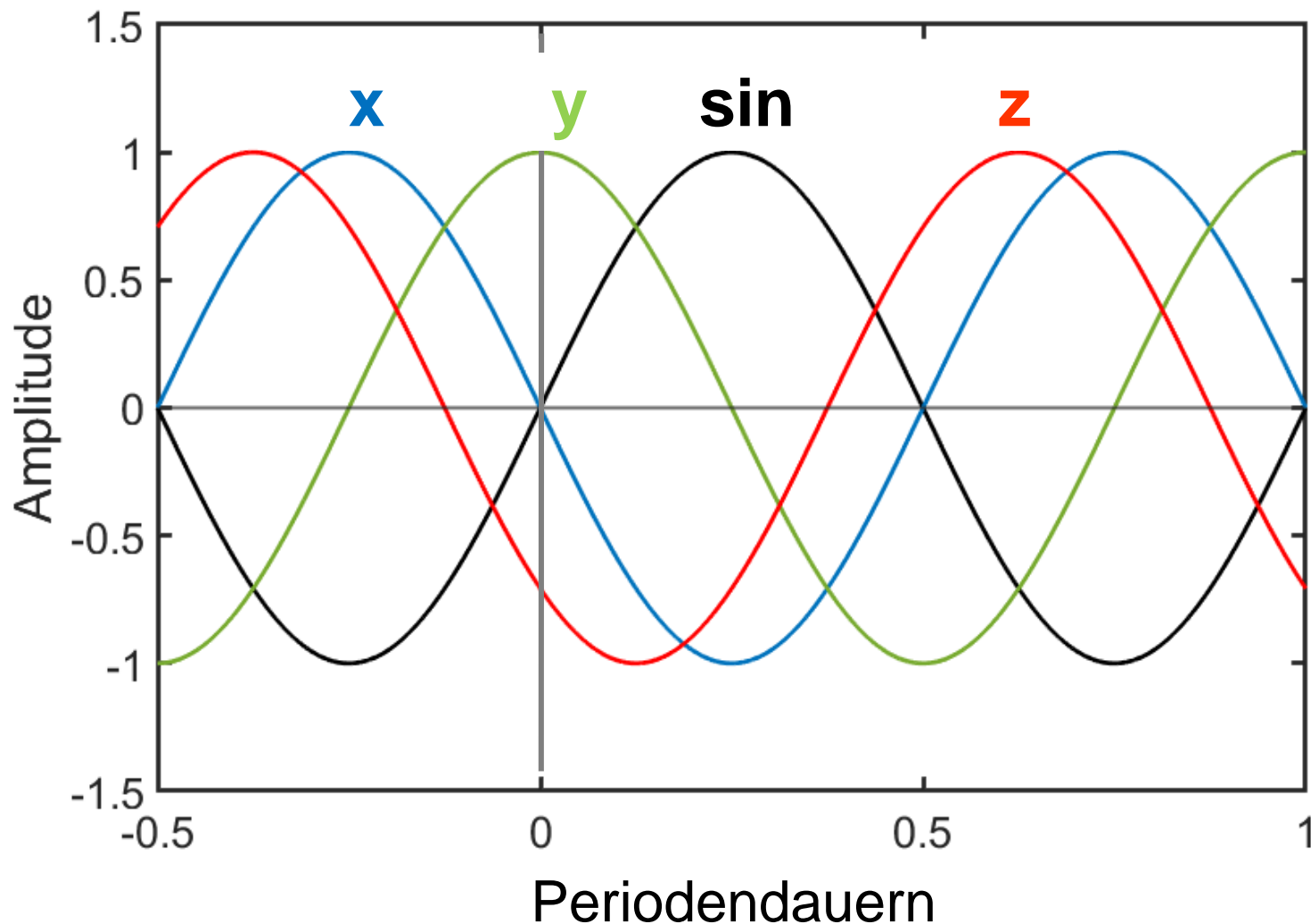
Sehr nützlich ist die Eigenschaft, dass die vektorielle Summe zweier Zeiger der algebraischen Summe der sinus/cosinusförmigen Zeitabhängigkeiten entspricht.



**Abbildung 8.3:** Addition von sinusförmigen zeitabhängigen Signalen

# Quiz zu Zeigern

Stellen Sie die Funktionen  $x$ ,  $y$  und  $z$  mit der Phasenlage unten als Zeiger dar, wobei der Zeiger für Sinus nach rechts gerichtet sein soll!



# Notizen

# Komplexe Zahlen I

Für Berechnungen können Zeiger als komplexe Zahlen ausgedrückt werden:

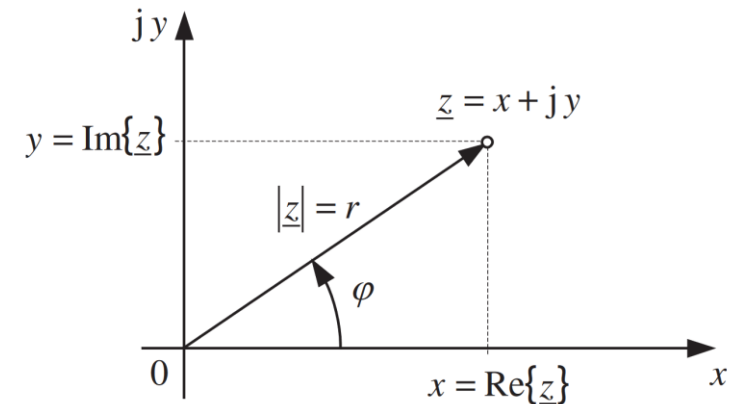
$$\underline{z} = x + jy = r(\cos(\varphi) + j \sin(\varphi))$$

mit  $j^2 = -1$

$x, y$ : kartesische Koordinaten

$r, \varphi$ : Polarkoordinaten

und  $\underline{z} = r e^{j\varphi} = r(\cos(\varphi) + j \sin(\varphi))$



**Abbildung E.1:** Komplexe Zahlenebene

Quelle: Albach, Elektrotechnik,  
Pearson Studium, 2020

wegen 
$$e^{j\varphi} = 1 + j\varphi + \frac{(j\varphi)^2}{2!} + \frac{(j\varphi)^3}{3!} + \frac{(j\varphi)^4}{4!} + \dots$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \operatorname{Re}\{\underline{z}\} = r \cos(\varphi) \\ y &= \operatorname{Im}\{\underline{z}\} = r \sin(\varphi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{beide Teile sind reel und} \\ \text{können auf die Physik} \\ \text{angewandt werden} \end{array}$$

# Komplexe Zahlen II

Wichtige Beziehungen mit komplexen Zahlen:

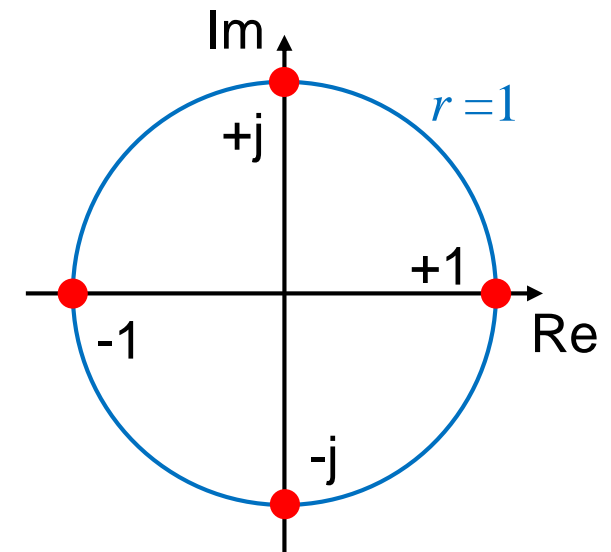
$$e^{j0^\circ} = e^{j0\pi} = +1$$

$$e^{j90^\circ} = e^{j\frac{\pi}{2}} = +j$$

$$e^{j180^\circ} = e^{j\pi} = -1$$

$$e^{j270^\circ} = e^{j\frac{3\pi}{2}} = e^{-j90^\circ} = -j$$

$$e^{j360^\circ} = e^{j2\pi} = +1$$



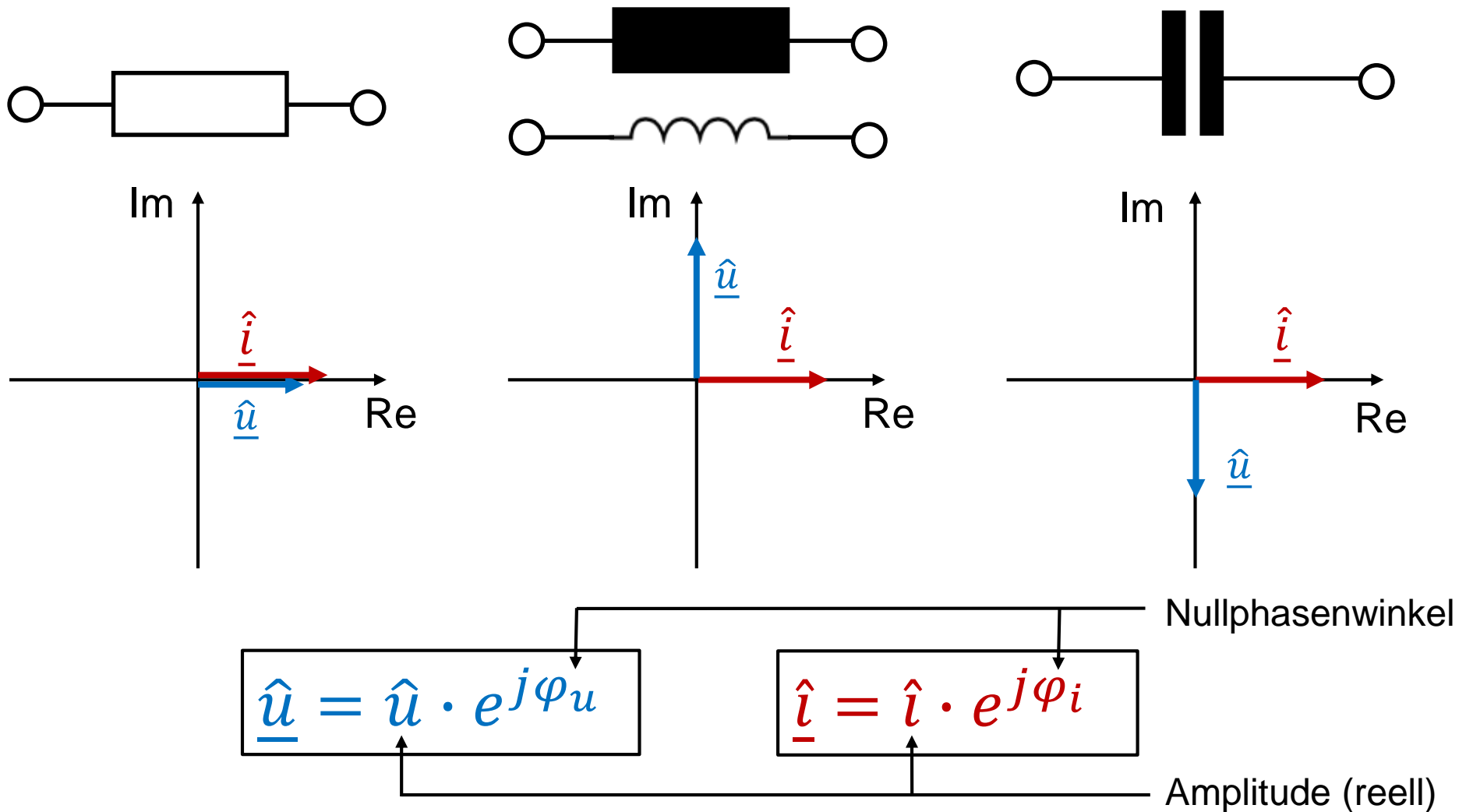
alternative Herleitung:

$$\frac{1}{j} = \frac{j}{j \cdot j} = \frac{j}{-1} = -j$$

$$\frac{1}{j} = \frac{1}{e^{j90^\circ}} = e^{-j90^\circ} = -j$$

# Komplexe Amplituden I

Die Ebene für ein Zeigerdiagramm wird als komplexe Zahlenebene aufgefasst, die Endpunkte eines Zeigers jeweils als komplexe Zahl:



# Komplexe Amplituden II

Komplexe Amplituden sind Darstellungen von sinus/cosinusförmigen Zeitabhängigkeiten mittels komplexer Zahlen.

Der Betrag der komplexen Amplitude ist gleich dem Scheitelwert, die Phase der komplexen Amplitude ist gleich dem Nullphasenwinkel. Also:

$$\text{(I) } x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \text{komplexe Amplitude: } \underline{\hat{x}} = \hat{x} \cdot e^{j\varphi}$$

oder: komplexer Momentanwert:  $\underline{x}(t) = \hat{x} \cdot e^{j\varphi} e^{j\omega t}$

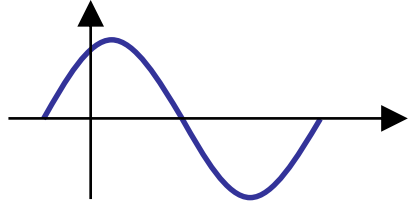
$$\text{(II) } x(t) = \hat{x} \cdot \cos(\omega t + \vartheta) \rightarrow \text{komplexe Amplitude: } \underline{\hat{x}} = \hat{x} \cdot e^{j\vartheta}$$

komplexer Momentanwert:  $\underline{x}(t) = \hat{x} \cdot e^{j\vartheta} e^{j\omega t}$

(Die Wahl zwischen Version I und Version II ist willkürlich. Sobald man sich aber einmal entschieden hat, muss bei Rechnungen streng konsistent vorgegangen werden.)

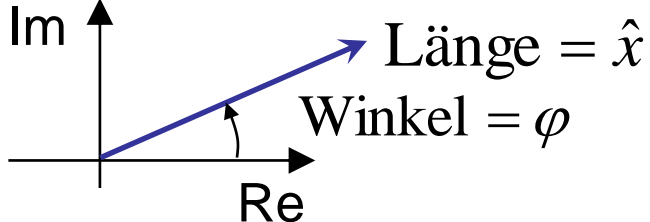
# Drei Darstellungsarten

Damit stehen uns drei Darstellungsarten zur Verfügung.

→ **REELLE DARSTELLUNG** ("Zeitbereich"):   $x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

→ **ZEIGERDARSTELLUNG:**  Länge =  $\hat{x}$   
Winkel =  $\varphi$

Mit Blick auf die folgende komplexe Darstellung wird die Ebene für ein Zeigerdiagramm als komplexe Zahlenebene aufgefasst.

 Länge =  $\hat{x}$   
Winkel =  $\varphi$

→ **KOMPLEXE DARSTELLUNG** ("Frequenzbereich"):

$$\underline{\hat{x}} = \hat{x} \cdot e^{j\varphi} \quad \text{oder auch} \quad \underline{x(t)} = \underline{\hat{x}} \cdot e^{j\omega t} \quad \left( \Rightarrow x(t) = \text{Im}\{\underline{x(t)}\} \right)$$

Bezug zur reellen Darstellung

# Nomenklatur von Sinusgrößen

$U$  = Gleichwert oder Effektivwert  $\left( = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \right)$  Herleitung: → Kap. 4

$u$  = Momentanwert (Zeitwert, Augenblickswert)

$\hat{u}$  = Amplitude (Scheitelwert)

$\bar{u}$  = Mittelwert

$|\bar{u}|$  = Gleichrichtwert

$u_{\text{eff}}$  = Effektivwert (unüblich)

$\underline{u}$  = komplexer Momentanwert

$\underline{\hat{u}}$  = komplexe Amplitude

$\underline{u}_{\text{eff}}$  = komplexer Effektivwert (unüblich)

$\underline{U}$  = komplexer Effektivwert  $\left( = \frac{\underline{\hat{u}}}{\sqrt{2}} \right)$  Herleitung: → Kap. 4

Analoges gilt  
für den Strom!

# Notizen

# Notizen

# Der komplexe Widerstand I



$$\underline{\hat{i}}_R = \hat{i}e^{j0^\circ} = \hat{i}$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{\hat{i}}_R} = \frac{U_R}{I_R} = R$$

$$\underline{\hat{u}}_R = R\hat{i}e^{j0^\circ} = R\hat{i}$$

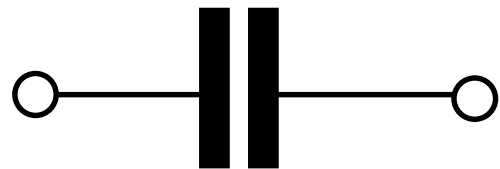


$$\underline{\hat{i}}_L = \hat{i}e^{j0^\circ} = \hat{i}$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{\hat{u}}_L}{\underline{\hat{i}}_L} = \frac{U_L}{I_L} = j\omega L$$



$$\underline{\hat{u}}_L = \omega L\hat{i}e^{j90^\circ} = j\omega L\hat{i}$$



$$\underline{\hat{i}}_C = \hat{i}e^{j0^\circ} = \hat{i}$$

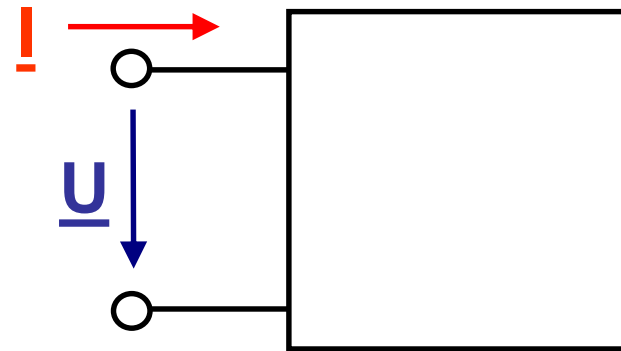
$$\underline{\hat{u}}_C = \frac{1}{\omega C}\hat{i}e^{-j90^\circ} = \frac{1}{j\omega C}\hat{i}$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{\hat{u}}_C}{\underline{\hat{i}}_C} = \frac{U_C}{I_C} = \frac{1}{j\omega C}$$

Dies ist die Herleitung des Ohmschen Gesetzes im Komplexen für R, L, C. Es gilt für komplexe Amplituden sowie für komplexe Effektivwerte.

# Der komplexe Widerstand II

Gegeben ist ein Zweipol mit komplexen Effektivwerten für Strom und Spannung:



Dann ist der komplexe Widerstand gegeben durch:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\varphi_u}}{I \cdot e^{j\varphi_i}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = \underbrace{Z}_{\text{Scheinwiderstand}} \cdot e^{j\varphi_z} = \underbrace{R}_{\text{Wirkwiderstand}} + j \cdot \underbrace{X}_{\text{Blindwiderstand}}$$

( $\varphi_z = \varphi_u - \varphi_i = \varphi$  = Phasenverschiebung der Spannung gegen den Strom)

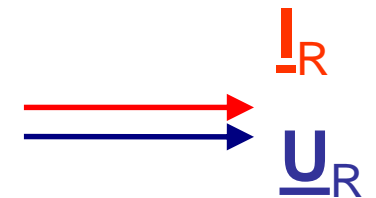
# Der komplexe Widerstand III

Für die Grundzweipole R, L und C ergibt sich:

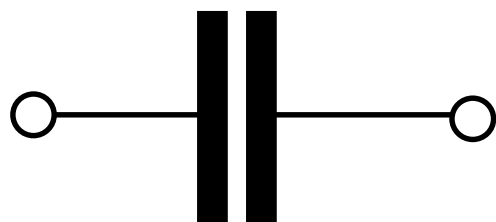
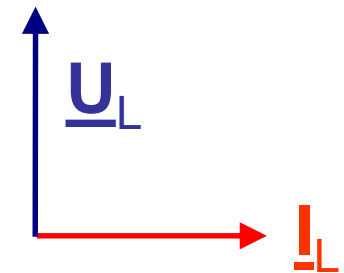
Zeigerdiagramme:



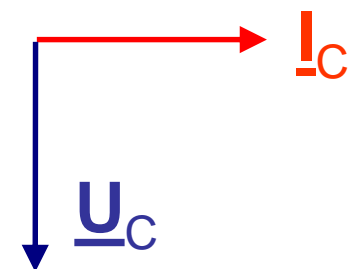
$$\underline{Z}_R = R$$



$$\underline{Z}_L = j\omega L$$

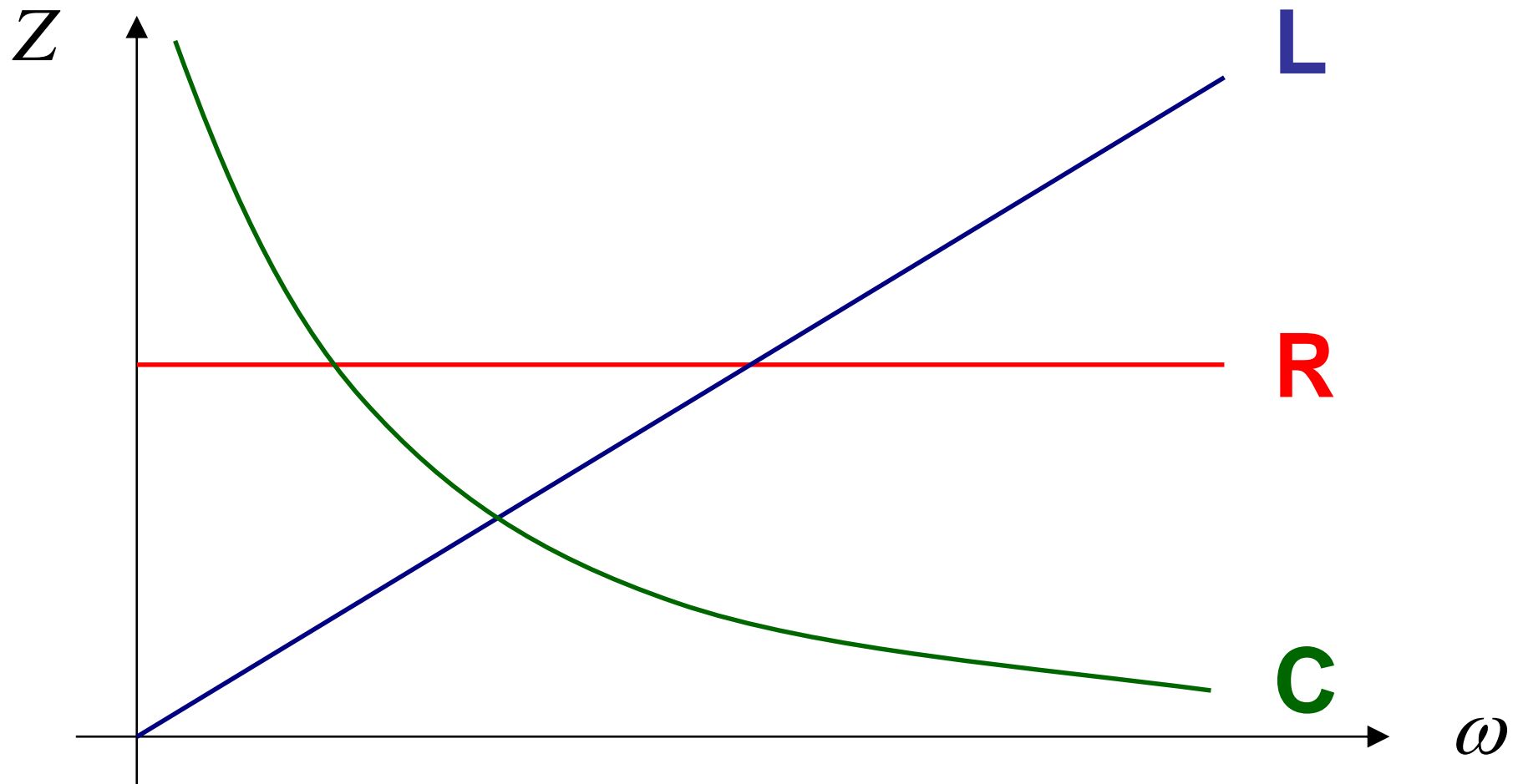


$$\underline{Z}_C = 1 / j\omega C$$

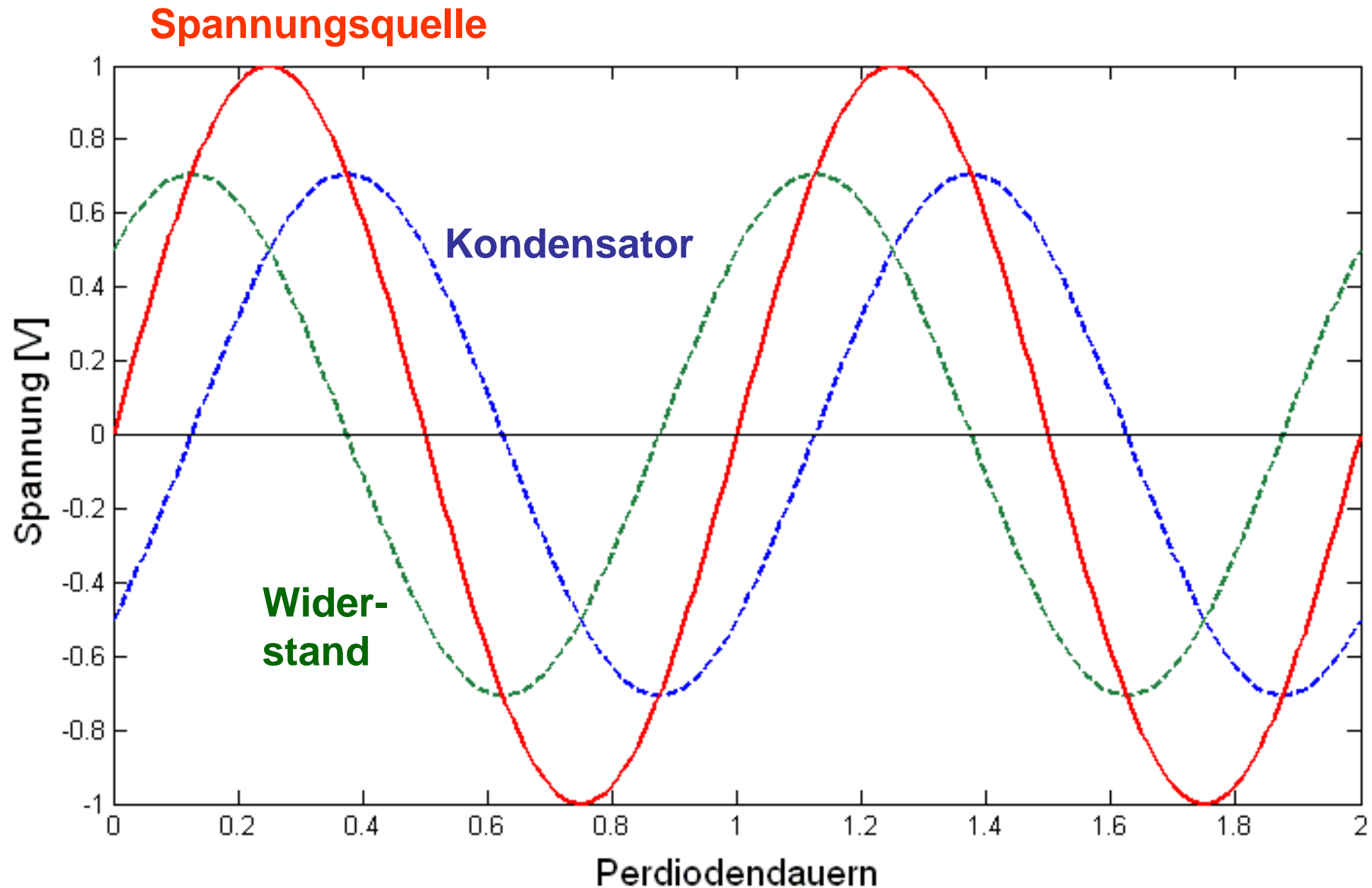


# Der komplexe Widerstand III

Scheinwiderstand der Grundzweipole über der Kreisfrequenz:

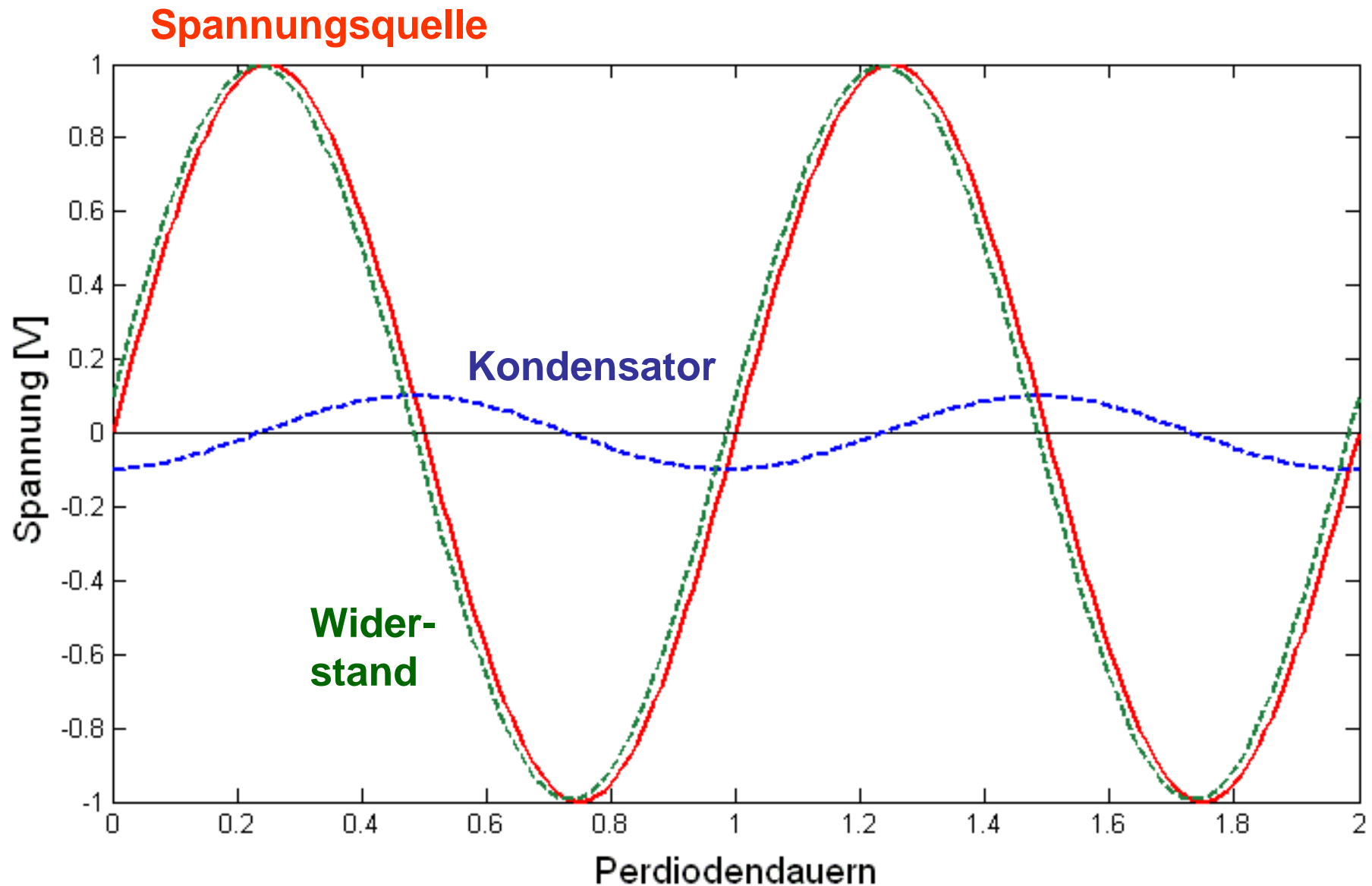


# RC-Reihenschaltung ( $\omega = 1/RC$ )



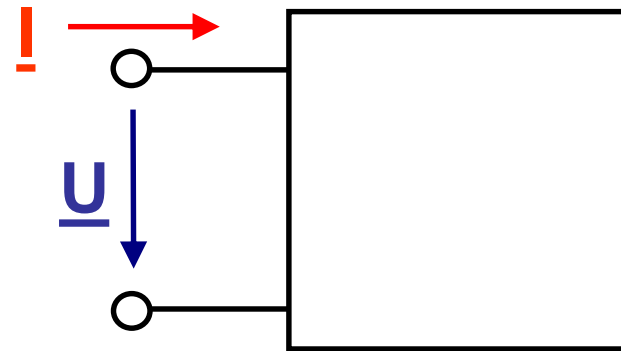
# Notizen

# RC-Reihenschaltung ( $\omega = 10/RC$ )



# Der komplexe Leitwert

Gegeben ist ein Zweipol mit komplexen Effektivwerten für Strom und Spannung:



Dann ist der komplexe Leitwert gegeben durch:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I \cdot e^{j\varphi_i}}{U \cdot e^{j\varphi_u}} = \frac{I}{U} \cdot e^{j(\varphi_i - \varphi_u)} = \underbrace{Y}_{\text{Scheinleitwert}} \cdot e^{j\varphi_y} = \underbrace{G}_{\text{Wirkleitwert}} + j \cdot \underbrace{B}_{\text{Blindleitwert}}$$

( $\varphi_y = \varphi_i - \varphi_u = -\varphi$  = Phasenverschiebung des Stromes gegen die Spannung)

## Wichtige Begriffe auf Englisch

Komplexer Widerstand	Complex impedance	$\underline{Z}$
Wirkwiderstand (Resistanz)	Resistance	$R = \text{Re}\{\underline{Z}\}$
Blindwiderstand (Reaktanz)	Reactance	$X = \text{Im}\{\underline{Z}\}$
Scheinwiderstand (Impedanz)	Impedance	$Z =  \underline{Z} $
Komplexer Leitwert	Complex admittance	$\underline{Y}$
Wirkleitwert (Konduktanz)	Conductance	$G = \text{Re}\{\underline{Y}\}$
Blindleitwert (Suszeptanz)	Susceptance	$B = \text{Im}\{\underline{Y}\}$
Scheinleitwert (Admittanz)	Admittance	$Y =  \underline{Y} $
Komplexe Leistung	Complex power	$\underline{S}$
Wirkleistung	Real power	$P = \text{Re}\{\underline{S}\}$
Blindleistung	Reactive power	$Q = \text{Im}\{\underline{S}\}$
Scheinleistung	Apparent power	$S =  \underline{S} $
Momentanleistung	Instantaneous power	$p(t)$
Mittlere Leistung	Average power	$\bar{p} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt$

# Fragen zur Selbstkontrolle

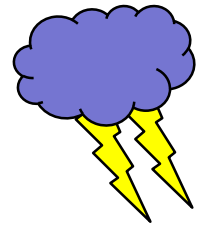
1. Wie lauten die Gleichungen für Strom und Spannung im Zeitbereich für die drei Grundzweipole R, L und C?
2. Wie lauten die Gleichungen für Strom und Spannung im Frequenzbereich für die Grundzweipole R, L und C?
3. Läuft die Spannung an der Spule dem Strom voraus – oder ist es umgekehrt?
4. Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für Spannung und Strom an einem Kondensator!
5. Für ein Bauelement gelte  $\underline{Z} = 5 \cdot \exp(j \cdot 60^\circ) \Omega$ . Wie groß sind dann Schein-, Wirk- und Blindwiderstand?
6. Wie hängen komplexer Momentanwert, komplexe Amplitude und komplexer Effektivwert zusammen?

# Übungsaufgabe 3

Sinusförmige Ströme bzw. Spannungen gleicher Frequenz addieren sich in Netzwerken (Kirchhoffsche Regeln!) zu sinusförmigen Strömen bzw. Spannungen derselben Frequenz.

- a) Zeigen Sie dies explizit für die folgende Addition zweier Spannungen, d.h. leiten Sie Formeln für  $\hat{u}_3$  und  $\mathcal{G}$  her.

$$\hat{u}_3 \cdot \sin(\omega t + \mathcal{G}) = \hat{u}_1 \cdot \sin(\omega t) + \hat{u}_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$



- b) Was ergibt sich aus Ihren Formeln für die Nullphasenwinkel  $\varphi = 0$  Grad,  $\pm 90$  Grad,  $\pm 120$  Grad und  $\pm 180$  Grad bei  $\hat{u}_1 = \hat{u}_2$  ?
- c) Zeichnen Sie Zeigerdiagramme zu allen Beispielen aus Teilaufgabe b und berechnen Sie  $\hat{u}_3$  und  $\mathcal{G}$  geometrisch!
- d) Überlegen Sie, ob es ein RLC-Netzwerk geben könnte mit:

$$\hat{u}_1 = \hat{u}_2 > 0 \quad \text{und} \quad \hat{u}_3 = 0$$

# Übungsaufgabe 4

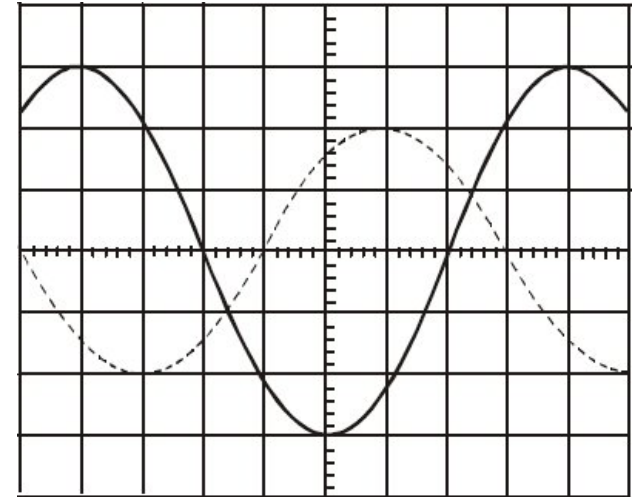
Mit einem Oszilloskop wird die Zeitabhängigkeit von zwei Sinus-Signalen gemessen:

$u_1(t)$  = ausgezogene Linie

$u_2(t)$  = gestrichelte Linie

Horizontalablenkung: 1 ms / Einheit

Vertikalablenkung: 5 Volt / Einheit



- Geben Sie für beide Signale jeweils Amplitude Periodendauer, Frequenz und Kreisfrequenz an!
- Geben Sie für beide Signale mit der Darstellung als  $\sin(\omega t + \varphi)$  bzw.  $\cos(\omega t + \vartheta)$  jeweils die Nullphasenwinkel an!
- Geben Sie für beide Signale mit der Darstellung als  $u(t) = \sqrt{2} \cdot \text{Re}[\underline{U} \cdot e^{j\omega t}]$  jeweils  $\underline{U}$  mit Betrag und Phase bzw. Real- und Imaginärteil an!
- Zeichnen Sie den Verlauf einer weiteren Spannung  $u_3(t)$  mit  $f = 100$  Hz und  $\underline{U}_3 = (15 - j \cdot 10)$  V ein!

- 3 -

"Kirchhoff im Komplexen"  
Einfache Sinusstromkreise  
Strom- und Spannungsteiler

# "Kirchhoff im Komplexen I"

Die Kirchhoffschen Gesetze hatten wir verallgemeinert für zeitabhängige Ströme und Spannungen zu:

**Knotenregel**

$$\sum_{\text{Knoten}} i(t) = 0$$

**Maschenregel**

$$\sum_{\text{Masche}} u(t) = 0$$

Für Sinusgrößen kann dies unter Benützung komplexer Größen wie folgt geschrieben werden:

$$\sum_{\text{Knoten}} \text{Im} \{ \underline{i}(t) \} = 0$$

$$\Rightarrow \text{Im} \left\{ \sum_{\text{Knoten}} \underline{i}(t) \right\} = 0$$

$$\text{Im} \left\{ \sum_{\text{Knoten}} \left[ \hat{i} \cos(\omega t + \varphi) + j \hat{i} \sin(\omega t + \varphi) \right] \right\} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{\text{Knoten}} \underline{i}(t) = 0$$

$$\sum_{\text{Masche}} \text{Im} \{ \underline{u}(t) \} = 0$$

$$\Rightarrow \text{Im} \left\{ \sum_{\text{Masche}} \underline{u}(t) \right\} = 0$$

$$\text{Im} \left\{ \sum_{\text{Masche}} \left[ \hat{u} \cos(\omega t + \varphi) + j \hat{u} \sin(\omega t + \varphi) \right] \right\} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{\text{Masche}} \underline{u}(t) = 0$$

# Notizen

# Notizen

# "Kirchhoff im Komplexen II"

Die Kirchhoffschen Gesetze hatten wir verallgemeinert für zeitabhängige Ströme und Spannungen zu:

**Knotenregel**

$$\sum_{\text{Knoten}} i(t) = 0$$

**Maschenregel**

$$\sum_{\text{Masche}} u(t) = 0$$

Für Sinusgrößen kann dies unter Benützung komplexer Größen wie folgt geschrieben werden:

$$\sum_{\text{Knoten}} \underline{\hat{i}}(t) = 0$$

$$\sum_{\text{Masche}} \underline{\hat{u}}(t) = 0$$

Ebenso gilt:

$$\sum_{\text{Knoten}} \hat{i} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{\text{Knoten}} \underline{I} = 0$$

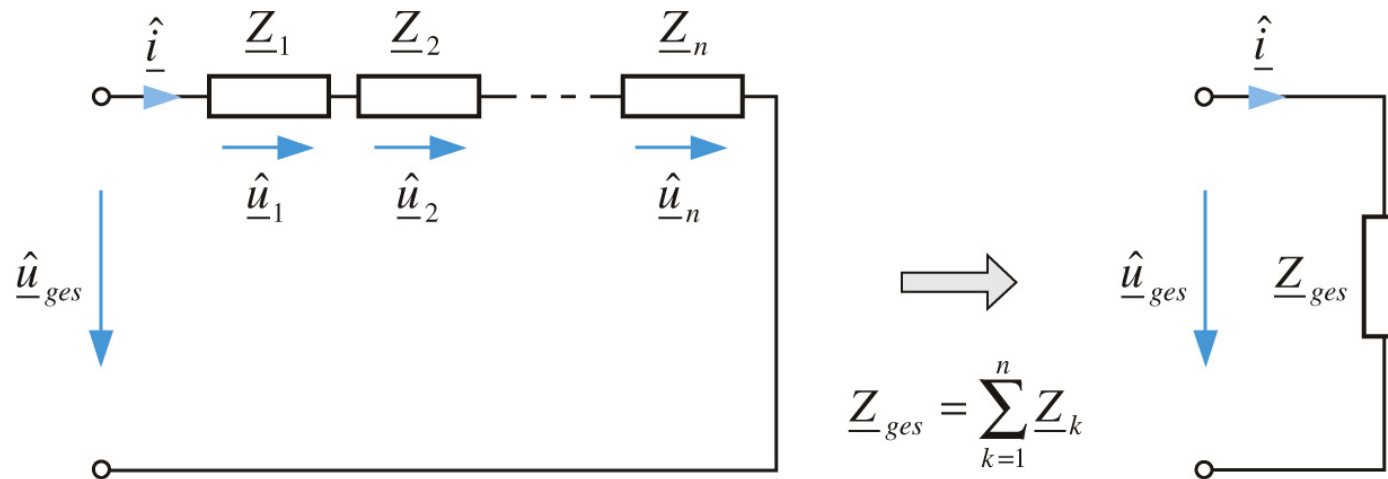
$$\sum_{\text{Masche}} \hat{u} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{\text{Masche}} \underline{U} = 0$$

# Notizen

# Notizen

# Reihenschaltung komplexer Widerstände

Bei der Reihenschaltung werden die Impedanzen addiert:



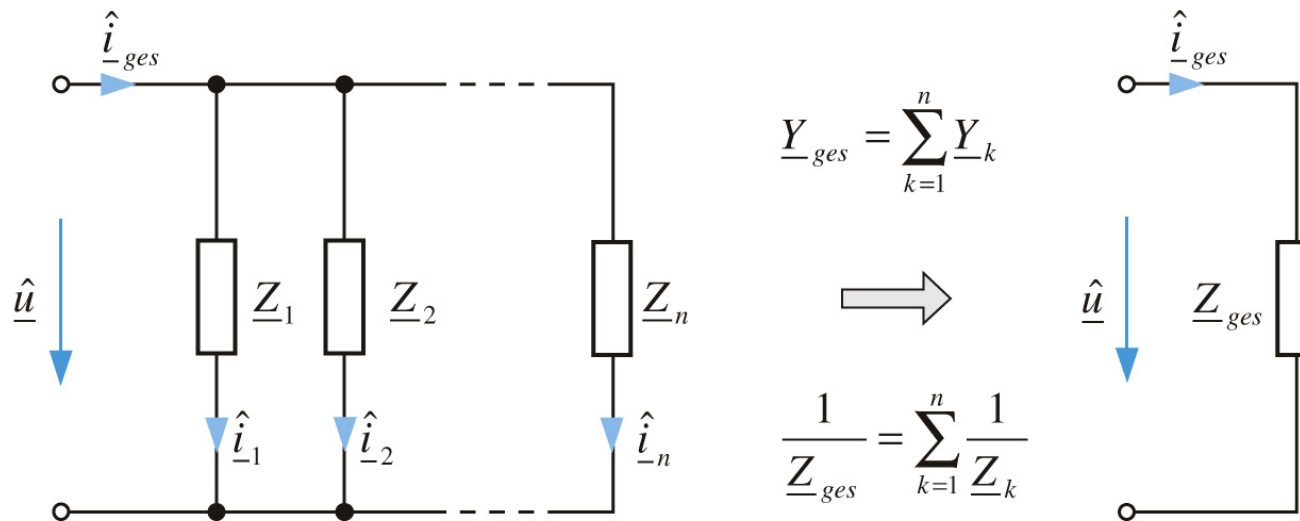
**Abbildung 8.11:** Reihenschaltung von komplexen Widerständen

# Notizen

# Notizen

# Parallelschaltung komplexer Widerstände

Bei der Parallelschaltung werden die Admittanzen addiert:



**Abbildung 8.12:** Parallelschaltung von komplexen Widerständen

# Berechnung von Netzwerken\*

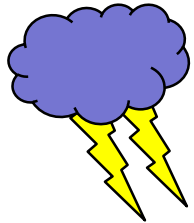
„Zeit-Bereich“  
„Original-Bereich“

„Frequenz-Bereich“  
„Bild-Bereich“

(gilt analog mit komplexen Effektivwerten  
und komplexen Momentanwerten)

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$$

$$\underline{\hat{u}}_R = R \cdot \underline{\hat{i}}_R$$



$$u_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} [i_L(t)]$$

$$\underline{\hat{u}}_L = j\omega L \cdot \underline{\hat{i}}_L$$



$$i_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt} [u_C(t)]$$

$$\underline{\hat{i}}_C = j\omega C \cdot \underline{\hat{u}}_C$$

$$\sum_{\text{Knoten}} i(t) = 0 \quad \sum_{\text{Masche}} u(t) = 0$$

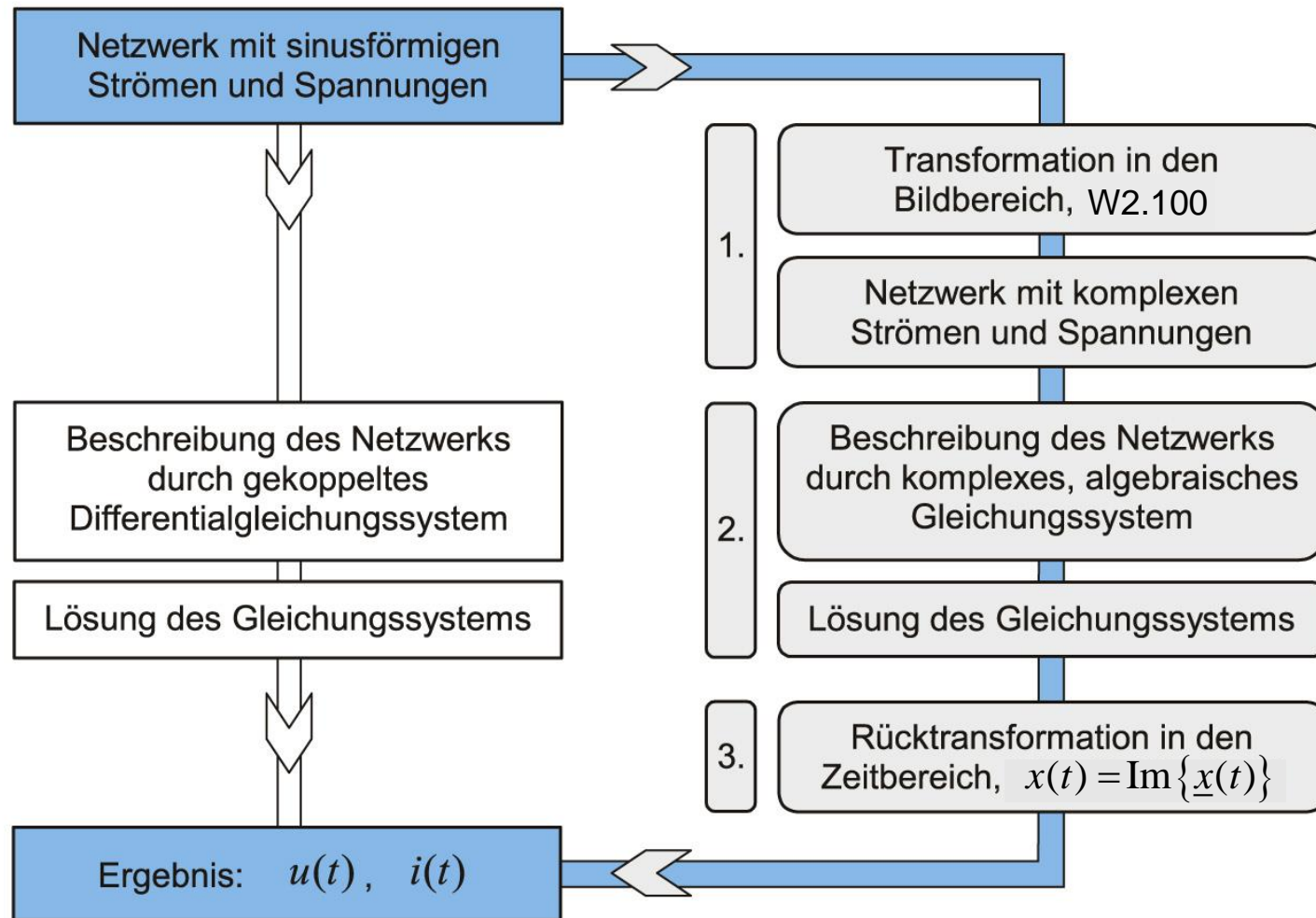
$$\sum_{\text{Knoten}} \underline{\hat{i}} = 0 \quad \sum_{\text{Masche}} \underline{\hat{u}} = 0$$

Differentiation/Integration von sin-Funktionen,  
Addition von sin-Funktionen

Multiplikation komplexer Zahlen,  
Addition komplexer Zahlen

(\* mit sinus-/cosinus-förmiger Zeitabhängigkeit aller Ströme und Spannungen)

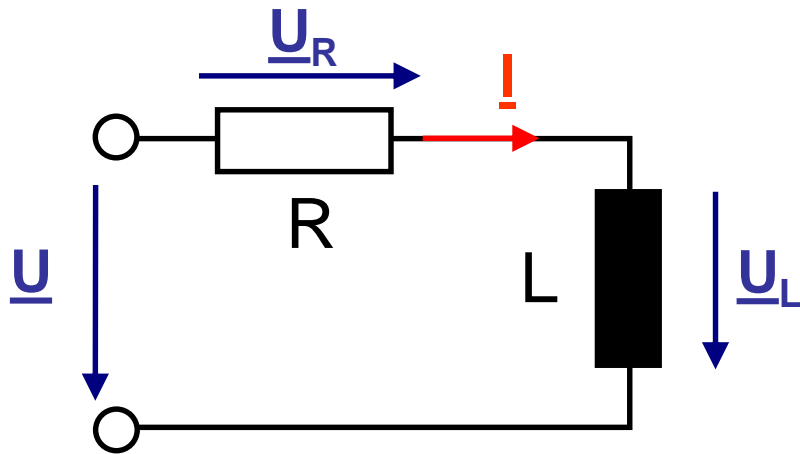
# Verfahren der komplexen Wechselstromrechnung



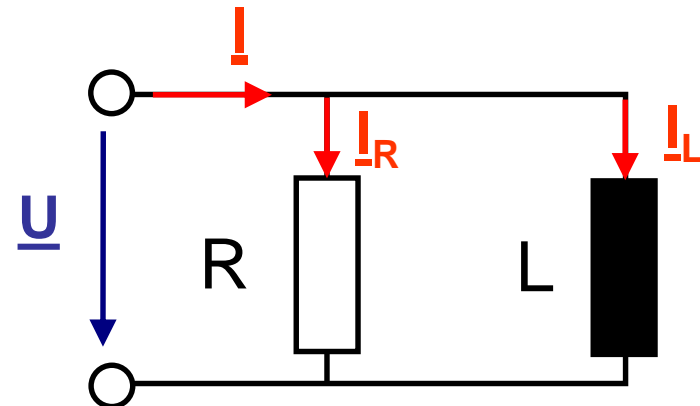
**Abbildung 8.13:** Gegenüberstellung der beiden unterschiedlichen Vorgehensweisen

# Einfache Sinusstromkreise I

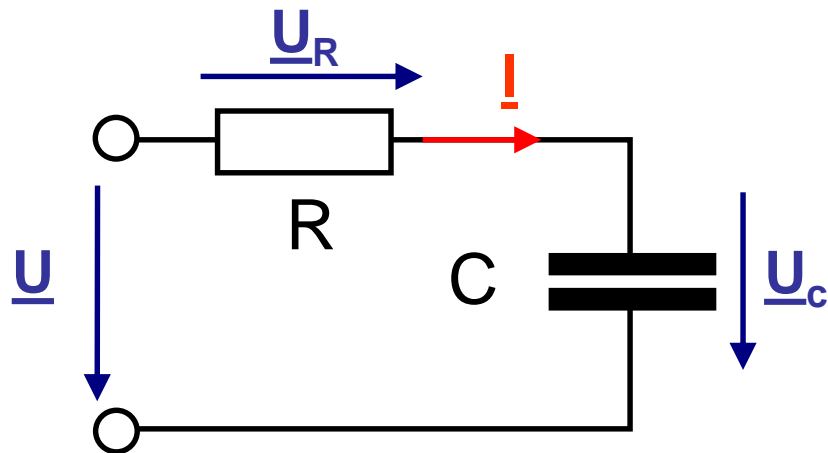
Schaltbilder mit Zählpfeilen



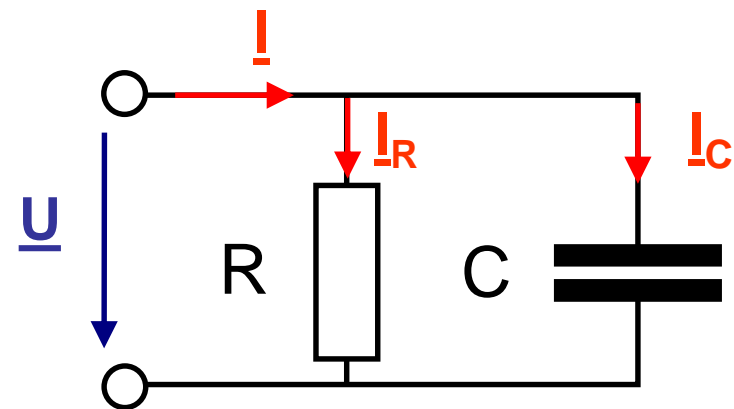
RL-Reihenschaltung



RL-Parallelschaltung



RC-Reihenschaltung



RC-Parallelschaltung

# Einfache Sinusstromkreise II

komplexe Widerstände

komplexe Admittanzen

$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

RL-Reihenschaltung

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}$$

RL-Parallelschaltung

$$\underline{Z} = R - j\frac{1}{\omega C}$$

RC-Reihenschaltung

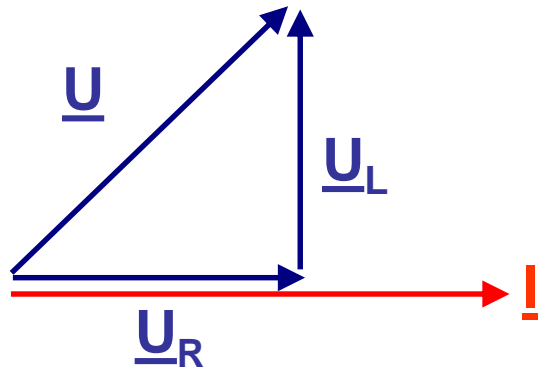
$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

RC-Parallelschaltung

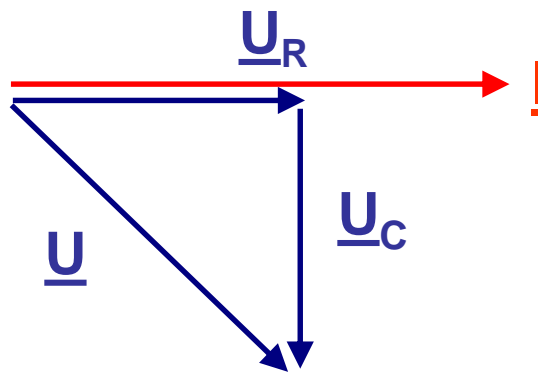
# Einfache Sinusstromkreise III

## Zeigerdiagramme

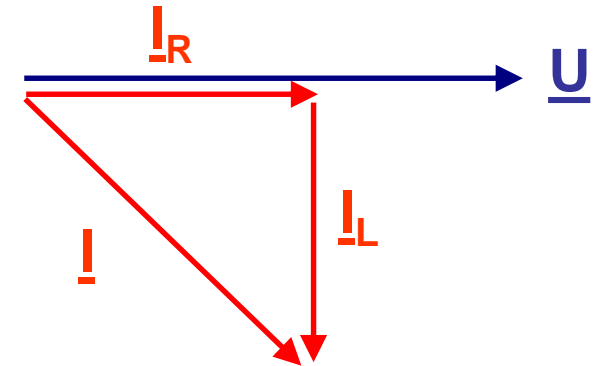
- Zwischen Zeigern und Zählpfeilen muss streng unterschieden werden!
- Zu jedem ZD gehört stets ein Schaltbild mit Zählpfeilen!
- Zeiger können im Zeigerdiagramm beliebig verschoben werden unter Beibehaltung ihrer Länge und Orientierung.



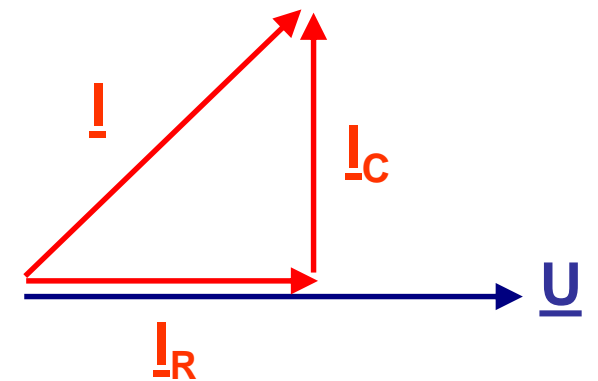
RL-Reihenschaltung



RC-Reihenschaltung



RL-Parallelschaltung



RC-Parallelschaltung

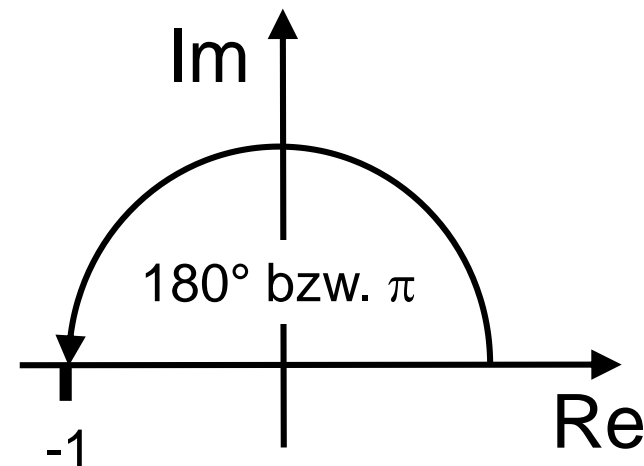
# Die Top Ten der schönsten mathematischen Sätze



Darin auf Platz 1:

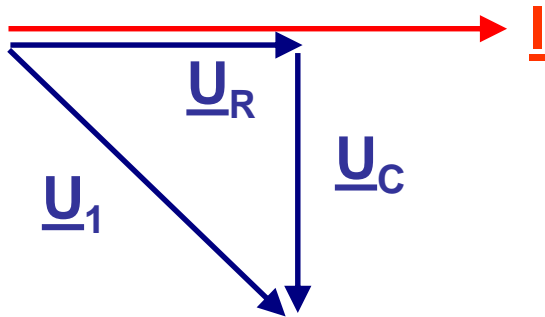
$$e^{j\pi} = -1$$

„Eulersche Identität“

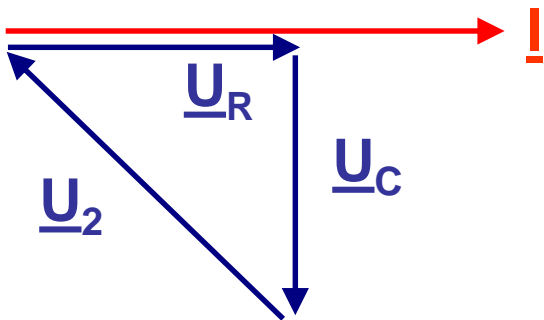


# Die Bedeutung von $e^{j\pi} = -1$ in der Elektrotechnik II

## Zeigerdiagramme



$$\underline{U}_R + \underline{U}_C - \underline{U}_1 = 0$$



$$\underline{U}_R + \underline{U}_C + \underline{U}_2 = 0$$

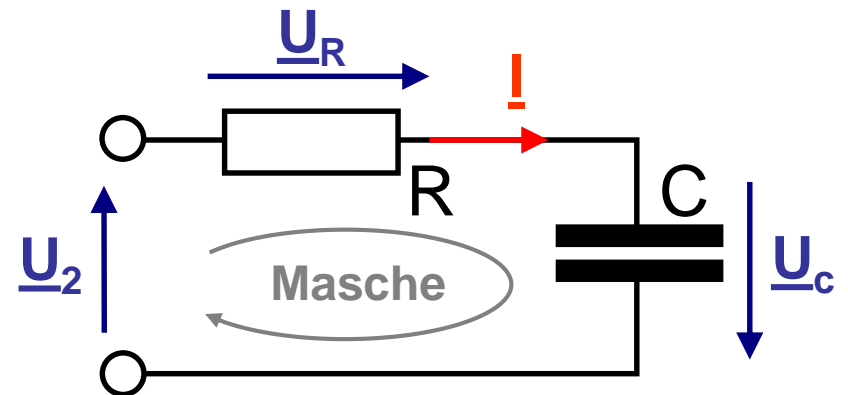
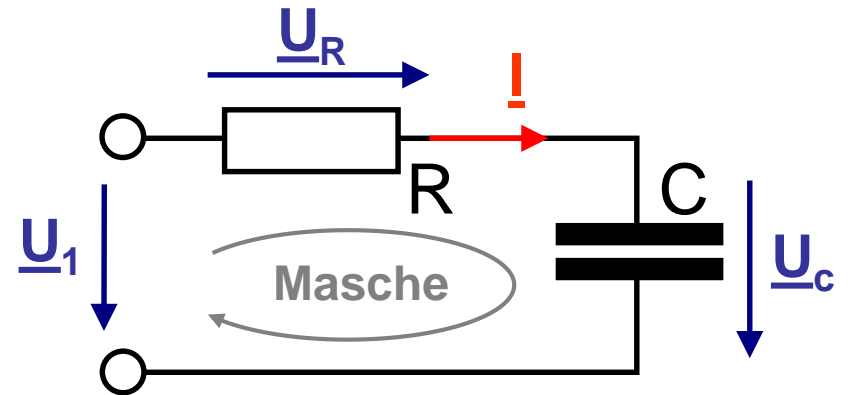
$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot e^{j180^\circ} \longrightarrow \underline{U}_1 \cdot e^{j180^\circ} = -\underline{U}_1 \longleftarrow -\underline{U}_1 = \underline{U}_2$$

 $\Rightarrow$ 

$$e^{j\pi} = -1$$

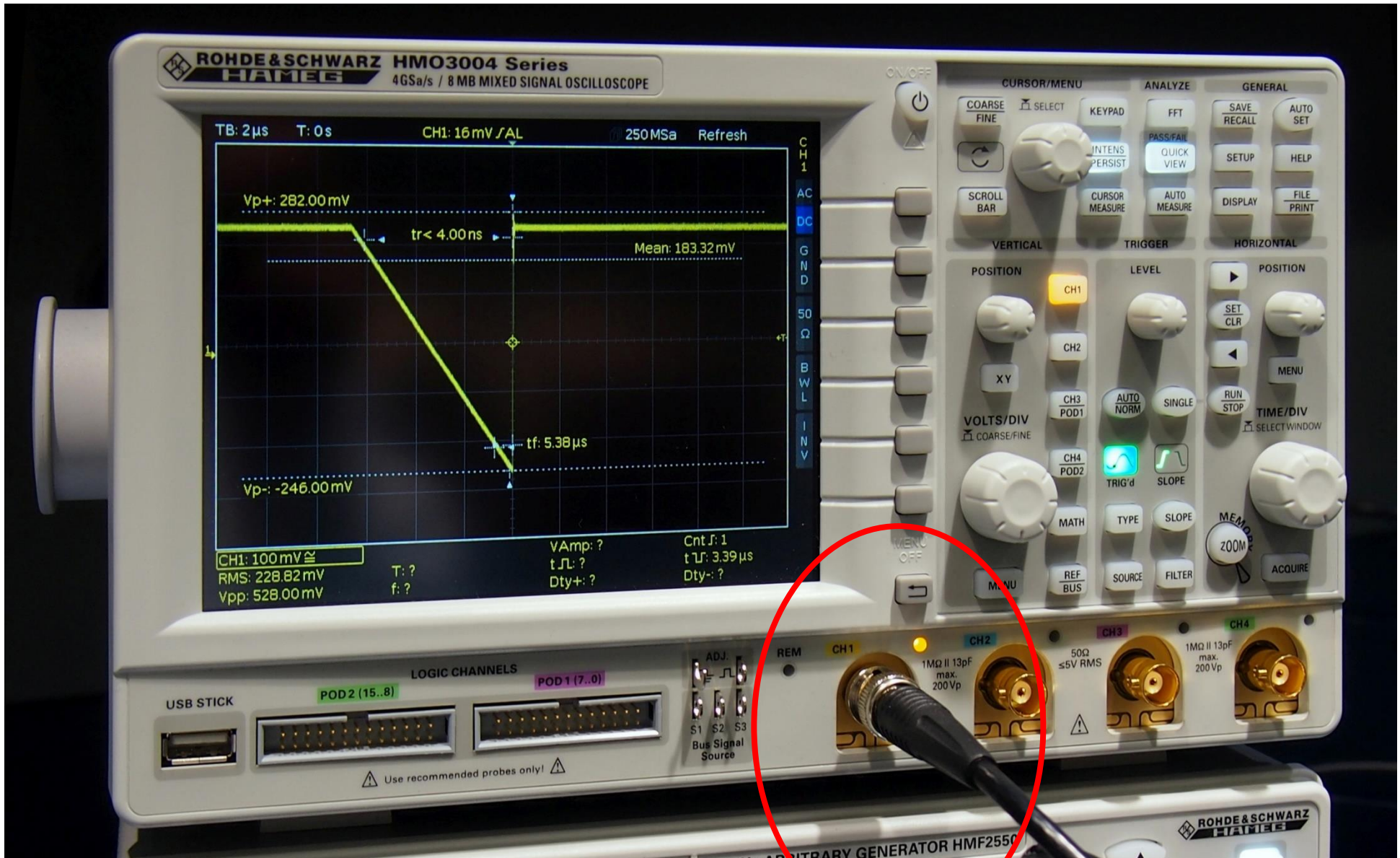
Phasendrehung  
eines Zeigers um  $180^\circ$   $\hat{=}$

## Schaltbilder



Umkehr der Richtung  
des zugehörigen Zählpfeiles

# Oszilloskopeingang I

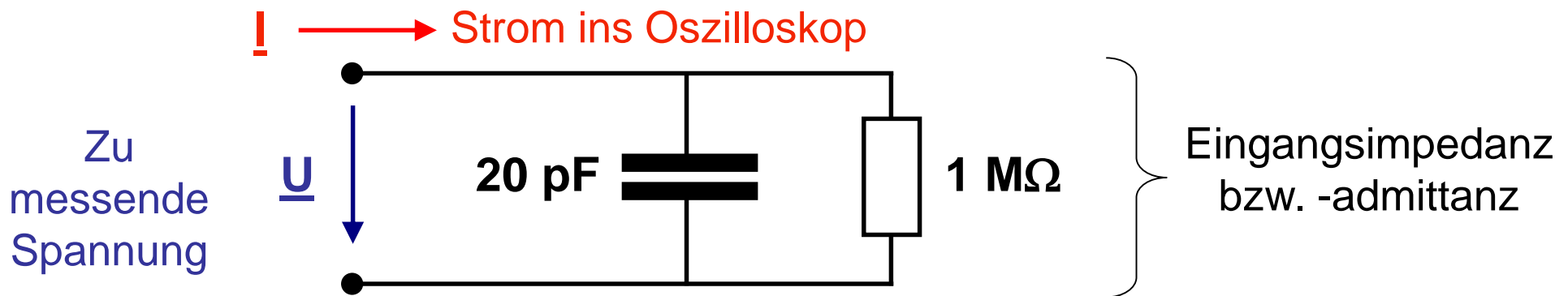


# Oszilloskopeingang II

Oszilloskope bzw. deren Tastköpfe haben oft sehr hochohmige Eingangswiderstände (warum?).

Oft existiert aber auch noch eine parallel geschaltete, so genannte "parasitäre" Kapazität, die durch den Aufbau des Einganges ungewollt zustande kommt.

Ein einfaches Ersatzschaltbild sieht dann so aus:

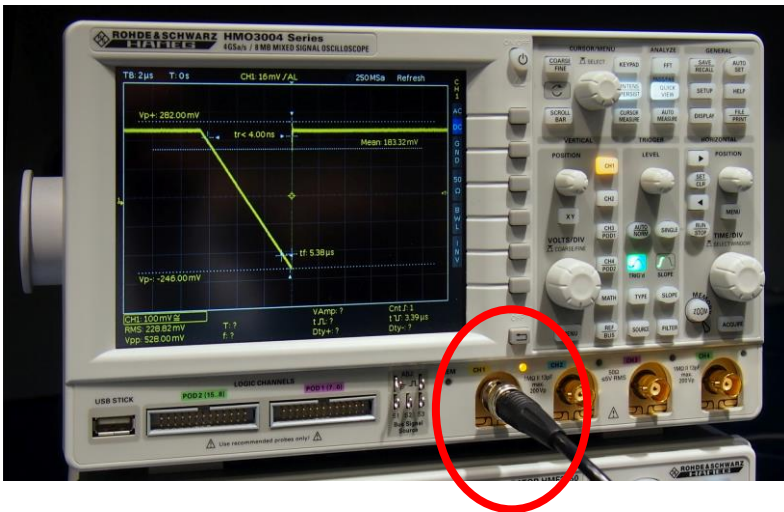


# Notizen

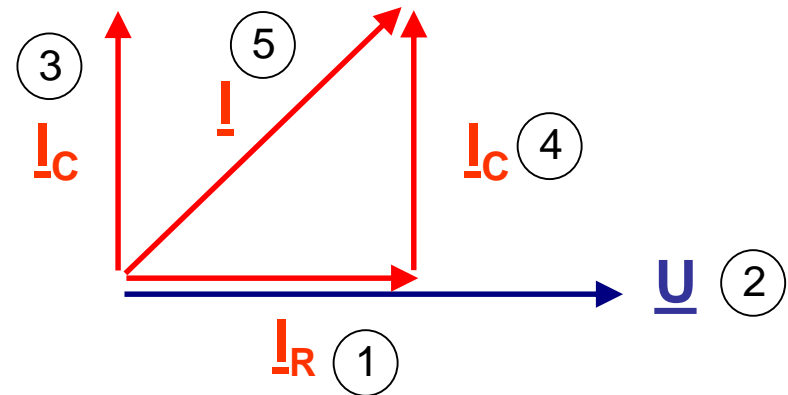
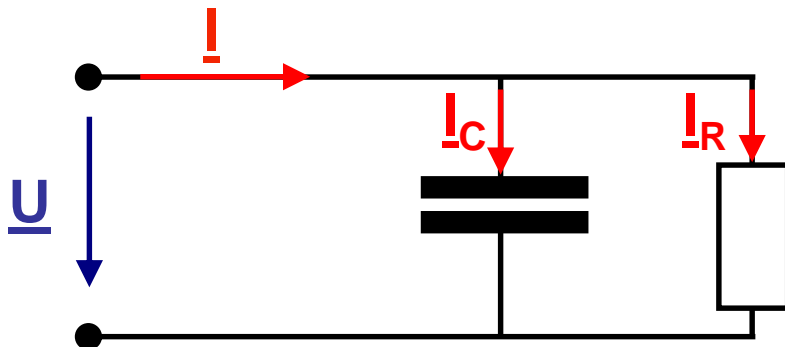
# Notizen

# Quiz zu Oszilloskopeingang

Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Spannungen und Ströme der folgenden Schaltung!



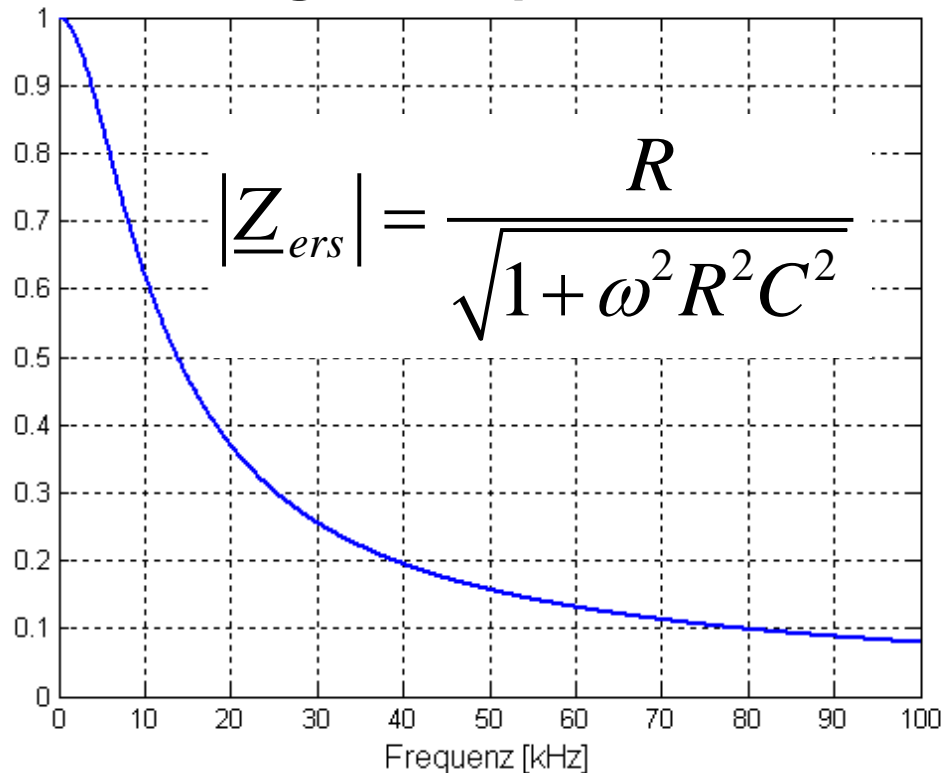
$$\underline{Z}_{ers} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{1/R + j\omega C}$$



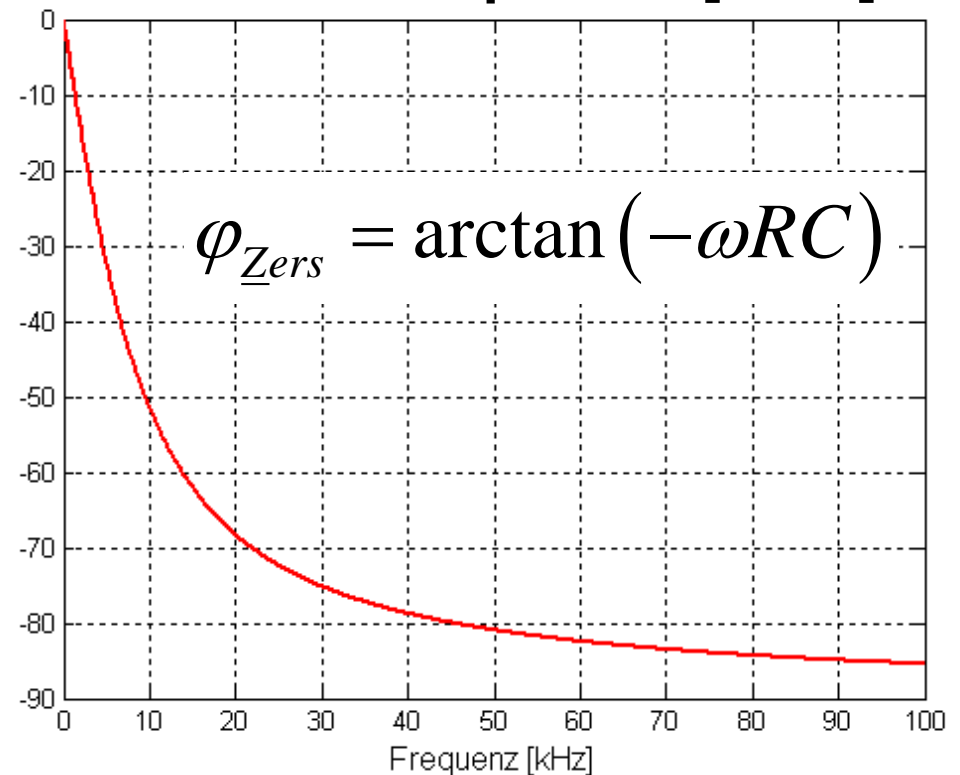
Reihenfolge der Schritte  
zur Entwicklung des ZD: ① ... ⑤

# Oszilloskopeingang III

Betrag der Impedanz [ $M\Omega$ ]



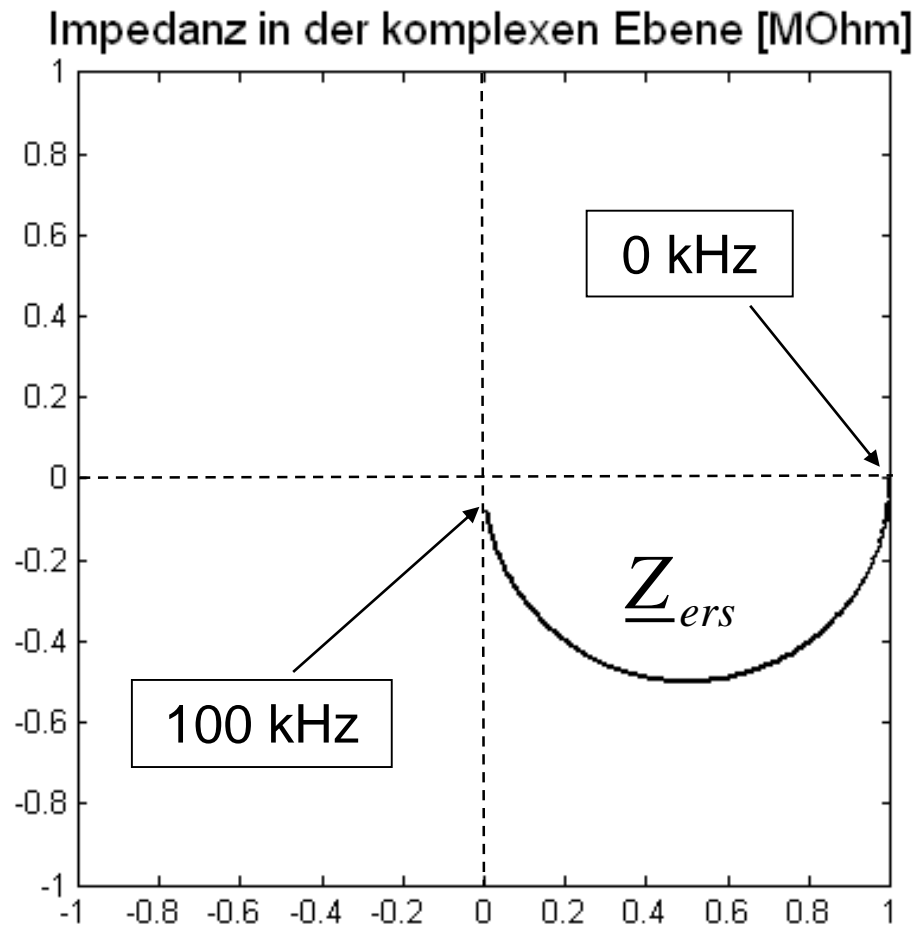
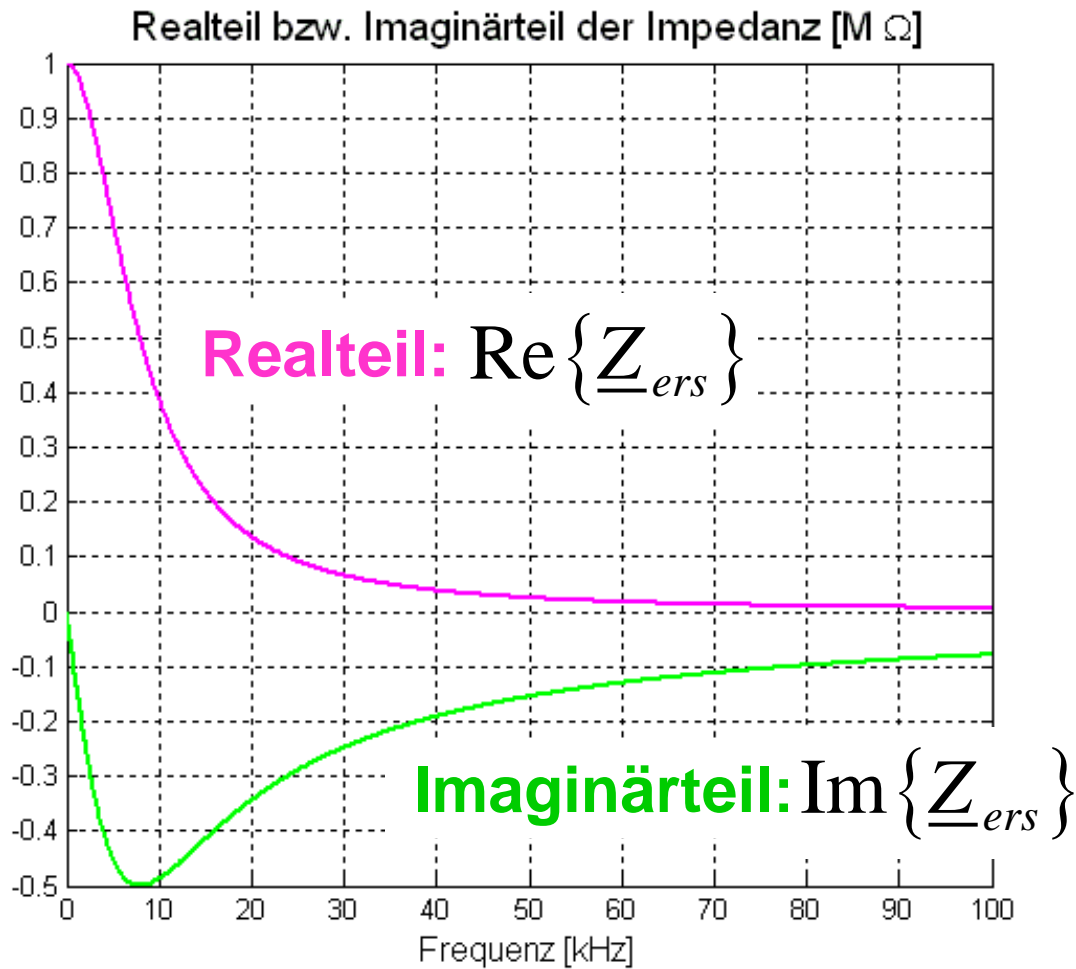
Phase der Impedanz [Grad]



→ je höher die Frequenz,  
desto kleiner ist die  
Eingangsimpedanz

→ je höher die Frequenz,  
desto mehr nähert sich  
die Phase  $-90^\circ$  an

# Oszilloskopeingang IV

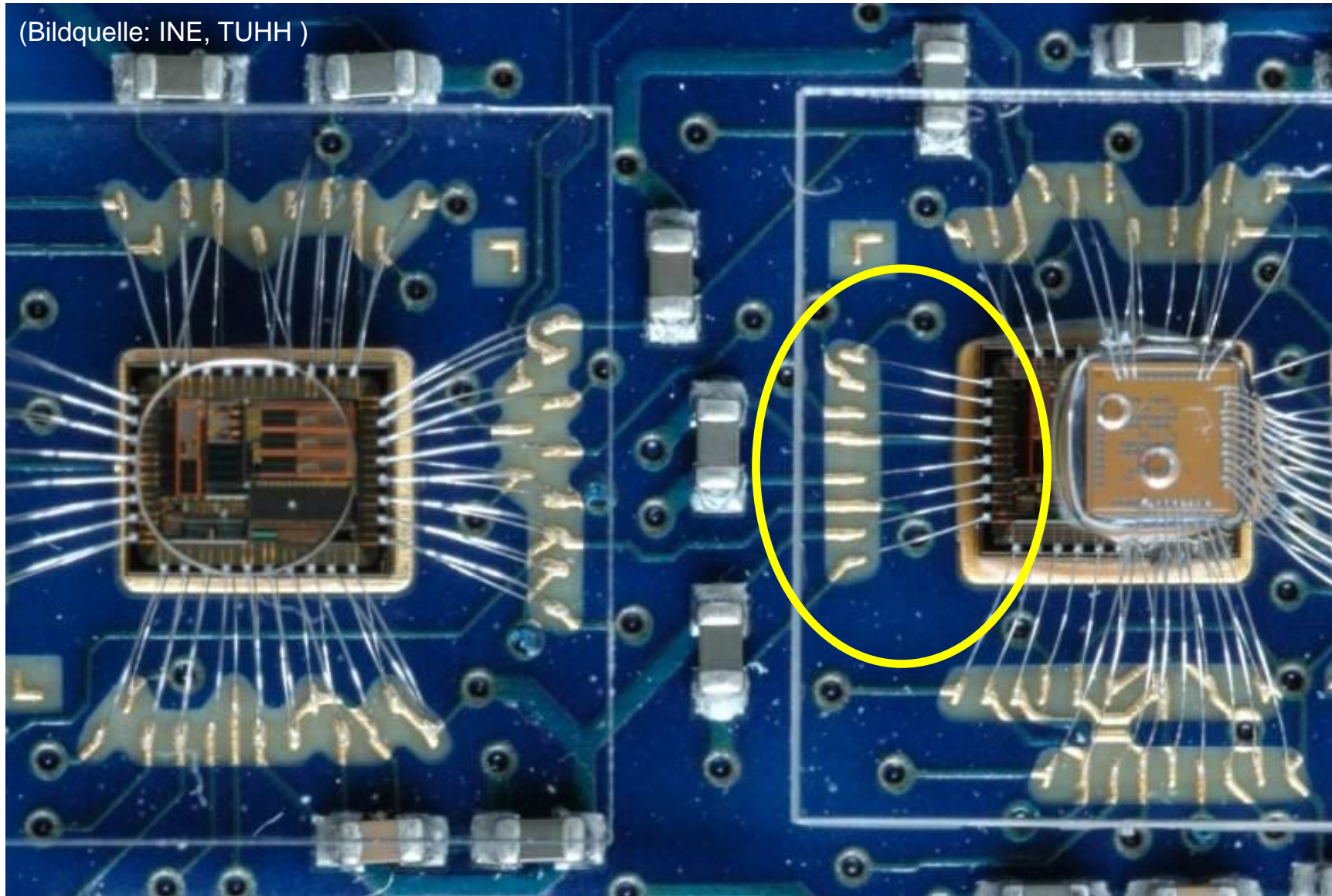


# Oszilloskopeingang V

Die Kurvenverläufe dieses Beispiels können übrigens sehr einfach mit MATLAB generiert werden:

```
>> f=(0:1e2:1e5); % Frequenzvektor
>> C=20e-12; R=1e6; % Definition von R und C
>> Z=1./(j*2*pi*f*C+(1/R)); % Berechnung der Impedanz
>> plot(f,abs(Z)); % Betrag über Frequenz
>> plot(f,phase(Z)*(180/pi)) % Phase über "
>> plot(f,real(Z)); % Realteil über "
>> plot(f,imag(Z)); % Imaginärteil über "
>> plot(real(Z),imag(Z)); % Ortskurve
```

# Chip-Interconnect I



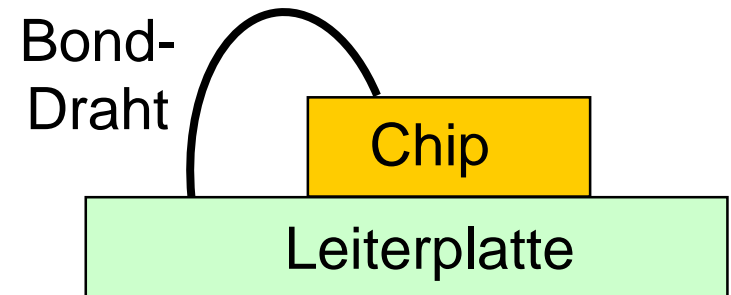
Bestückte Leiterplatte für EKG-System (F. Wagner, Institut für Nanoelektronik, TUHH)

# Chip-Interconnect II

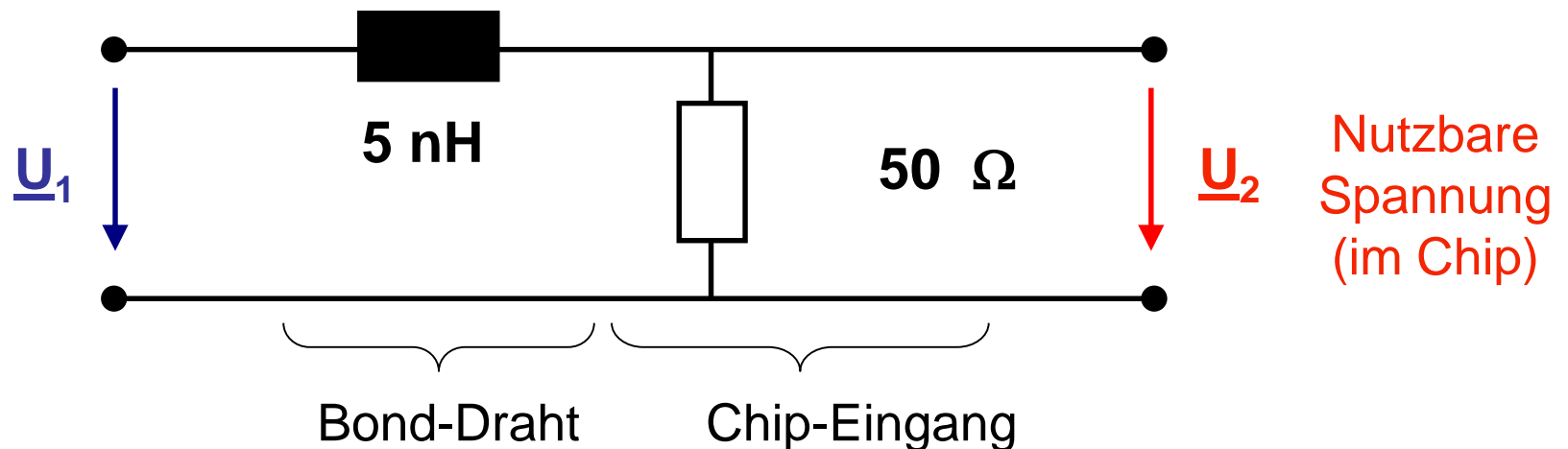
Chips bzw. die integrierten Schaltungen auf ihnen müssen mit der Außenwelt elektrisch verbunden werden.

Diese Interconnects (Verbindungen) sind manchmal sog. Bond-Drähte.

Letztere stellen oft eine parasitäre Induktivität dar:



Anliegende Spannung  
(auf der Leiterplatte)



Nutzbare Spannung  
(im Chip)

# Notizen

# Notizen

# zu Chip-Interconnect II:

Berechnung von Betrag und Phase von  $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{j\omega L + R} \cdot \frac{(R - j\omega L)}{(R - j\omega L)} = \frac{R^2 - j\omega RL}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

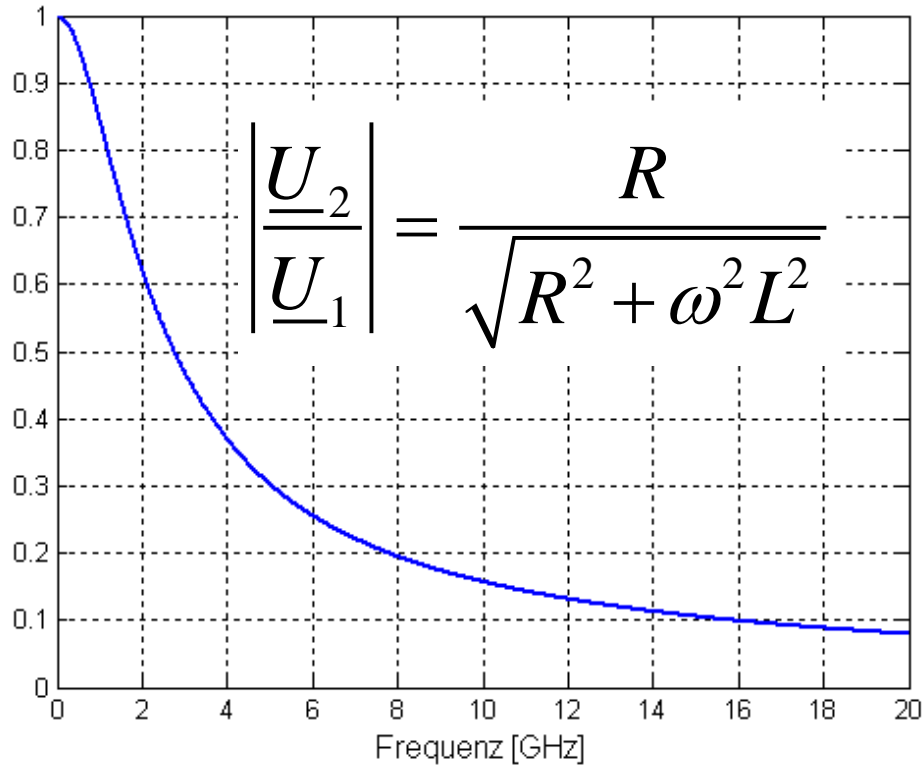
$$\Rightarrow \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} \sqrt{R^4 + \omega^2 R^2 L^2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\tan \varphi = -\frac{\omega L}{R} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(-\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$\omega = 0: \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = 1 \qquad \omega \rightarrow \infty: \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \rightarrow 0$$

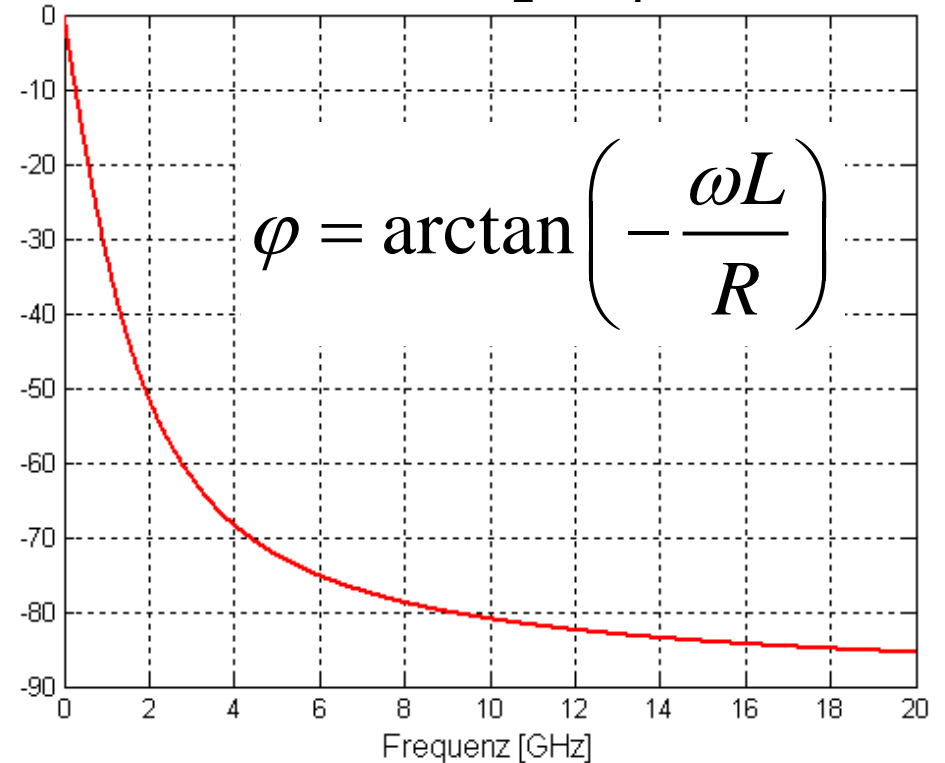
# Chip-Interconnect III

Betrag von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$



→ je höher die Frequenz desto kleiner ist die nutzbare Spannung  $\underline{U}_2$

Phase von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$  [Grad]

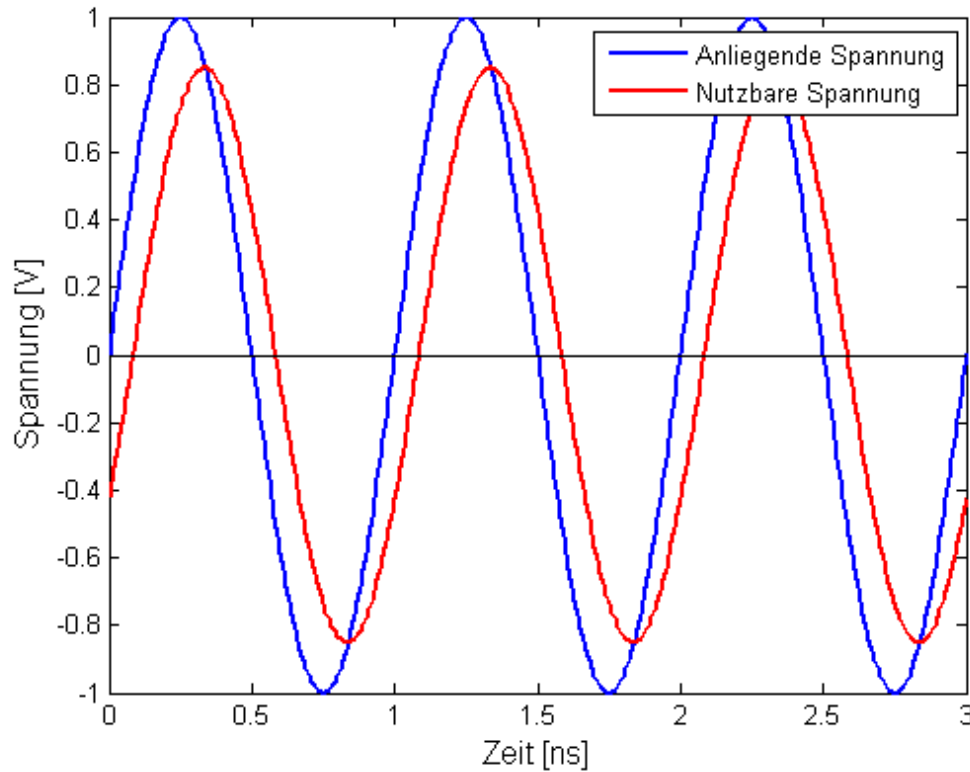


→ je höher die Frequenz desto mehr eilt  $\underline{U}_2$   $\underline{U}_1$  nach

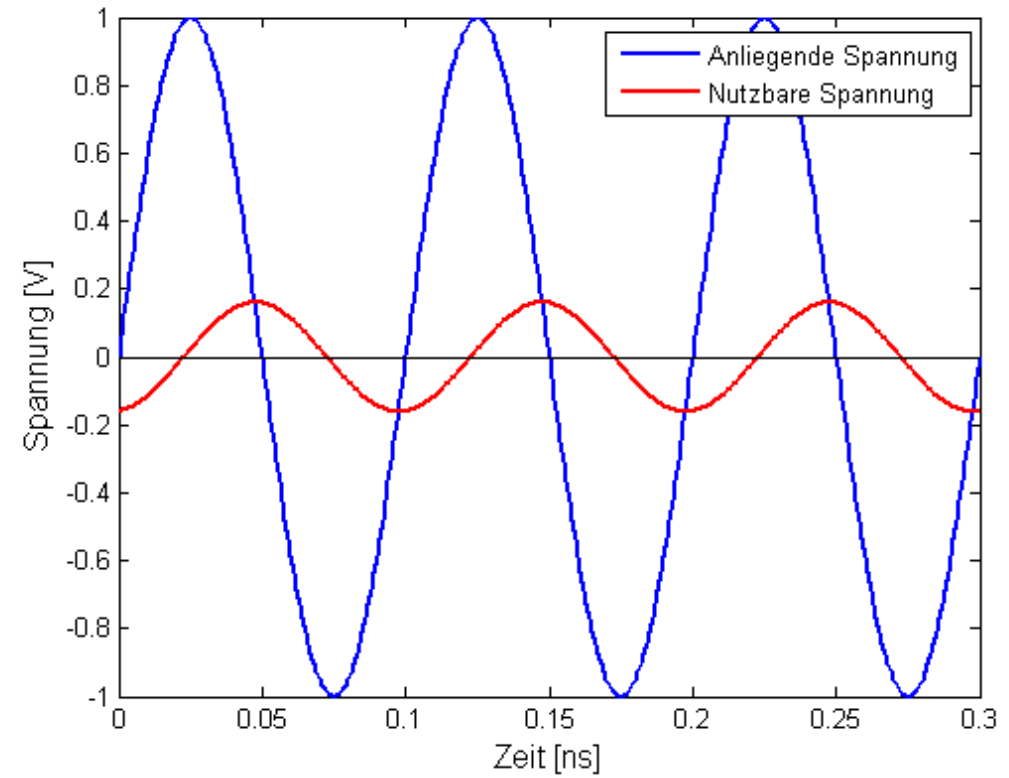
# Chip-Interconnect IV

Verdeutlichung für rein sinus/cosinus-förmige Zeitabhängigkeit:

**1 GHz**

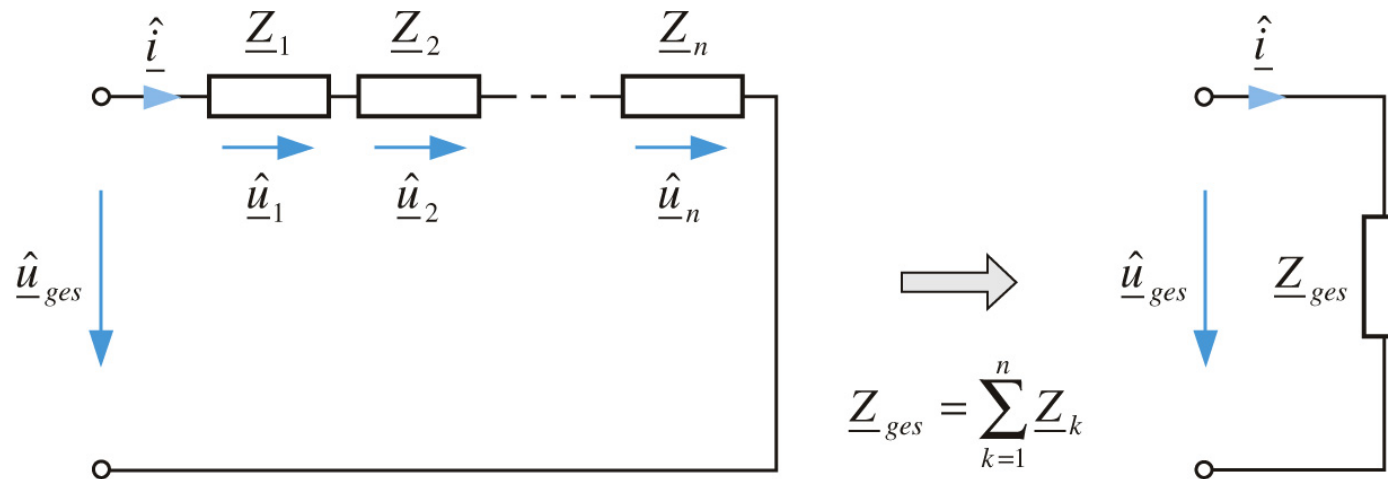


**10 GHz**



# Reihenschaltung komplexer Widerstände und komplexer Spannungsteiler

Bei der Reihenschaltung werden die Impedanzen addiert:



**Abbildung 8.11:** Reihenschaltung von komplexen Widerständen

Wegen des gleichen Stromes stehen die Spannungen im gleichen Verhältnis wie die Impedanzen, und es gilt die

Spannungsteilerregel:  $\frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$  bzw.  $\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_{ges}} = \frac{Z_2}{Z_{ges}}$  (analog für komplexe Effektivwerte)

# Parallelschaltung komplexer Widerstände und komplexer Stromteiler

Bei der Parallelschaltung werden die Admittanzen addiert:

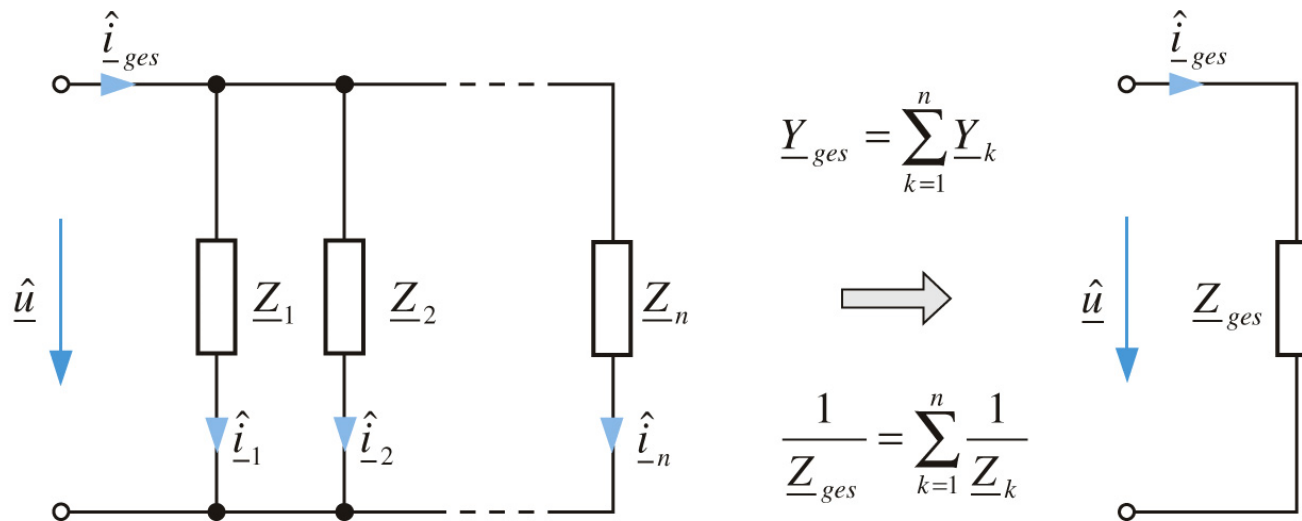


Abbildung 8.12: Parallelschaltung von komplexen Widerständen

Wegen der an allen Impedanzen gleichen Spannung stehen die Ströme im gleichen Verhältnis wie die Admittanzen, und es gilt die Stromteilerregel:

$$\frac{\hat{i}_1}{\hat{i}_2} = \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\hat{i}_2}{\hat{i}_{ges}} = \frac{Y_2}{Y_{ges}} = \frac{Z_{ges}}{Z_2}$$

(analog für komplexe Effektivwerte)

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Erklären Sie, warum die Berechnung von Wechselstromkreisen im Komplexen (mit komplexen Amplituden oder Effektivwerten) oft einfacher ist als im Reellen (mit reellen Zeitfunktionen)!
2. Erklären Sie, warum die Frequenz oft eine große Rolle in Wechselstromkreisen spielt!
3. Der Blindwiderstand einer Spule an der Netzversorgung (230 V effektiv, 50 Hz) wird mit  $1\text{k}\ \Omega$  angegeben – wie groß ist ihre Induktivität und welcher maximale Strom (Amplitude) fließt?
4. Gegeben eine RC-Reihenschaltung mit Wechselstromanregung – läuft die Spannung am Widerstand der Spannung am Kondensator voraus oder eilt sie nach?

# Übungsaufgabe 5

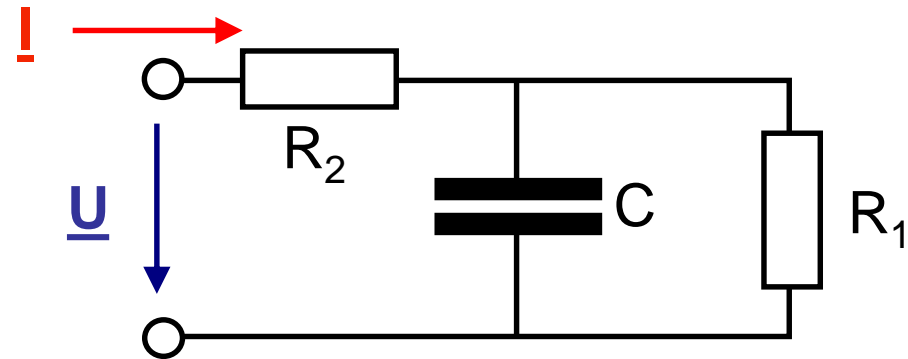
Folgende komplexe Effektivwerte von Strom und Spannung werden an den Klemmen eines Zweipoles gemessen:

$$\underline{U} = (3 - j \cdot 4) \text{ V} \quad \underline{I} = (2 - j \cdot 1,5) \text{ mA}$$

- a) Berechnen Sie die zugehörigen Beträge und Nullphasenwinkel!
- b) Welche Größe eilt welcher anderen Größe vor?
- c) Berechnen Sie  $\underline{U} / \underline{I}$  über die Darstellung mit Real- und Imaginärteil!
- d) Berechnen Sie  $\underline{U} / \underline{I}$  über die Darstellung mit Betrag und Phase!
- e) Berechnen Sie  $\underline{U} \cdot \underline{I}^*$ , wobei "\*" konjugiert komplex bedeutet!
- f) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf von Spannung  $u(t)$  und Strom  $i(t)$ ! Verwenden Sie dazu den Realteil der komplexen Größe ( $f = 1 \text{ kHz}$ )!

# Übungsaufgabe 6

Gegeben ist nebenstehende Schaltung (Oszilloskopeingang mit Vorwiderstand):

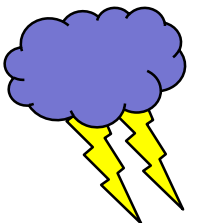


Überlegen Sie sich ohne Rechnung,

- was ihr Scheinwiderstand  $Z = |\underline{Z}| = |\underline{U} / \underline{I}|$  bei Kreisfrequenz = 0 und
- was ihr Scheinwiderstand bei Kreisfrequenz  $\rightarrow \infty$  ist!

Betrachten Sie hierzu, wie sich eine Kapazität bei sehr hohen bzw. sehr tiefen Kreisfrequenzen verhält! Anschließend berechnen Sie explizit

- den Scheinwiderstand als Funktion der Kreisfrequenz und sein Verhalten für Kreisfrequenz = 0 bzw.  $\rightarrow \infty$ !



- 4 -

Leistung im Sinusstromkreis

Komplexe Leistung

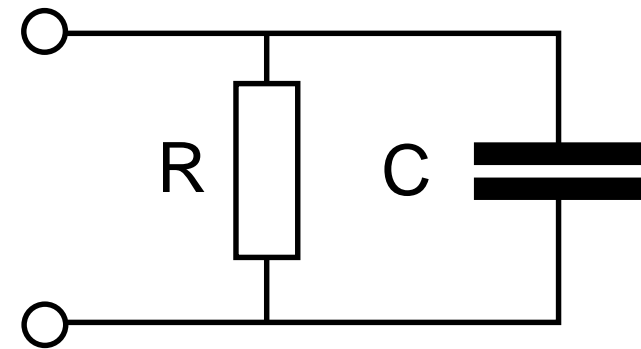
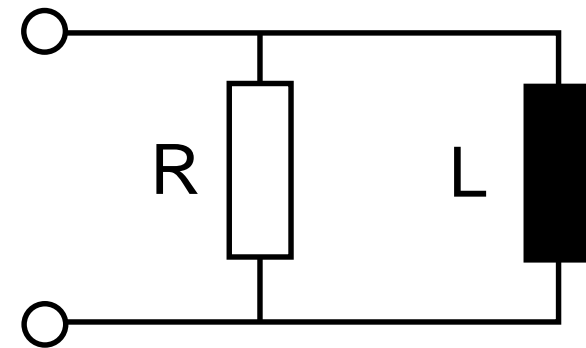
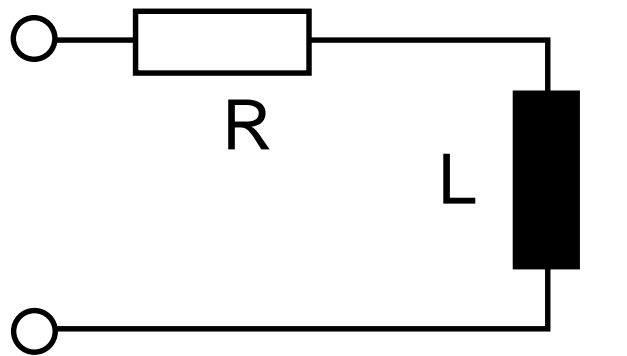
Leistungsanpassung

Blindleistungskompensation

(Albach Kapitel 8.8, 8.9 und 8.10)

# Quiz zu Leistung

Welche der folgenden Schaltungen kann prinzipiell einen positiven Phasenunterschied  $\varphi$  (Spannung vor Strom) zeigen?



# Notizen

# Notizen

# Klassifizierung von Verbrauchern

Komplexer Widerstand:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot e^{j\varphi} = R + j \cdot X$$

Für passive  
Elemente gilt:

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} \geq 0 \\ \Rightarrow \varphi \in [-90^\circ; 90^\circ]$$

„induktiv“:

$$\varphi = 90^\circ$$

„ohmsch-induktiv“:

$$\varphi \in ]0^\circ; 90^\circ[$$

„ohmsch“:

$$\varphi = 0^\circ$$

„ohmsch-kapazitiv“:

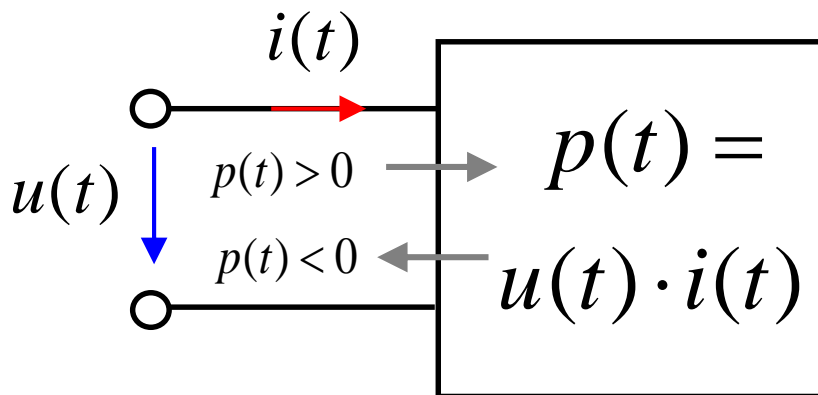
$$\varphi \in ]-90^\circ; 0^\circ[$$

„kapazitiv“:

$$\varphi = -90^\circ$$

# Leistung im Sinusstromkreis I

Umgesetzte Momentanleistung in einem Zweipol:



$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow p(t) = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin(\omega t)$$

Definitionen:

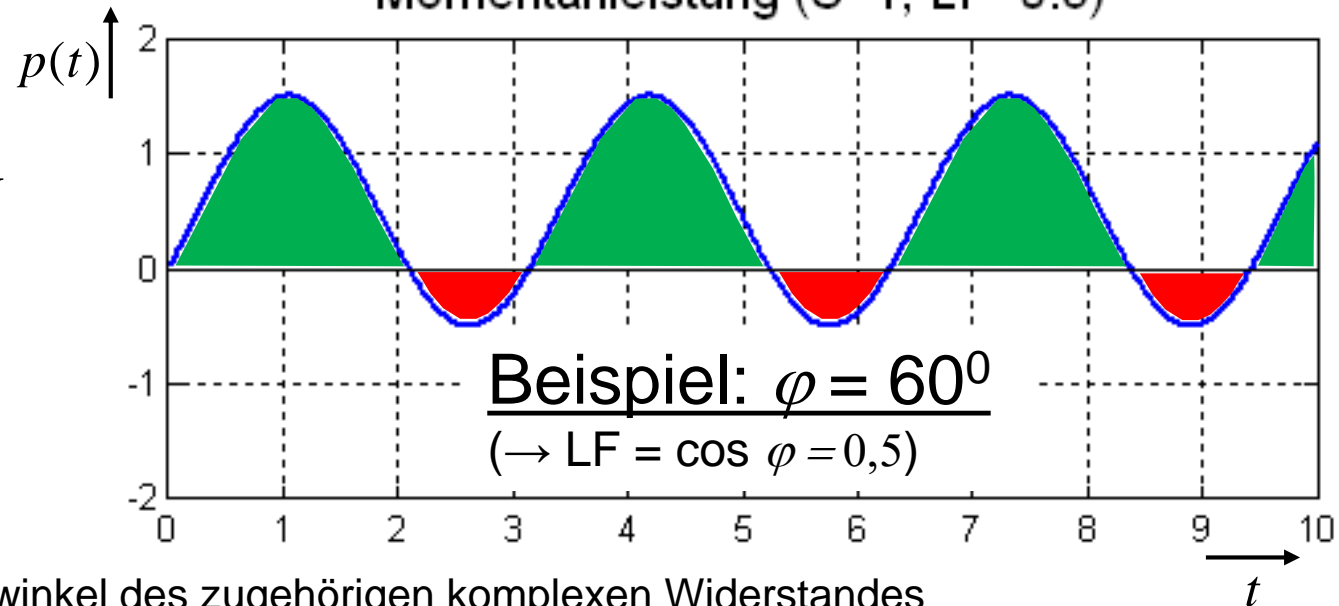
**Scheinleistung:**

$$S = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} = U I$$

**Leistungsfaktor:**

$$LF = \cos \varphi$$

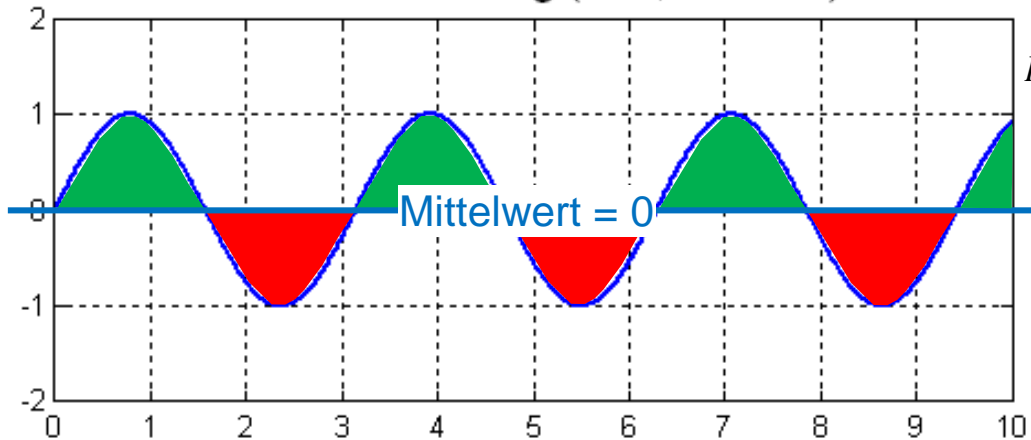
Momentanleistung (S=1, LF=0.5)



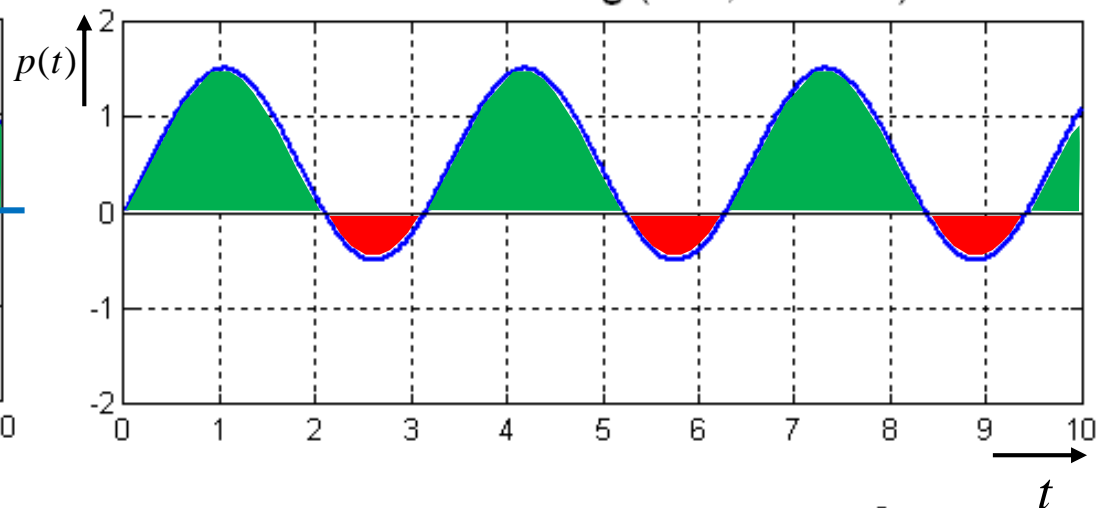
Anm.:  $\varphi$  ist gleichzeitig der Phasenwinkel des zugehörigen komplexen Widerstandes

# Notizen

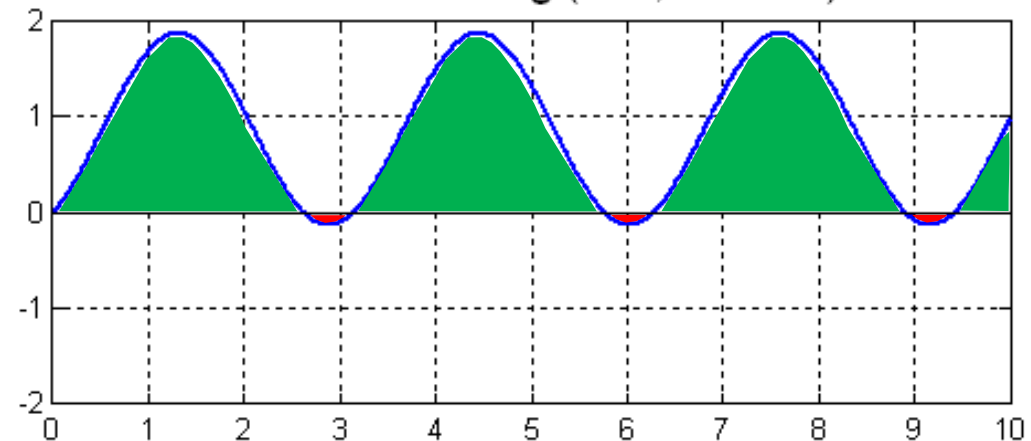
Momentanleistung ( $S=1, \Phi=90^\circ$ ) ←



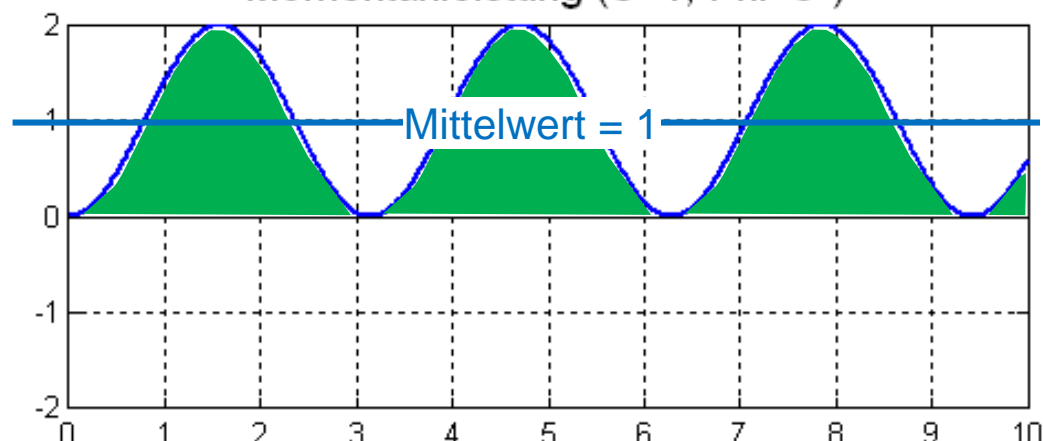
Momentanleistung ( $S=1, \Phi=60^\circ$ ) W4.020



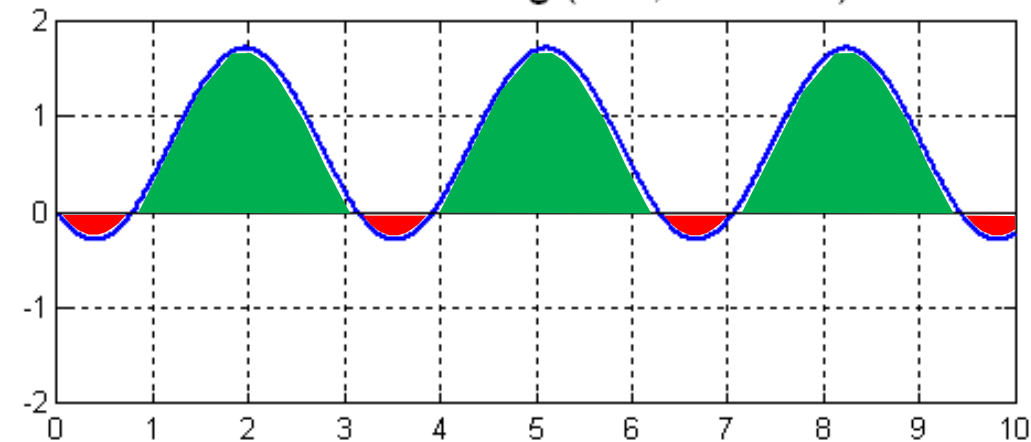
Momentanleistung ( $S=1, \Phi=30^\circ$ ) ←



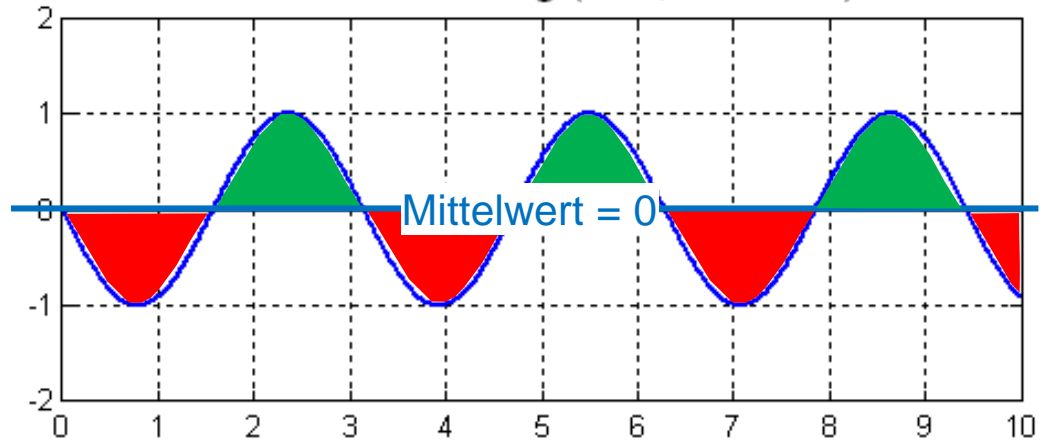
Momentanleistung ( $S=1, \Phi=0^\circ$ ) ←



Momentanleistung ( $S=1, \Phi=-45^\circ$ ) ←



Momentanleistung ( $S=1, \Phi=-90^\circ$ ) ←



# Leistung im Sinusstromkreis II

Zerlegung in einen konstanten und einen pulsierenden Anteil:

$$p(t) = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin(\omega t)$$

Additions-  
theorem

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i} \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

Scheinleistung  $S$

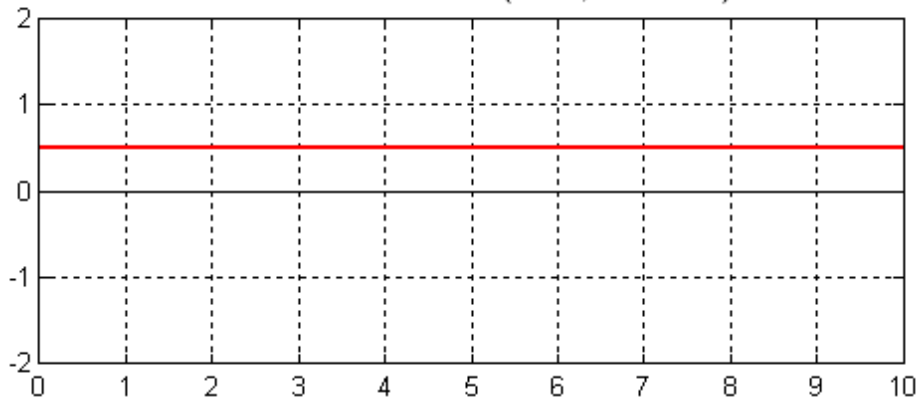
Konstanter Anteil

Pulsierender Anteil

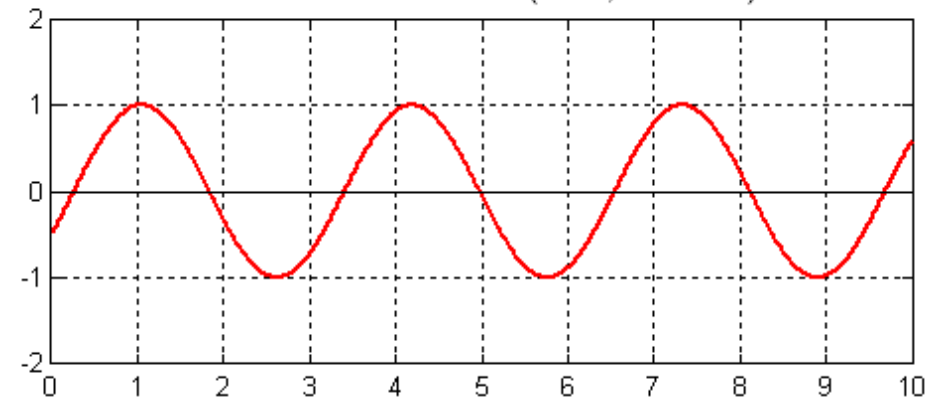
= LF

$\triangleq$  Mittelwert von  $p(t)$

Konstanter Anteil ( $S=1$ ,  $LF=0.5$ )



Pulsierender Anteil ( $S=1$ ,  $LF=0.5$ )



# Notizen

# Leistung im Sinusstromkreis III

Zerlegung in einen konstanten und einen pulsierenden Anteil:

$$p(t) = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin(\omega t)$$

Additions-  
theorem

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i} \cdot \left[ \cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi) \right]$$

Weitere Umformung:

Additions-  
theorem

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i} \cdot \left[ \cos \varphi - \cos(2\omega t) \cdot \cos \varphi + \sin(2\omega t) \cdot \sin \varphi \right]$$

$$\Leftrightarrow p(t) = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i} \cdot \left[ \cos \varphi \cdot (1 - \cos(2\omega t)) + \sin \varphi \cdot \sin(2\omega t) \right]$$

# Leistung im Sinusstromkreis IV

⇒ Zerlegung in Wirkanteil und Blindanteil:

$$p(t) = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i}}_{\text{Scheinleistung } S} \cdot \left[ \underbrace{\cos \varphi \cdot (1 - \cos(2\omega t))}_{\text{Wirkanteil}} + \underbrace{\sin \varphi \cdot \sin(2\omega t)}_{\text{Blindanteil}} \right]$$

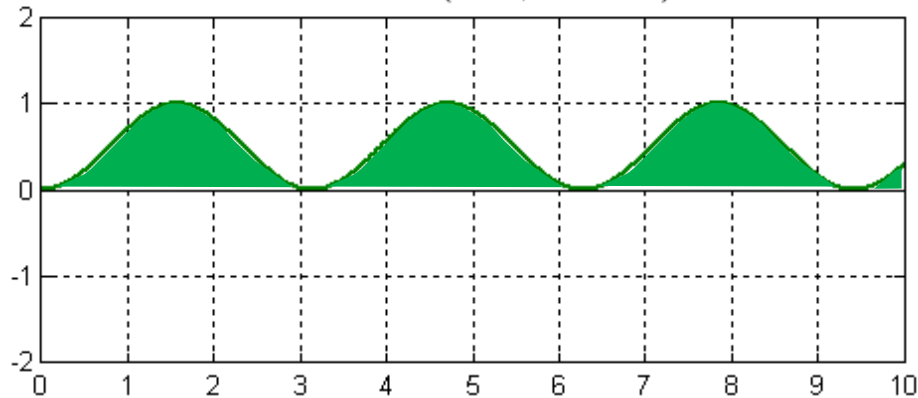
Scheinleistung  $S$

Wirkanteil

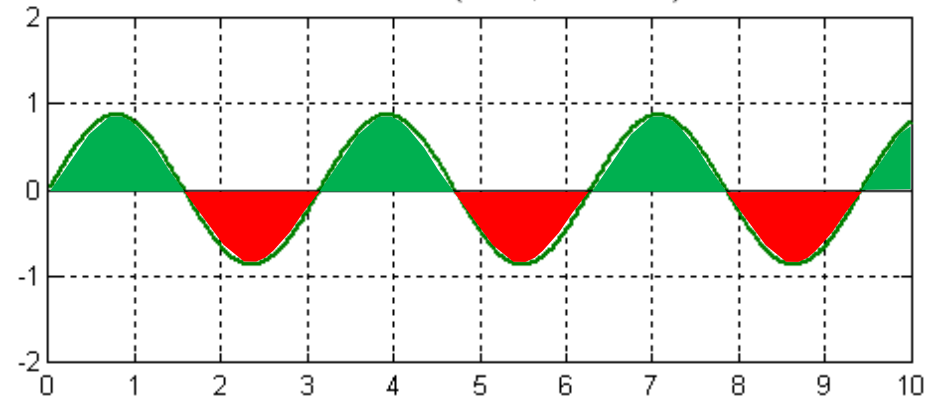
Blindanteil

≙ tatsächlicher Arbeitsleistung im Verbraucher zu jedem Zeitpunkt

Wirkanteil (S=1, LF=0.5)



Blindanteil (S=1, LF=0.5)



# Notizen

# Leistung im Sinusstromkreis V

Definition von Wirk- und Blindleistung:

$$p(t) = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i} \cdot \cos \varphi}_{\text{Scheinleistung } S} \cdot \underbrace{(1 - \cos(2\omega t))}_{\text{Wirkanteil}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \hat{u} \hat{i} \cdot \sin \varphi}_{\text{Scheinleistung } S} \cdot \underbrace{\sin(2\omega t)}_{\text{Blindanteil}}$$

**Wirkleistung P**
**Blindleistung Q**

Scheinleistung:  $S = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} = U I$  , Einheit: VA

Wirkleistung:  $P = S \cdot \cos \varphi = U I \cdot \cos \varphi$  , Einheit: W

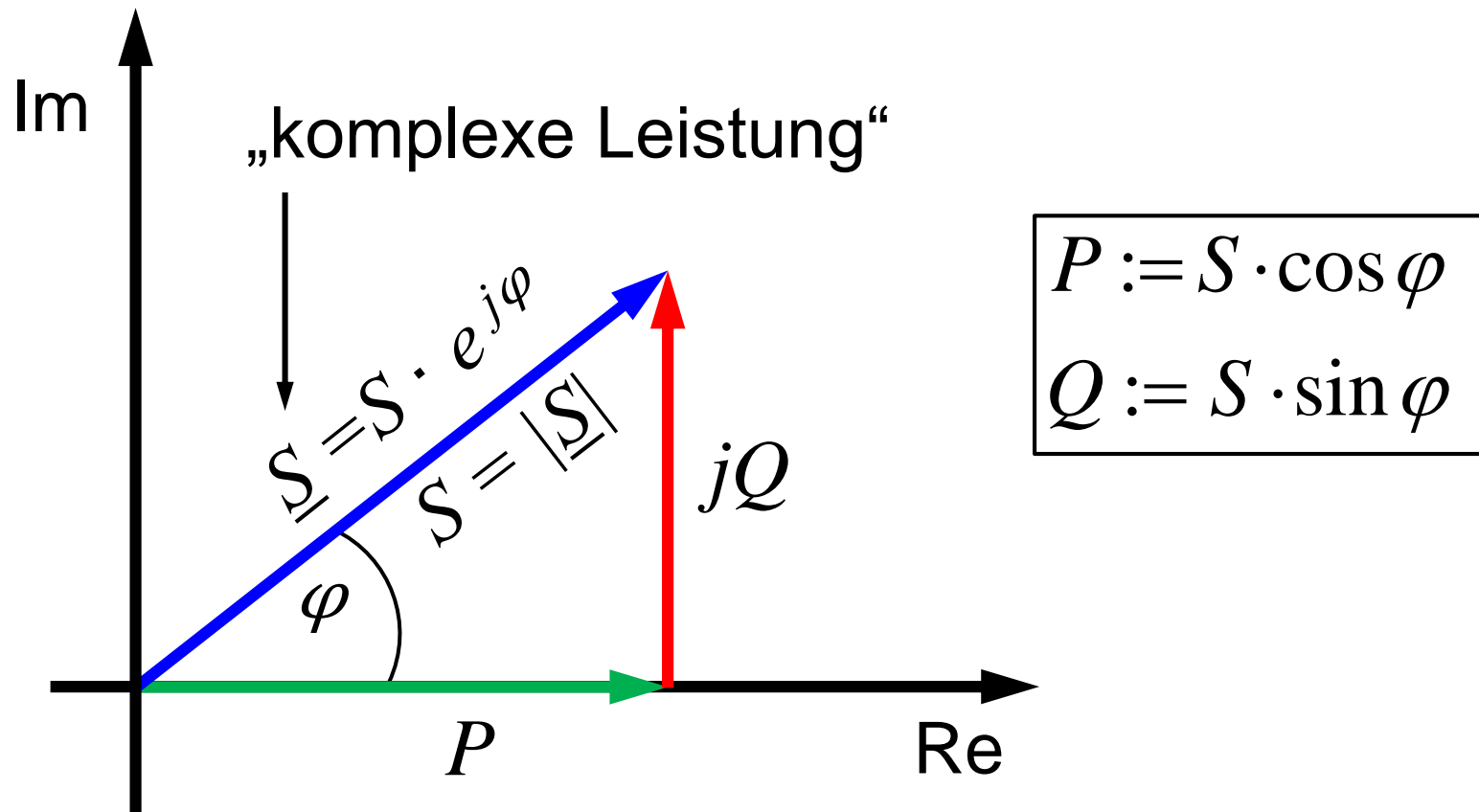
Blindleistung:  $Q = S \cdot \sin \varphi = U I \cdot \sin \varphi$  , Einheit: VAr

$$\Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

# Blindleistung ...

- trägt nicht zur tatsächlichen Arbeitsleistung im Verbraucher bei (Mittelwert = 0),
- ist notwendig zum Aufbau der elektrischen und magnetischen Felder,
- wird verursacht durch die Kapazitäten bzw. Induktivitäten des Netzes und der Verbraucher,
- pendelt zwischen Quelle und Last,
- verursacht zusätzliche Verluste,
- verringert die mögliche Ausnutzung von Generatoren und Übertragungsnetzen.

# Leistungsdreieck



**Anmerkung:** Der Winkel  $\varphi$  kann auch negative Werte annehmen, so dass  $Q$  ebenfalls negativ werden kann.

# Notizen

# Notizen

# Notizen

# Notizen

# Klassifizierung von Verbrauchern

Komplexer Widerstand:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot e^{j\varphi} = R + j \cdot X$$

Für passive  
Elemente gilt:

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} \geq 0 \\ \Rightarrow \varphi \in [-90^\circ; 90^\circ]$$

„induktiv“:

$$\varphi = 90^\circ$$

$$\rightarrow P = 0; Q (= S) > 0$$

„ohmsch-induktiv“:

$$\varphi \in ]0^\circ; 90^\circ[$$

$$\rightarrow P > 0; Q > 0$$

„ohmsch“:

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\rightarrow P = S > 0; Q = 0$$

„ohmsch-kapazitiv“:

$$\varphi \in ]-90^\circ; 0^\circ[$$

$$\rightarrow P > 0; Q < 0$$

„kapazitiv“:

$$\varphi = -90^\circ$$

$$\rightarrow P = 0; Q (= -S) < 0$$

# Komplexe Leistung I

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = P + j \cdot Q = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hat{u}} \cdot \underline{\hat{i}}^* = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

**komplexe Amplituden**
**komplexe Effektivwerte**

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z} \cdot \underline{\hat{i}}) \cdot \underline{\hat{i}}^* = \frac{1}{2} \cdot \underline{Z} \cdot |\underline{\hat{i}}|^2 = \frac{1}{2} \cdot \underline{Z} \cdot \hat{i}^2 = \underline{Z} \cdot I^2$$

Wirkwiderstand → Wirkleistung  
 Blindwiderstand → Blindleistung

$$\begin{aligned} S &= Z \cdot I^2 \\ P &= R \cdot I^2 \\ Q &= X \cdot I^2 \end{aligned}$$

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hat{u}} \cdot (\underline{Y} \cdot \underline{\hat{u}})^* = \frac{1}{2} \cdot \underline{Y}^* \cdot |\underline{\hat{u}}|^2 = \frac{1}{2} \cdot \underline{Y}^* \cdot \hat{u}^2 = \underline{Y}^* \cdot U^2$$

Wirkleitwert → Wirkleistung  
 Blindleitwert → Blindleistung

$$\begin{aligned} S &= Y \cdot U^2 \\ P &= G \cdot U^2 \\ Q &= -B \cdot U^2 \end{aligned}$$

# Notizen

# Komplexe Leistung I

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi} = P + j \cdot Q = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hat{u}} \cdot \underline{\hat{i}}^* = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

komplexe Amplituden
komplexe Effektivwerte

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z} \cdot \underline{\hat{i}}) \cdot \underline{\hat{i}}^* = \frac{1}{2} \cdot \underline{Z} \cdot |\underline{\hat{i}}|^2 = \frac{1}{2} \cdot \underline{Z} \cdot \hat{i}^2 = \underline{Z} \cdot I^2$$

reelle Amplituden
reelle Effektivwerte

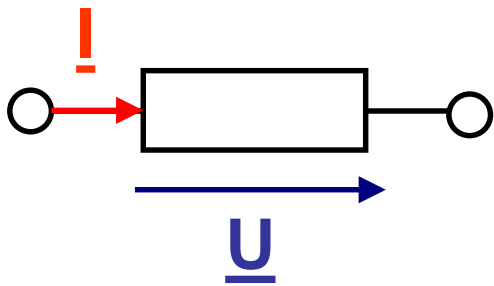
$$\begin{aligned} S &= Z \cdot I^2 \\ P &= R \cdot I^2 \\ Q &= X \cdot I^2 \end{aligned}$$

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hat{u}} \cdot (\underline{Y} \cdot \underline{\hat{u}})^* = \frac{1}{2} \cdot \underline{Y}^* \cdot |\underline{\hat{u}}|^2 = \frac{1}{2} \cdot \underline{Y}^* \cdot \hat{u}^2 = \underline{Y}^* \cdot U^2$$

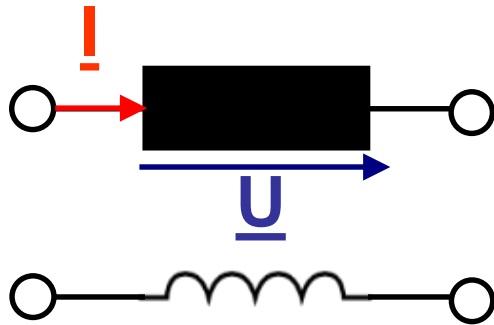
$$\begin{aligned} S &= Y \cdot U^2 \\ P &= G \cdot U^2 \\ Q &= -B \cdot U^2 \end{aligned}$$

# Komplexe Leistung II

Für die Grundzweipole R, L und C ergibt sich (im VZS):

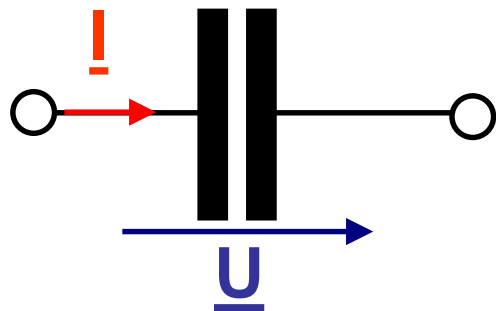


$$\underline{S}_R = R \cdot I^2 = \frac{1}{R} \cdot U^2$$



$$\underline{S}_L = j\omega L \cdot I^2 = \frac{j}{\omega L} \cdot U^2$$

$$\Rightarrow Q > 0$$



$$\underline{S}_C = -\frac{j}{\omega C} \cdot I^2 = -j\omega C \cdot U^2 \Rightarrow Q < 0$$

# Effektivwert sinusförmiger Größen I

Der **Effektivwert** eines beliebigen zeitabhängigen Stromes (bzw. einer Spannung) gibt denjenigen Wert an, den ein **Gleichstrom** (bzw. eine Gleichspannung) haben muss, um im zeitlichen Mittel die gleiche Leistung an einem ohmschen Widerstand umzusetzen wie die entsprechende Wechselgröße.



$$p(t) = u(t) i(t) = i^2(t) R$$

$$P = U I = I^2 R$$

$$\overline{p} = I^2 R = I^2 R$$

**Effektivwert des zeitabhängigen Stromes**      **Gleichstrom**

# Effektivwert sinusförmiger Größen II

$$R \frac{\hat{i}^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t) d(\omega t) = I^2 R$$

$$\Rightarrow \text{Effektivwert} \quad \boxed{I = \sqrt{\frac{\hat{i}^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t) d(\omega t)} = \sqrt{\frac{\hat{i}^2}{2}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}}$$

$= \pi$

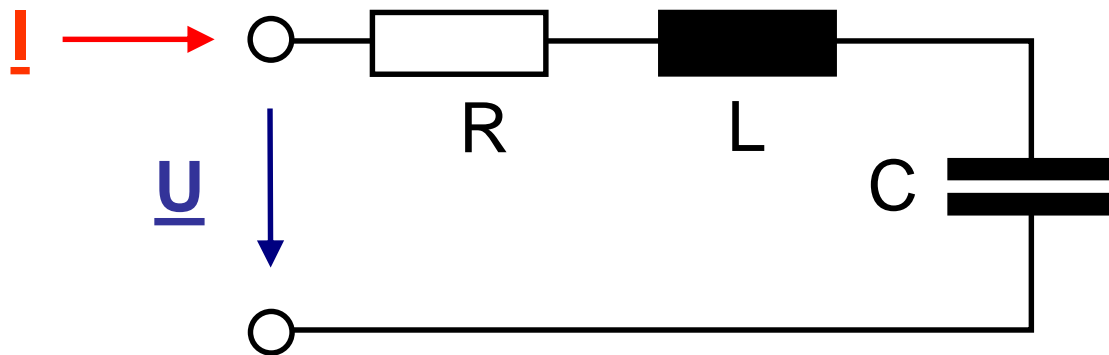
Hinweis: Herleitung für  $U$  analog

Anwendung des Additionstheorems:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t) d(\omega t) = \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \right) d(\omega t) = \left( \frac{1}{2}(\omega t) - \frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi$$

# Quiz zu komplexer Leistung

Welche der folgenden Aussagen trifft für diese Schaltung zu?

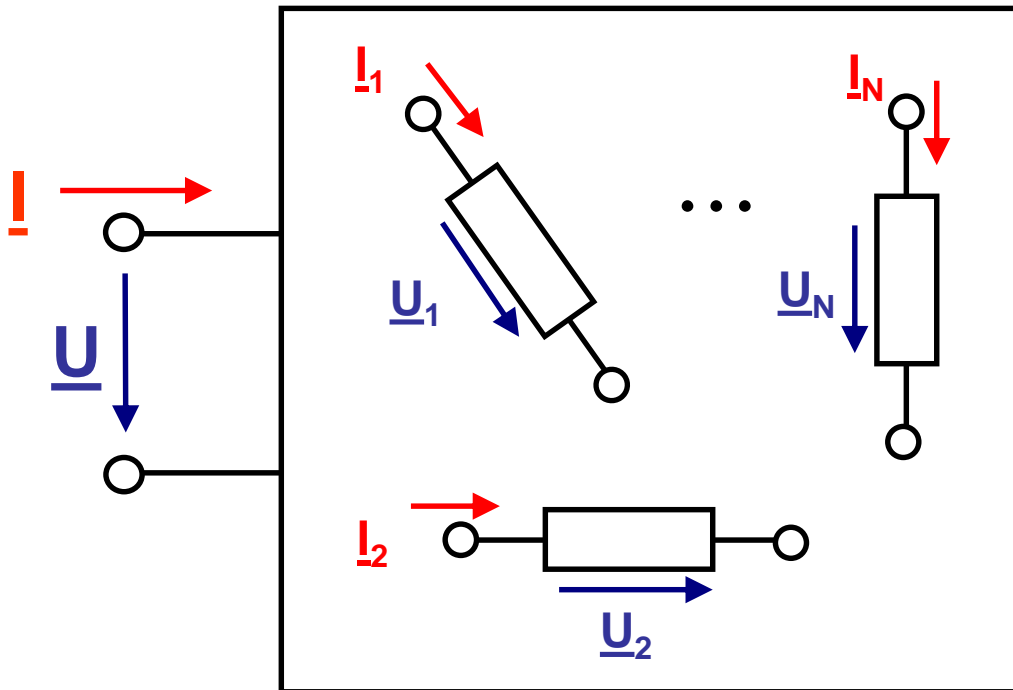


$$\begin{aligned}\underline{S} &= \underline{U} \cdot \underline{I}^* \\ &= P + j \cdot Q\end{aligned}$$

- (a) Die Blindleistung  $Q$  ist größer null.
- (b) Die Blindleistung  $Q$  ist kleiner null.
- (c) Die Blindleistung  $Q$  ist gleich null.
- (d) Hängt davon ab .... (wovon?).

# Komplexe Leistung III

Für eine Zusammenschaltung von mehreren Bauelementen kann man finden, dass die gesamte komplexe Leistung gleich der Summe der komplexen Teilleistungen in den einzelnen Bauelementen ist:



$$\begin{aligned}\underline{S}_{\text{gesamt}} &= \underline{U} \cdot \underline{I}^* \\ &= \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \\ &\quad \dots + \underline{S}_N\end{aligned}$$

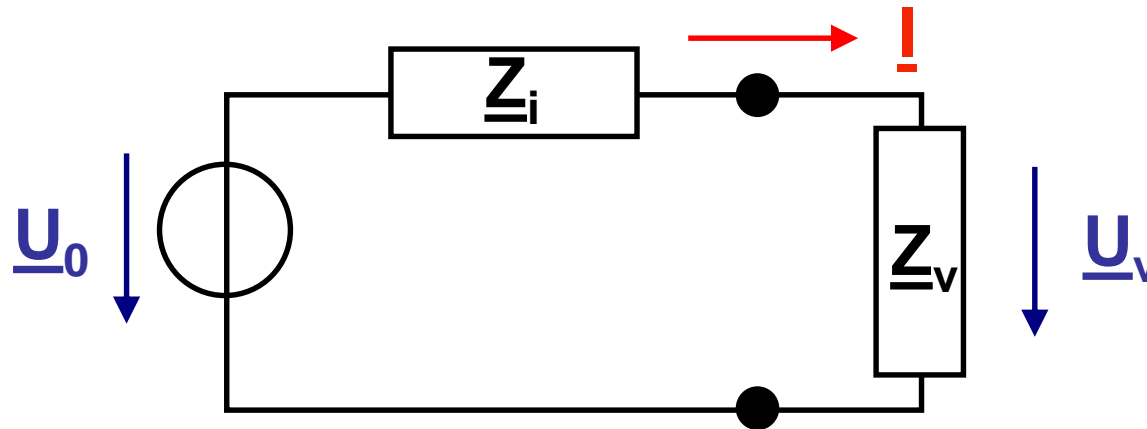
(Anm.: Für die Berechnung der Teilleistungen müssen natürlich die Ströme und Spannungen an den einzelnen Bauelementen bekannt sein.)

# Notizen

# Notizen

# Fragestellungen zur Leistung

Gegeben ist ein Verbraucher an einer Wechselspannungsquelle mit Innenwiderstand:

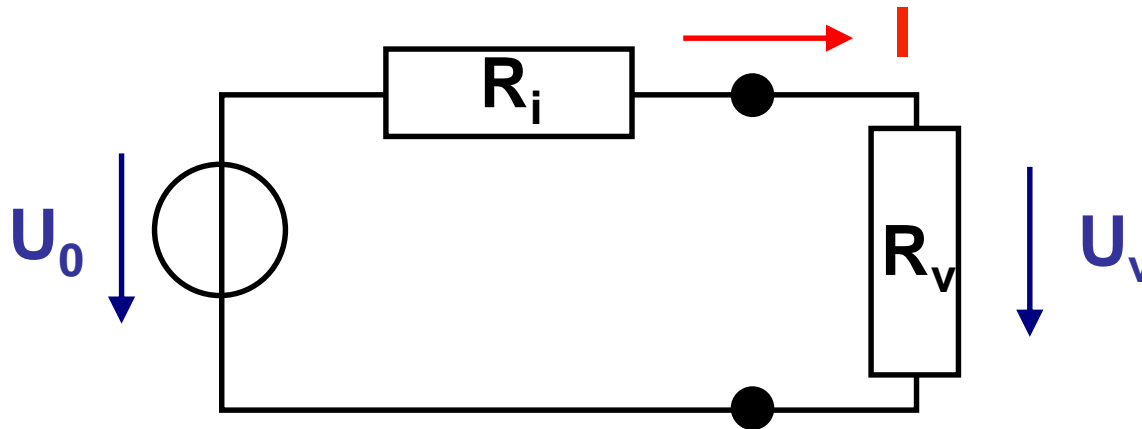


Typische Fragestellungen in der Elektrotechnik sind dann:

1. Wie maximiert man die Wirkleistung am Verbraucher?
2. Wie minimiert man die Blindleistung am Verbraucher?
3. Wie hält man die Spannung am Verbraucher über der Frequenz konstant?

# Leistungsanpassung I

Leistungsanpassung im Gleichstromkreis:

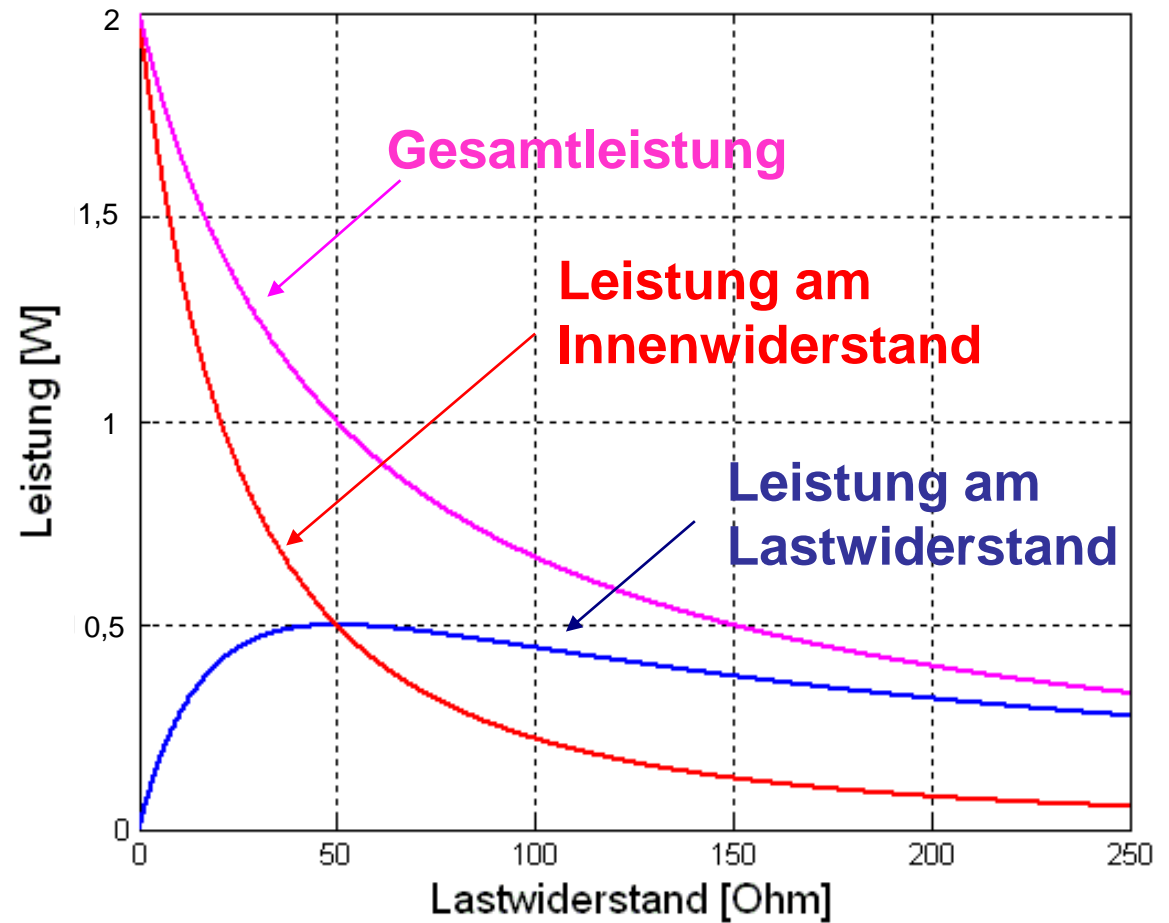
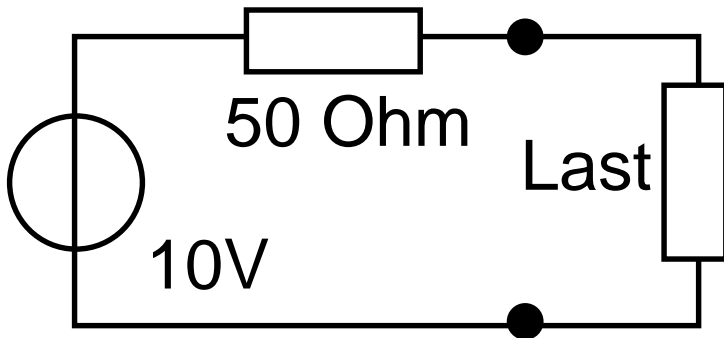


$$P_v = U_v \cdot I = \frac{R_v U_0}{R_v + R_i} \cdot \frac{U_0}{R_v + R_i}$$

$$\max(P_v) = \frac{U_0^2}{4R_v} \text{ mit } R_i = R_v$$

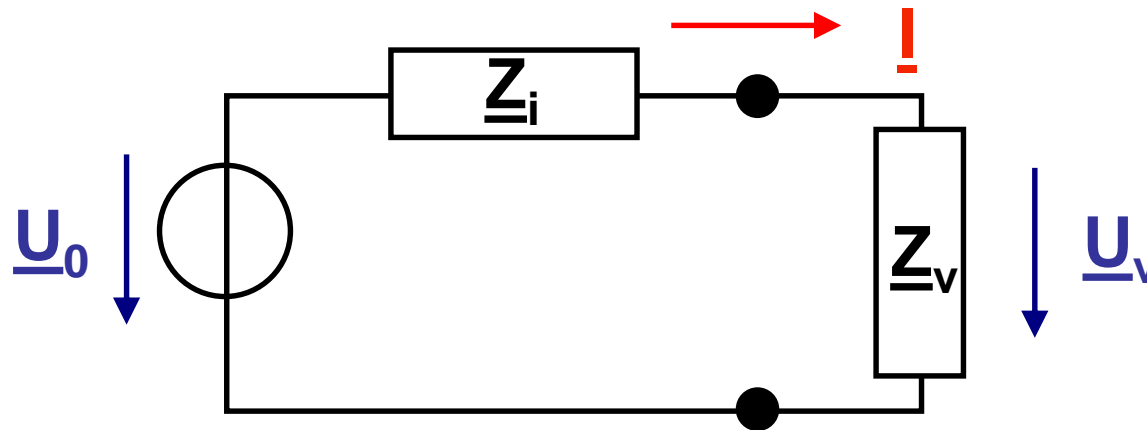
# Leistungsanpassung II

Beispiel:



# Leistungsanpassung III

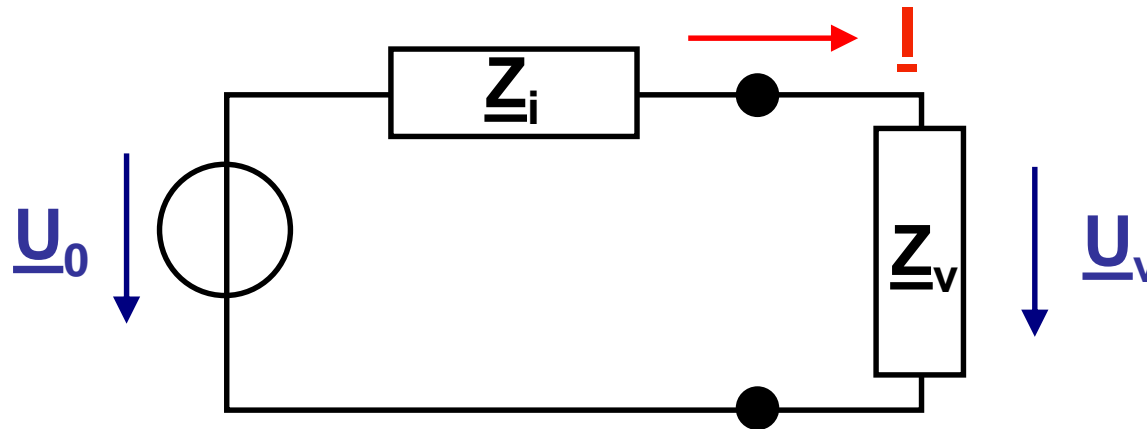
Leistungsanpassung im Wechselstromkreis mit  $\underline{Z}_v = R_v + j \cdot X_v$   
und  $\underline{Z}_i = R_i + j \cdot X_i$ :



$$P_v = \operatorname{Re}[\underline{U}_v \cdot \underline{I}^*] = \operatorname{Re} \left[ \frac{\underline{Z}_v \underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \cdot \left( \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \right)^* \right]$$

# Quiz zu Leistungsanpassung

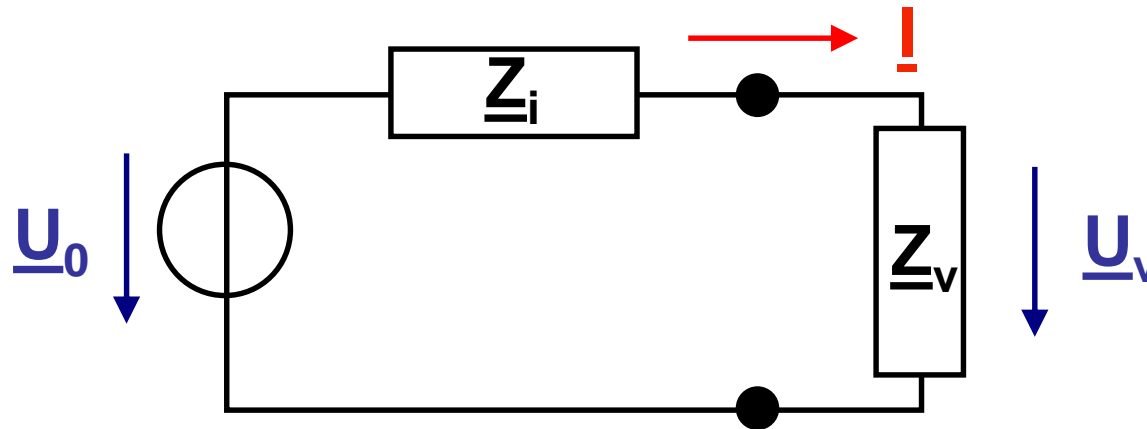
Berechnen Sie den Klammerausdruck, wobei  $\underline{Z}_v = R_v + j \cdot X_v$  und  $\underline{Z}_i = R_i + j \cdot X_i$  sein sollen!



$$\operatorname{Re} \left[ \frac{\underline{Z}_v \underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \cdot \left( \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \right)^* \right] = ???$$

# Quiz zu Leistungsanpassung

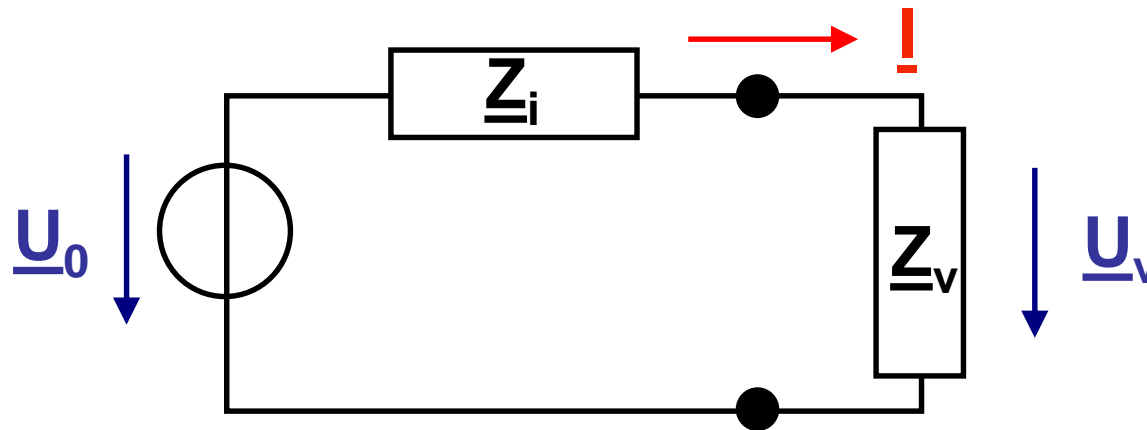
Berechnen Sie den Klammerausdruck, wobei  $\underline{Z}_v = R_v + j \cdot X_v$  und  $\underline{Z}_i = R_i + j \cdot X_i$  sein sollen!



$$\operatorname{Re} \left[ \frac{\underline{Z}_v \underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \cdot \left( \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \right)^* \right] = \frac{R_v U_0^2}{(R_v + R_i)^2 + (X_v + X_i)^2}$$

# Leistungsanpassung III

Leistungsanpassung im Wechselstromkreis mit  $\underline{Z}_v = R_v + j \cdot X_v$   
und  $\underline{Z}_i = R_i + j \cdot X_i$  :



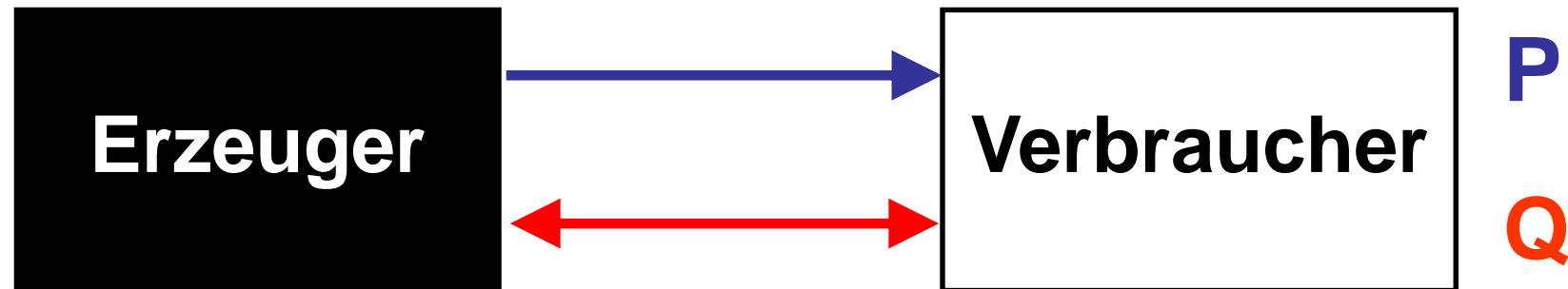
$$P_v = \operatorname{Re}[\underline{U}_v \cdot \underline{I}^*] = \operatorname{Re} \left[ \frac{\underline{Z}_v \underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \cdot \left( \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_v + \underline{Z}_i} \right)^* \right] = \frac{R_v U_0^2}{(R_v + R_i)^2 + (X_v + X_i)^2}$$

$$\max(P_v) = \frac{U_0^2}{4 \cdot \operatorname{Re}[\underline{Z}_v]} \quad \text{mit} \quad \underline{Z}_i = \underline{Z}_v^*$$

$$(d.h. \quad R_v = R_i \wedge X_v = -X_i)$$

# Blindleistungskompensation I

Die Leistung in einem Sinusstromkreis ist zusammengesetzt aus **WIRKLEISTUNG (P)** und **BLINDLEISTUNG (Q)** :

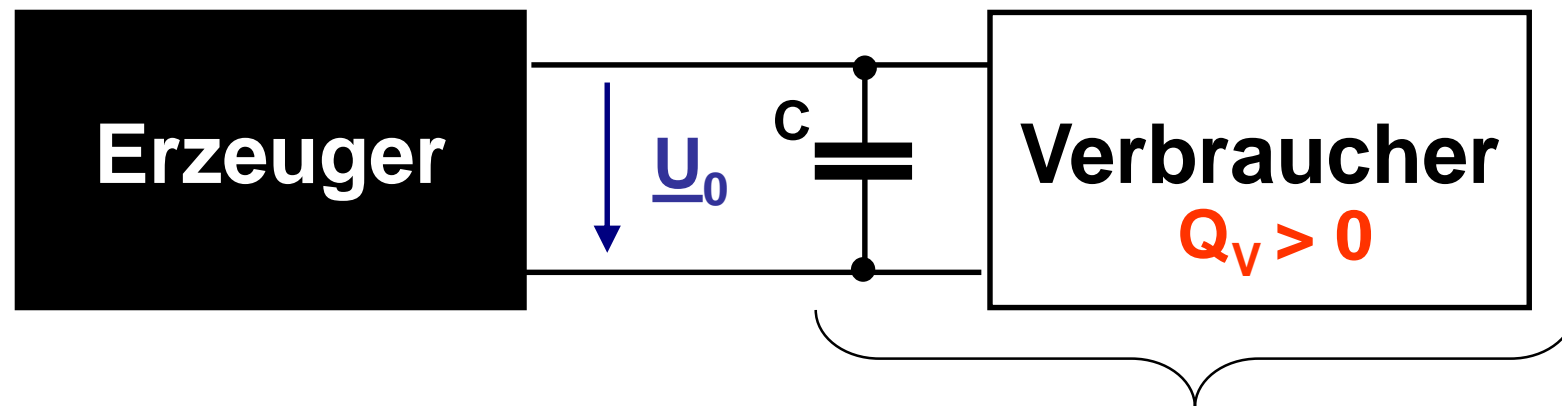


Nur die Wirkleistung wird im zeitlichen Mittel tatsächlich im Verbraucher umgesetzt (z.B. in Wärme). Die Blindleistung "pendelt" lediglich zwischen Erzeuger und Verbraucher hin und her.

Dies zu verhindern (d.h.  $Q = 0$  zu erreichen), ist das Ziel der so genannten **BLINDLEISTUNGSKOMPENSATION**.

# Blindleistungskompensation II

Häufig zeichnen sich Verbraucher durch "ohmsch-induktives" Verhalten aus, d.h. die Blindleistung ist positiv:



**Kompensierter Verbraucher**

In diesem Fall kann z.B. ein parallel geschalteter Kondensator die Blindleistungskompensation erzielen:

$$\underline{S}_C = \underbrace{-j\omega C \cdot U_0^2}_{= Q_C}$$

$$Q_V + Q_C = 0$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q_V}{\omega \cdot U_0^2}$$

# Notizen

# Notizen

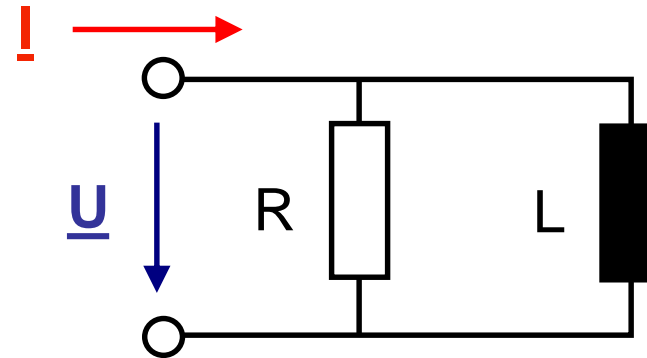
# Notizen

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Erklären Sie in Ihren eigenen Worten den Unterschied zwischen Wirk-, Blind-, Schein- und komplexer Leistung. Wie hängen diese formelmäßig zusammen?
2. Die Blindleistung einer Spule ist positiv, die eines Kondensators ist negativ ... Was soll das bedeuten?
3. Wie berechnen Sie allgemein die komplexe Leistung eines Zweipoles aus den komplexen Effektivwerten von Strom und Spannung?
4. In einem Gleichstromkreis liegt eine Gleichspannungsquelle von 10 V in Reihe mit einem Innenwiderstand von  $50 \Omega$ . Welchen Widerstand muss eine angeschlossene Lastwiderstand haben, damit in ihm 99% der gesamten Leistung verbraucht werden?

# Übungsaufgabe 7

Gegeben ist nebenstehende Schaltung bei der Kreisfrequenz  $\omega$ :

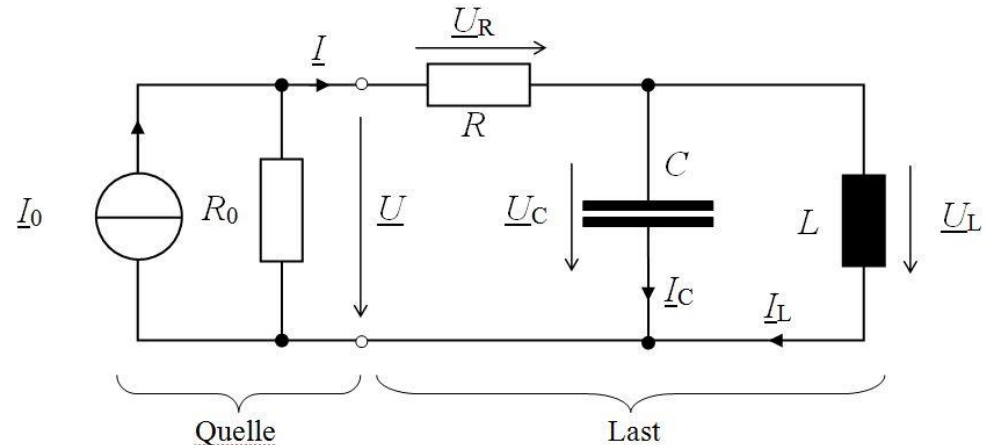


Berechnen Sie allgemein nach Real- und Imaginärteil bzw. nach Betrag und Phase:

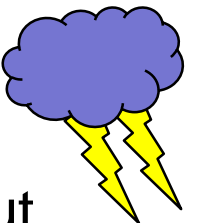
- a) den komplexen Leitwert,
- b) den komplexen Widerstand,
- c) die komplexe Leistung für einen Effektivwert des Stromes von 1 A,
- d) die komplexe Leistung für einen Effektivwert der Spannung von 1 V!

# Übungsaufgabe 8

Gegeben ist folgende Schaltung mit idealer Wechselstromquelle  $I_0$ :



- a)** Für  $R = 50 \Omega$ ,  $C = 7 \mu\text{F}$ ,  $L = 187,5 \text{ mH}$  und  $\omega = 4 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$  wird an den Klemmen der Last eine Wirkleistung von  $P = 200 \text{ W}$  und eine Blindleistung von  $Q = -150 \text{ VAR}$  gemessen. Berechnen Sie daraus die Zahlenwerte der (reellen) Effektivwerte  $I$ ,  $I_C$ ,  $I_L$ ,  $U$ ,  $U_R$  und  $U_C = U_L$ !
- b)** Für die Quelle wird nun  $R_0 = 10 \Omega$  und  $I_0 = 10 \text{ A}$  angenommen, für die Lastimpedanz  $\underline{Z}_L = (20 + j \cdot 10) \Omega$ . Berechnen Sie die gesamte komplexe Leistung in Quellenwiderstand und Last nach Real- und Imaginärteil! Formen Sie die Quelle danach um in eine äquivalente Wechselspannungsquelle und berechnen Sie erneut die gesamte komplexe Leistung in Quellenwiderstand und Last!



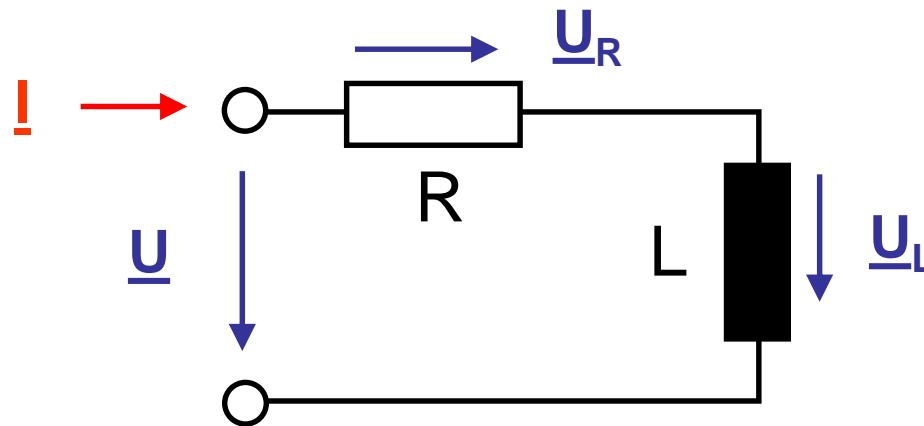
- 5 -

Ersatzschaltungen  
Äquivalente Schaltungen  
(Duale Schaltungen)  
(Formale Netzwerkanalyse  
→ Modul „Elektrotechnik III“)

(Albach Kapitel 3.6, 3.9 und 7.2)

# Quiz zur Schaltungsanalyse

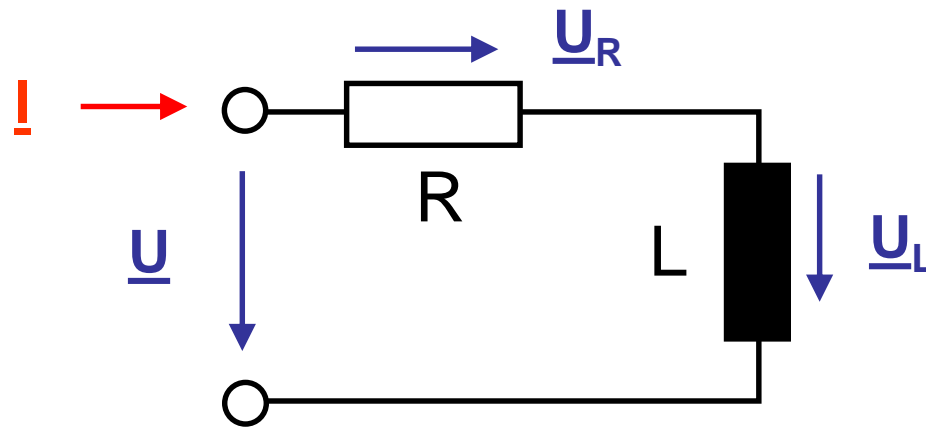
Wie lautet die **komplexe Impedanz** folgender Schaltung?



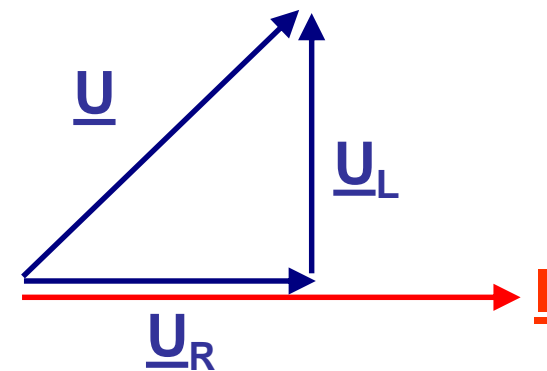
Welche Werte nimmt diese für "sehr kleine" bzw. "sehr große" Frequenzen an?

Können Sie ein **Zeigerdiagramm** für den als konstant angenommenen Strom und alle Spannungen zeichnen?

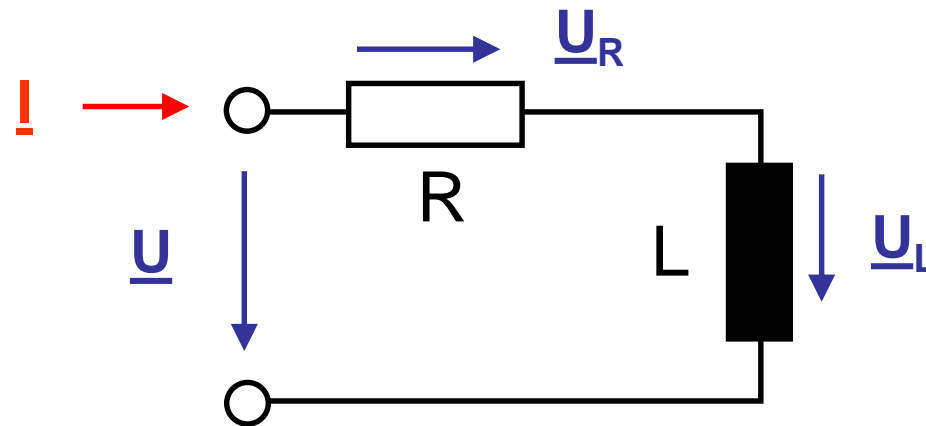
# Quiz zur Schaltungsanalyse



$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

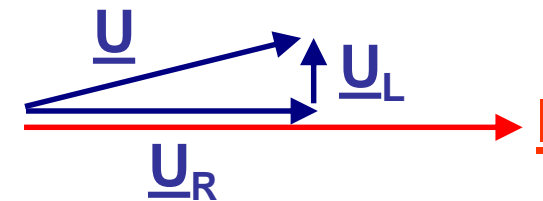


# Quiz zur Schaltungsanalyse

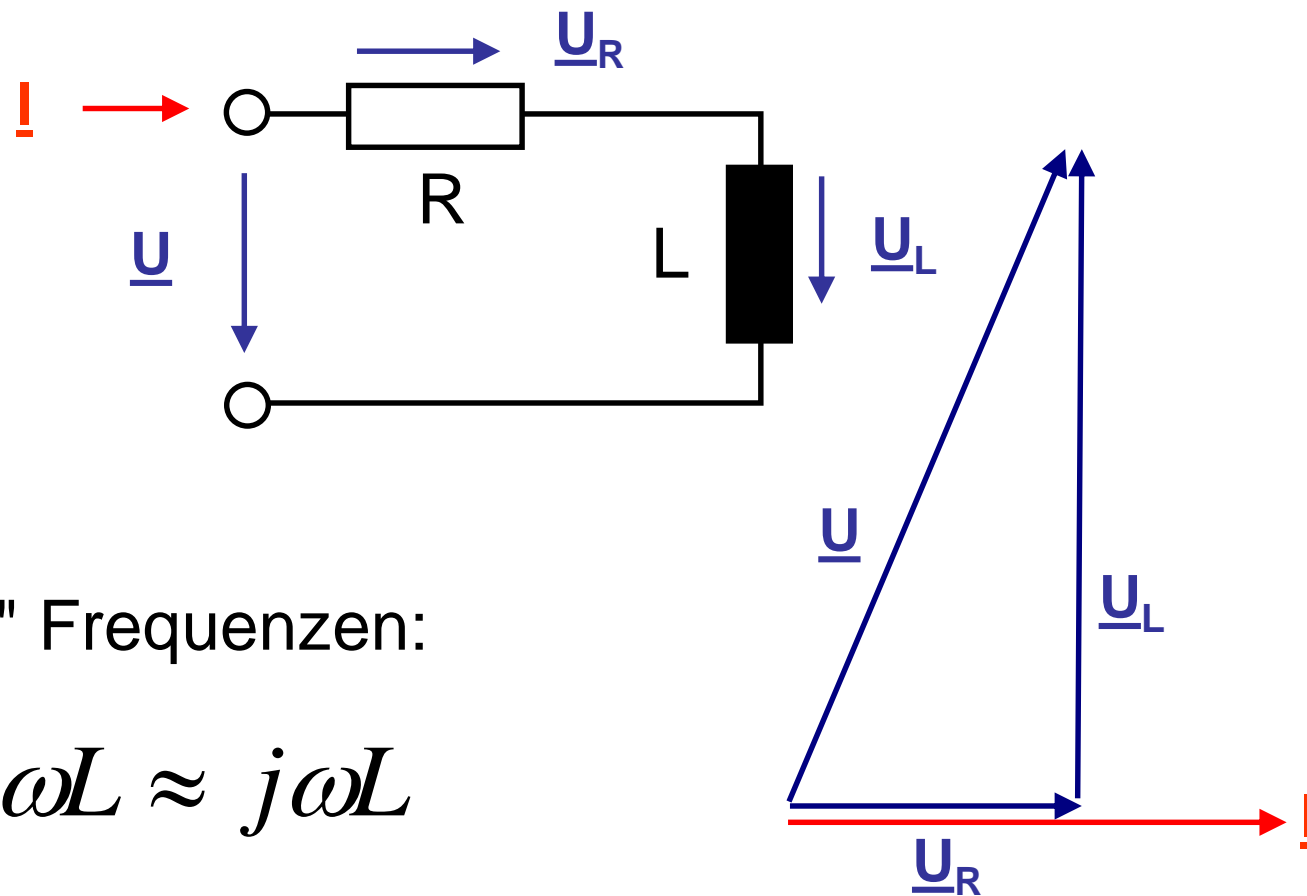


"sehr kleine" Frequenzen:

$$\underline{Z} = R + j\omega L \approx R$$



# Quiz zur Schaltungsanalyse



"sehr große" Frequenzen:

$$\underline{Z} = R + j\omega L \approx j\omega L$$

# Netzwerkumformungen

Netzwerkumformungen sind elementar für das Verständnis der Elektrotechnik II. Folgende, umgeformte Schaltungen wollen wir unterscheiden:

## → Ersatzschaltung

Einfachere (einfachste) Form einer Schaltung, die dasselbe Verhalten zeigt.

## → Äquivalente Schaltung

Alternative, aber nicht notwendigerweise einfachere Form einer Schaltung, die dasselbe Verhalten zeigt, d.h. wenn bei gleicher angelegter Wechselspannung ein nach Betrag und Phase identischer Strom fließt.

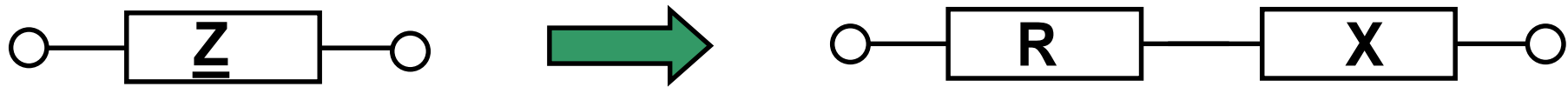
## → Duale Schaltung

Schaltung, deren komplexer Widerstand proportional zum komplexen Leitwert der ursprünglichen Schaltung ist.

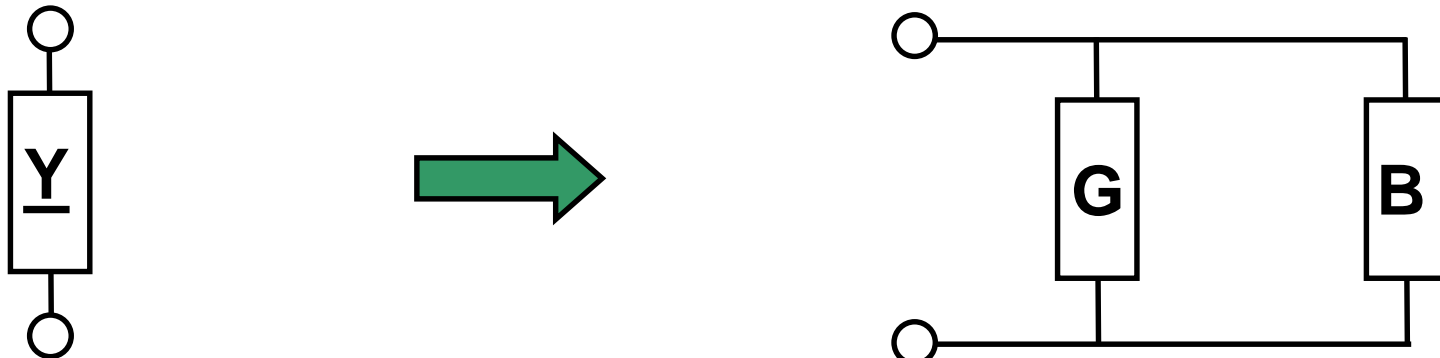
(Oft wird nicht streng unterschieden zwischen Ersatzschaltung und äquivalenter Schaltung. Beides ist z.B. im Englischen ein "equivalent circuit")

# Ersatzschaltungen I

Jeder komplexe Widerstand  $\underline{Z}$  (d.h. jede beliebig komplizierte Schaltung aus R, L und C) kann in eine Reihenschaltung eines Wirkwiderstandes R und eines Blindwiderstandes X zerlegt werden:



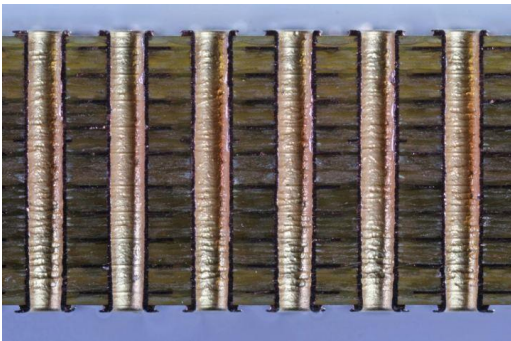
Jeder komplexe Leitwert  $\underline{Y}$  (d.h. jede beliebig komplizierte Schaltung aus R, L und C) kann in eine Parallelschaltung eines Wirkleitwertes G und eines Blindleitwertes B zerlegt werden:



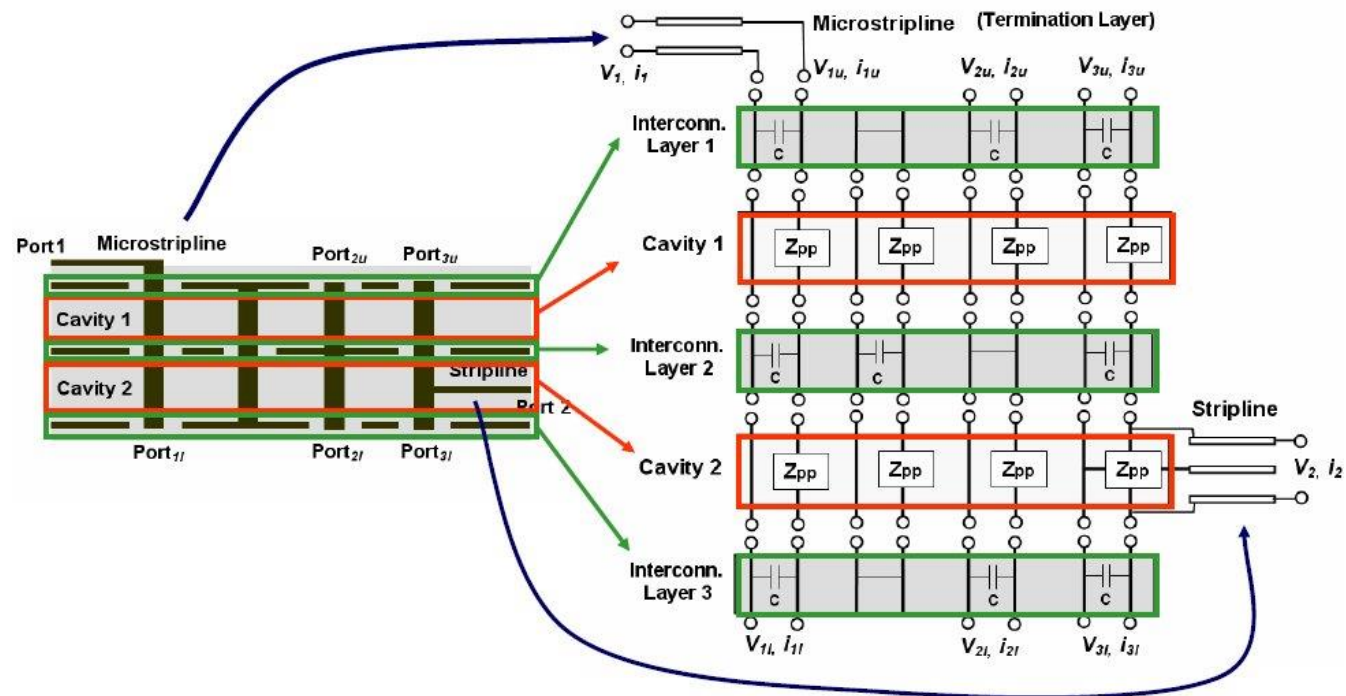
(Man beachte, dass die Zuordnungen i. A. von der Frequenz abhängen!)

# Ersatzschaltungen II

Das Auffinden von Ersatzschaltungen für reale Bauelemente oder ganz allgemein elektromagnetische Vorgänge ist nicht trivial. Am Institut für Theoretische Elektrotechnik wurden z.B. Ersatzschaltungen für das Verhalten von Vias in Leiterplatten entwickelt. Mit diesen Schaltungen lässt sich das Verhalten schnell und einfach berechnen.



(Bildquelle: TET, TUHH)



(Bildquelle: TET, TUHH)

# Ersatzschaltungen III

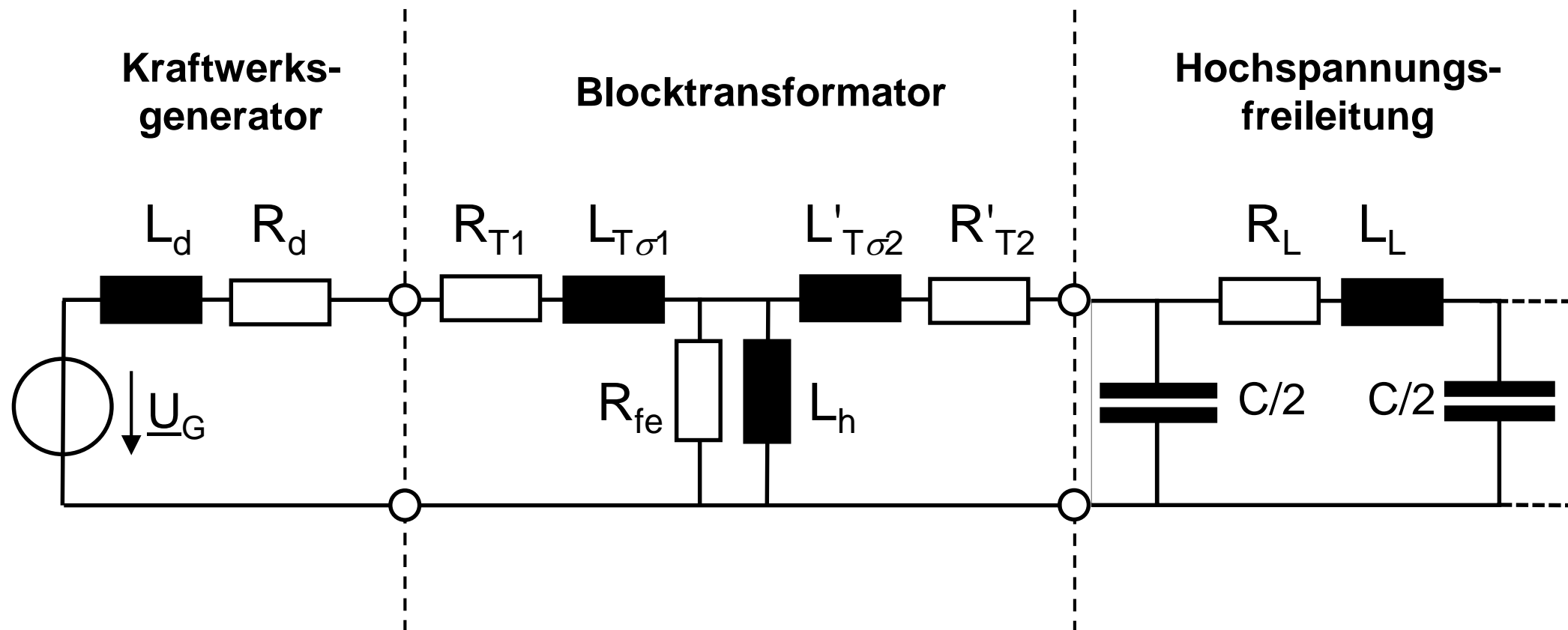


→ Ersatzschaltung ???

(Bildquelle: ieeet, TUHH)

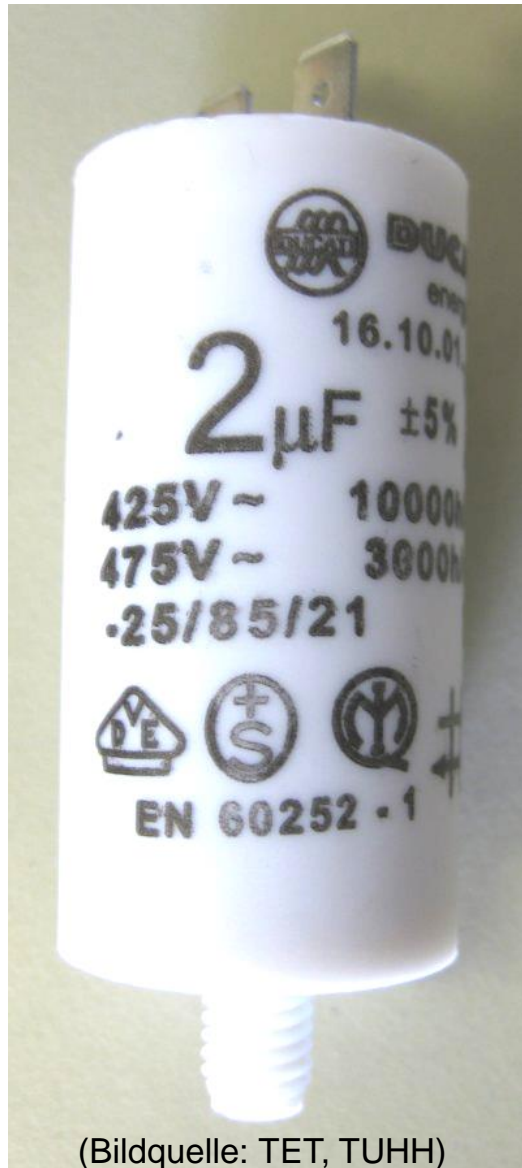
# Ersatzschaltungen IV

Ersatzschaltung für ein Kraftwerk, welches über einen Transformator und eine Hochspannungsfreileitung an ein elektrisches Energieübertragungsnetz angeschlossen ist:

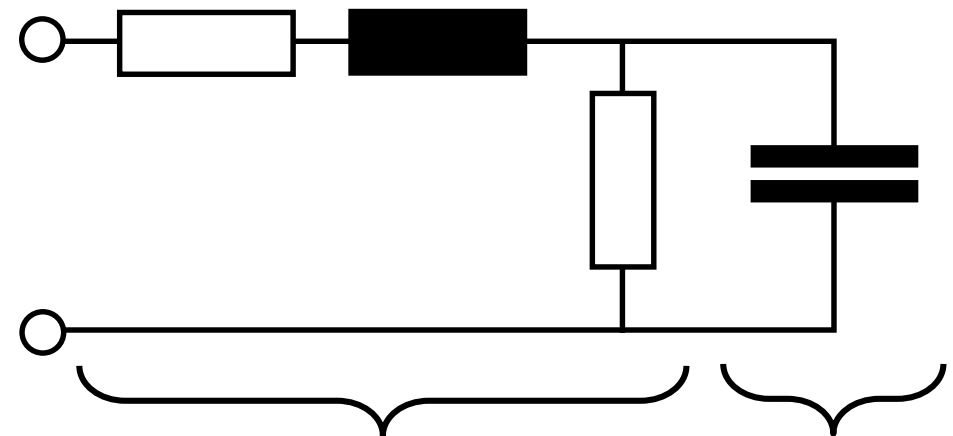


# Ersatzschaltungen V

Ein einfacheres Beispiel ist die Ersatzschaltung für einen realen (technischen) Kondensator:



(Bildquelle: TET, TUHH)



repräsentieren sog.  
„parasitäre Effekte“

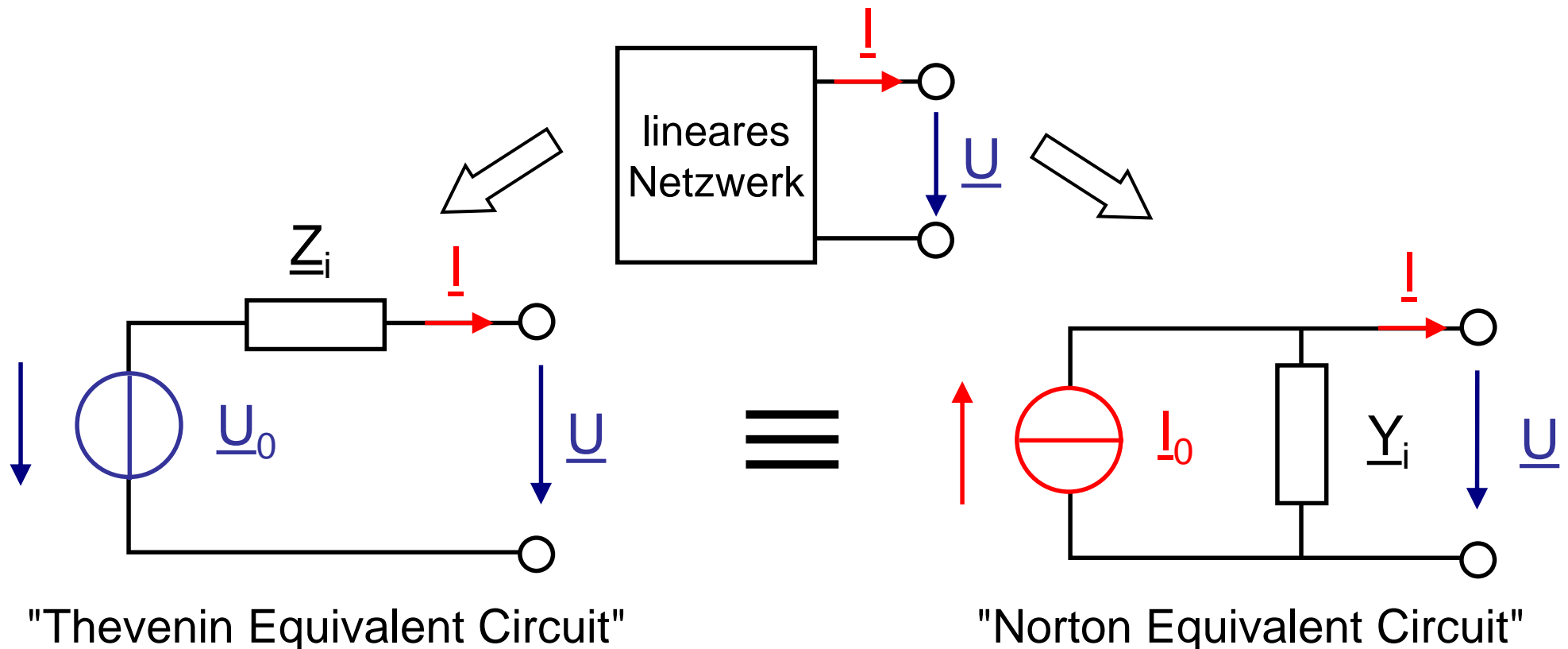
repräsentiert die  
eigentliche Funktion

# Notizen

# Notizen

# Äquivalente Schaltungen I

Jedes zweipolige lineare Netzwerk kann sowohl durch eine reale Spannungs- als auch durch eine reale Stromquelle dargestellt werden:



Beide sind äquivalent, solange gilt:  $\underline{U}_0 = \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_0$  und  $\underline{Y}_i = 1/\underline{Z}_i$

(Man beachte, dass die Zuordnungen i. A. von der Frequenz abhängen!)

# Notizen

# Notizen

# Äquivalente Schaltungen II

Zur Ermittlung der Kenngrößen der realen Ersatzspannungs- und der realen Ersatzstromquelle einer Schaltung stehen folgende Verfahren zur Verfügung:

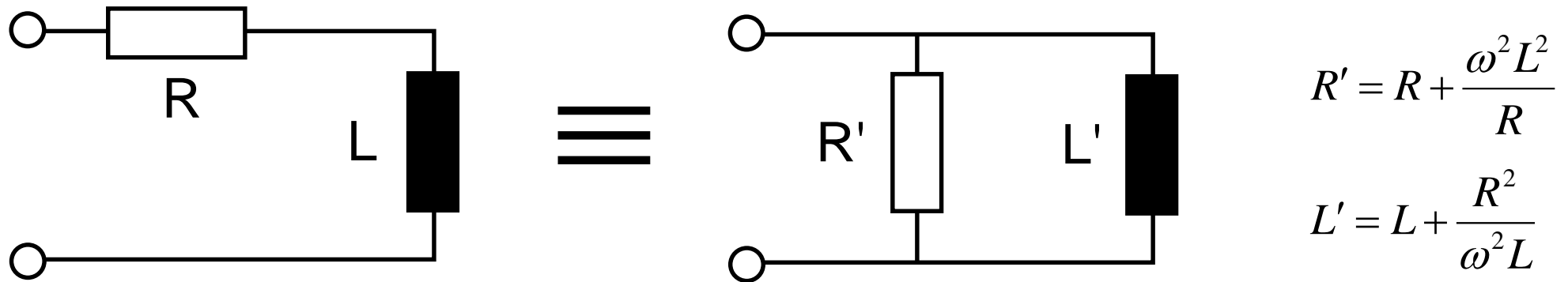
**Bestimmung von  $\underline{Y}_i = 1/\underline{Z}_i$  : Deaktivierung aller idealen Quellen** (Spannungsquellen kurzschließen, Stromquellen durch Leitungsunterbrechungen ersetzen) und Ermittlung des **zwischen den Anschlussklemmen** des verbleibenden Netzwerkes **wirksamen komplexen Widerstandes**

**Bestimmung der Leerlaufspannung  $\underline{U}_0$  :** Ermittlung der **Spannung zwischen den leerlaufenden Klemmen** der Originalschaltung

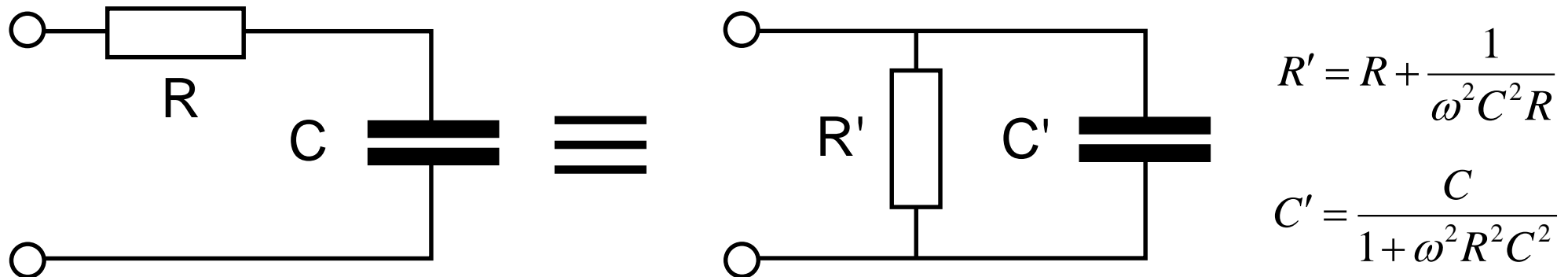
**Bestimmung des Kurzschlussstromes  $\underline{I}_0$  :** Ermittlung des **Stromes zwischen den kurzgeschlossenen Klemmen** der Originalschaltung

Wähle hieraus die zwei Verfahren mit dem geringsten Berechnungsaufwand und bestimme die fehlende Kenngröße aus  $\underline{U}_0 = \underline{Z}_i \cdot \underline{I}_0$  .

# Äquivalente Schaltungen III



→ Jede RL-Reihenschaltung kann in eine äquivalente RL-Parallelschaltung (mit i.A. anderen Bauteilwerten) überführt werden.



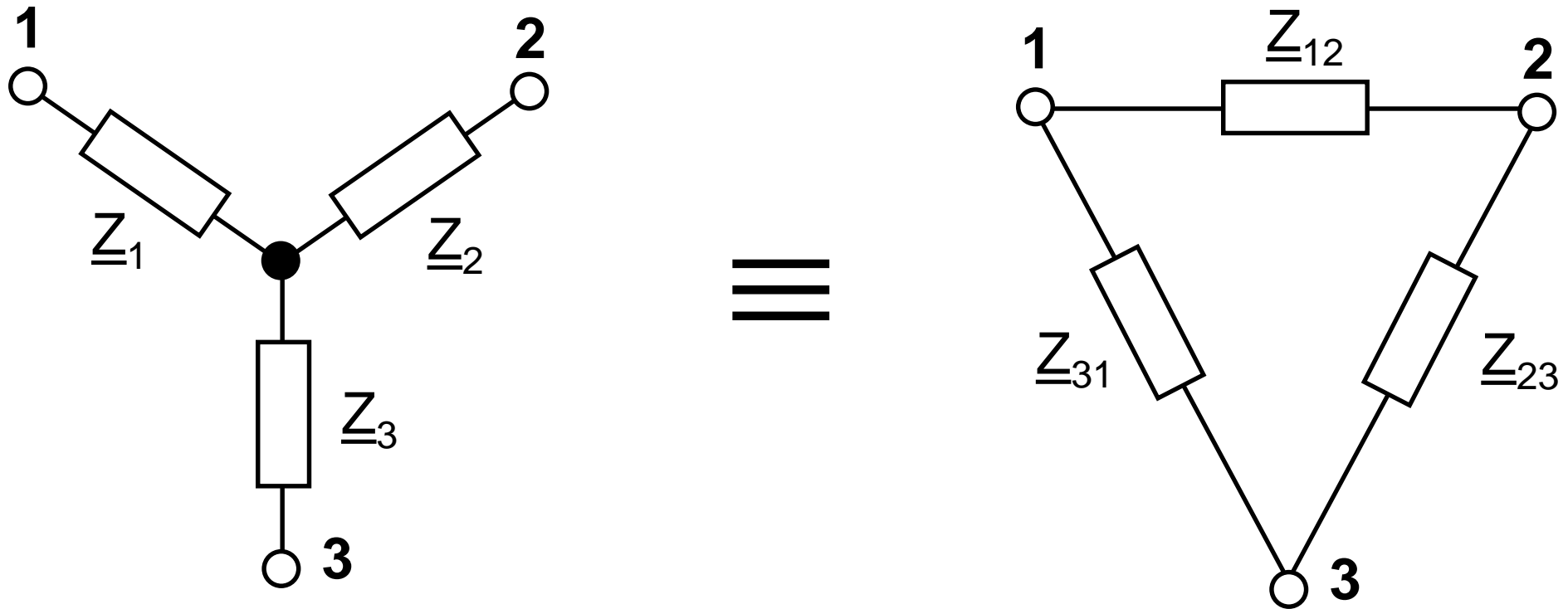
→ Jede RC-Reihenschaltung kann in eine äquivalente RC-Parallelschaltung (mit i.A. anderen Bauteilwerten) überführt werden.

(Man beachte, dass die Zuordnungen i. A. von der Frequenz abhängen!)

# Notizen

# Notizen

# Äquivalente Schaltungen IV



$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$

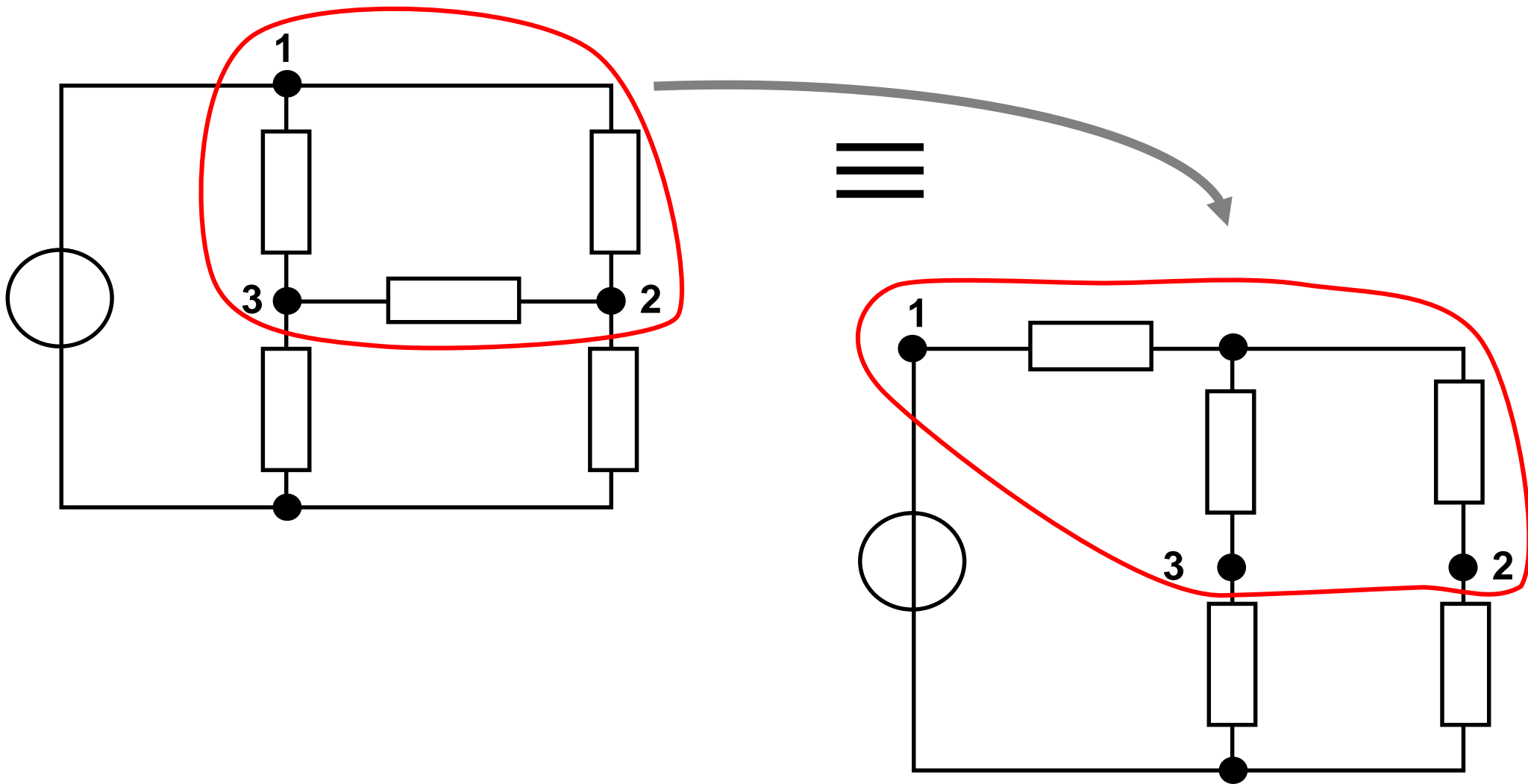
$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

(Man beachte, dass die Zuordnungen i. A. von der Frequenz abhängen!)

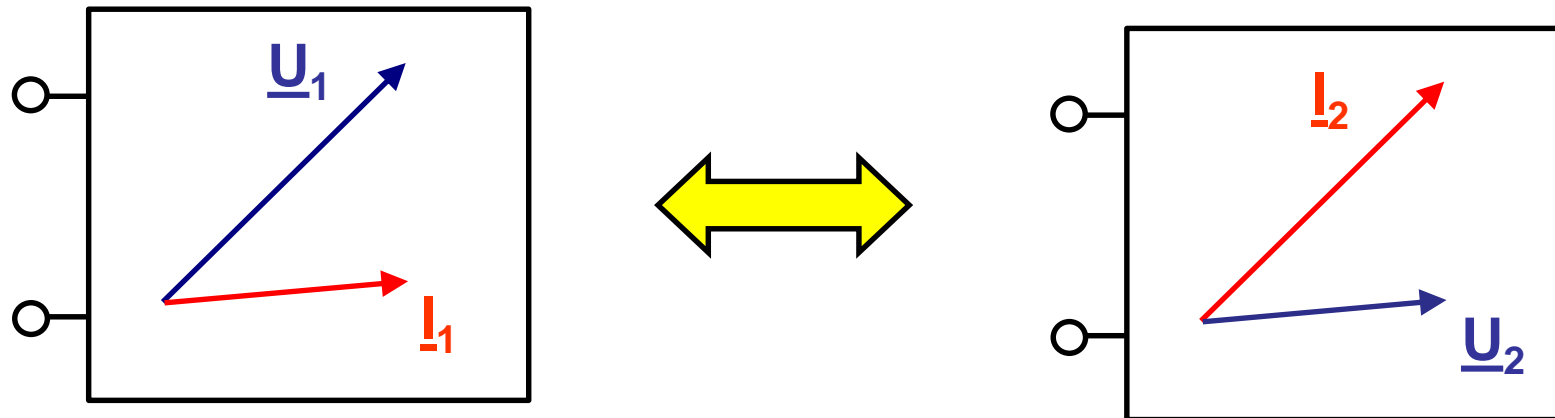
# Äquivalente Schaltungen V

Die Stern-Dreieck-Äquivalenz kann u.a. nützlich für die Analyse von belasteten Brückenschaltungen sein:



# Duale Schaltungen I

Zwei Schaltungen 1 und 2:



sind dual oder widerstandsreziprok zueinander, wenn (i. A. für den ganzen Frequenzbereich) gilt:

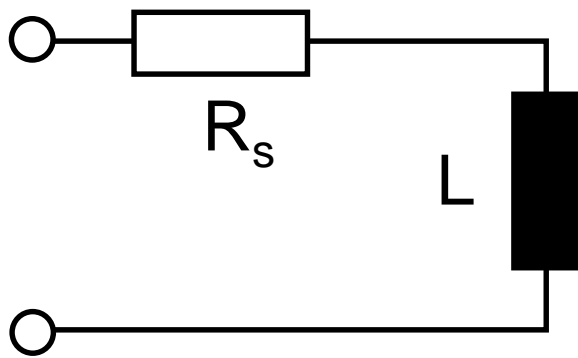
$$\underline{Z}_1(\omega) = k \cdot \underline{Y}_2(\omega) \quad \text{bzw.} \quad \underline{Z}_2(\omega) = k \cdot \underline{Y}_1(\omega)$$

(k ist hierbei eine Konstante mit Einheit  $\Omega^2$ )

# Duale Schaltungen II

Unter gewissen Voraussetzungen können z.B. folgende Schaltungen dual zueinander sein:

$$\underline{Z}_{RL} = R_s + j\omega L$$

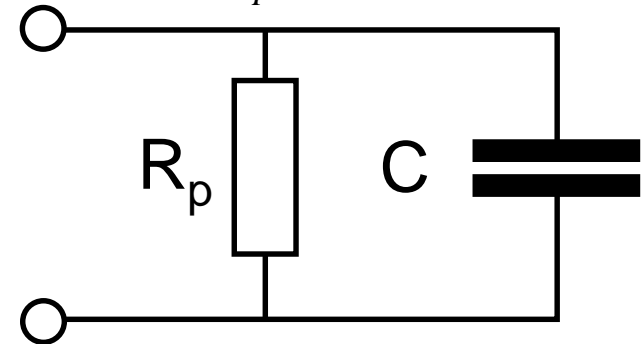


dual, wenn

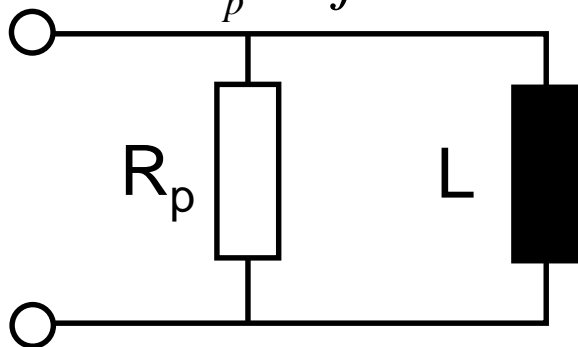


$$R_s = k \cdot G \quad \& \quad L = k \cdot C$$

$$\underline{Y}_{RC} = \frac{1}{R_p} + j\omega C = G + j\omega C$$



$$\underline{Y}_{RL} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L} = G + \frac{1}{j\omega L}$$

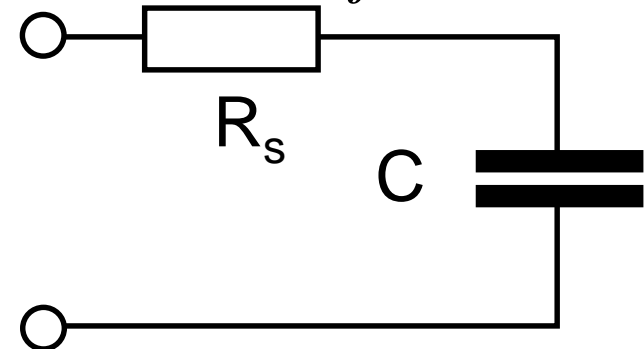


dual, wenn



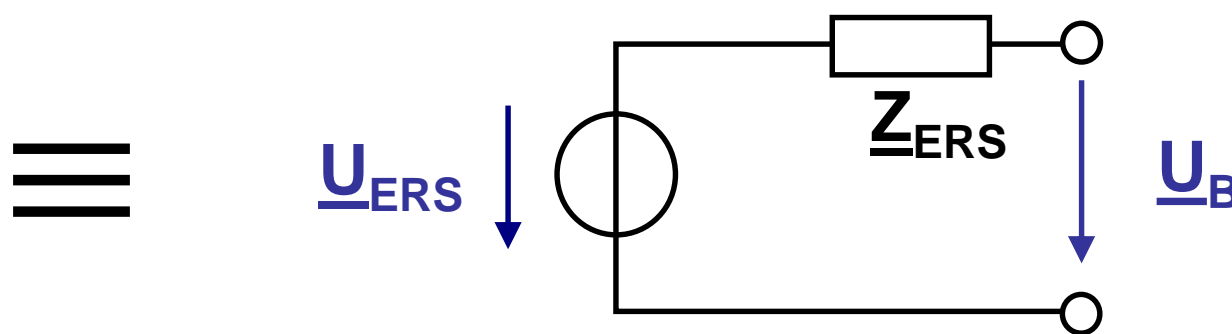
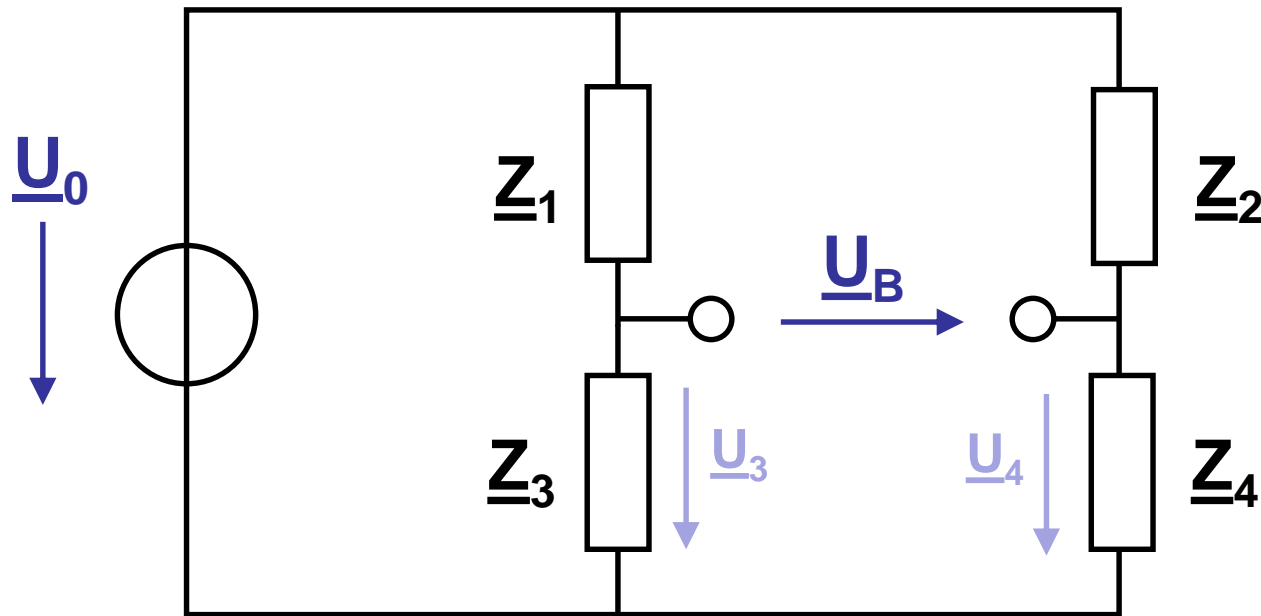
$$R_s = k \cdot G \quad \& \quad L = k \cdot C$$

$$\underline{Z}_{RC} = R_s + \frac{1}{j\omega C}$$



# Beispiel: Brückenschaltung

Darstellung durch eine reale Spannungsquelle?



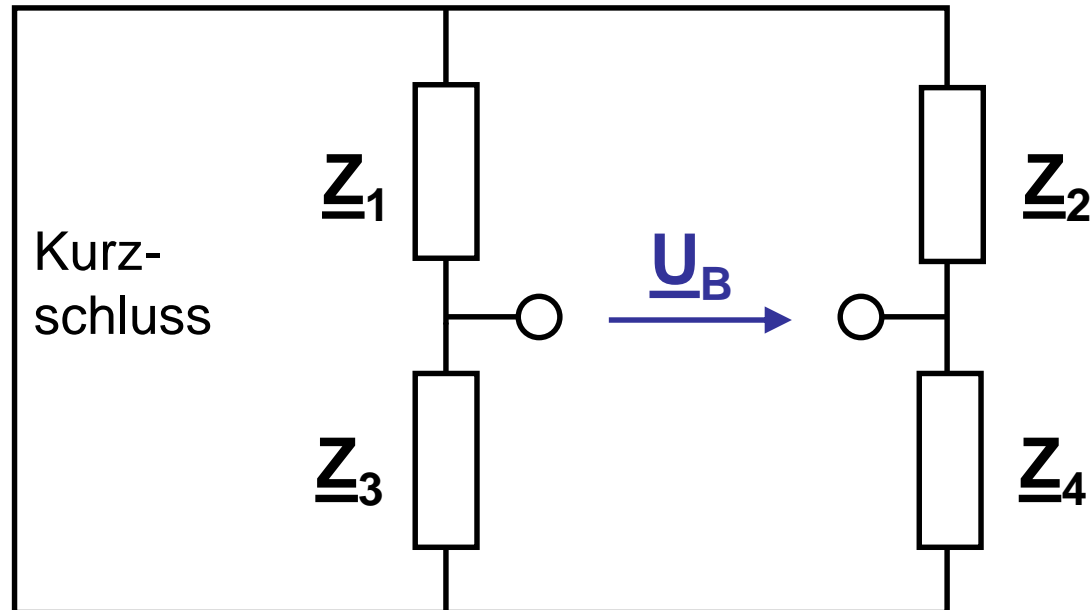
$$\underline{Z}_{ERS} = \underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \parallel \underline{Z}_4$$

$$\underline{U}_{ERS} = \underline{U}_3 - \underline{U}_4 \quad (\text{im Leerlauf})$$

$$= \left[ \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} - \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4} \right] \underline{U}_0$$

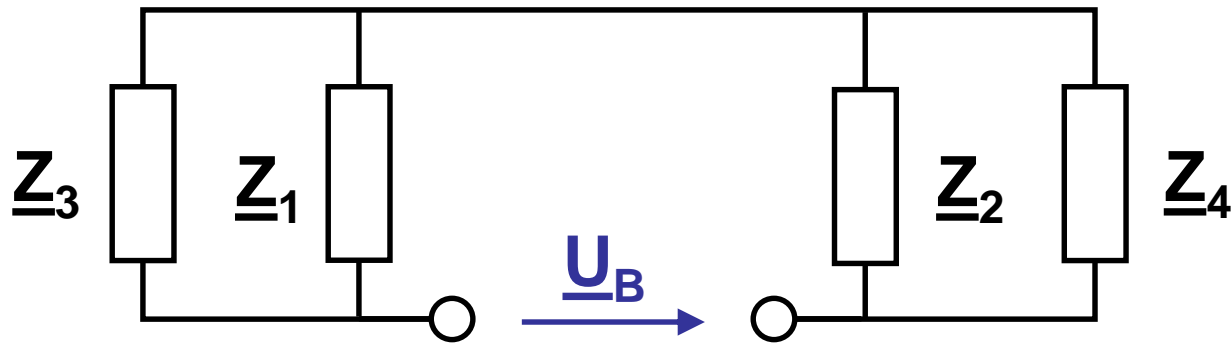
# Beispiel: Brückenschaltung

Darstellung durch eine reale Spannungsquelle?



# Beispiel: Brückenschaltung

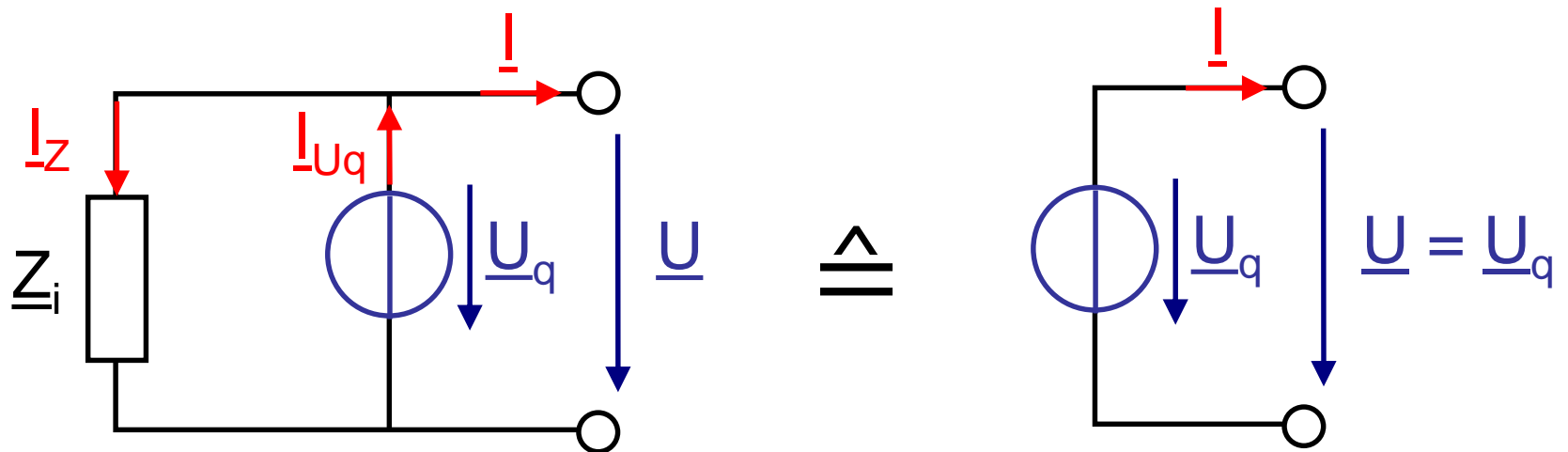
Darstellung durch eine reale Spannungsquelle?



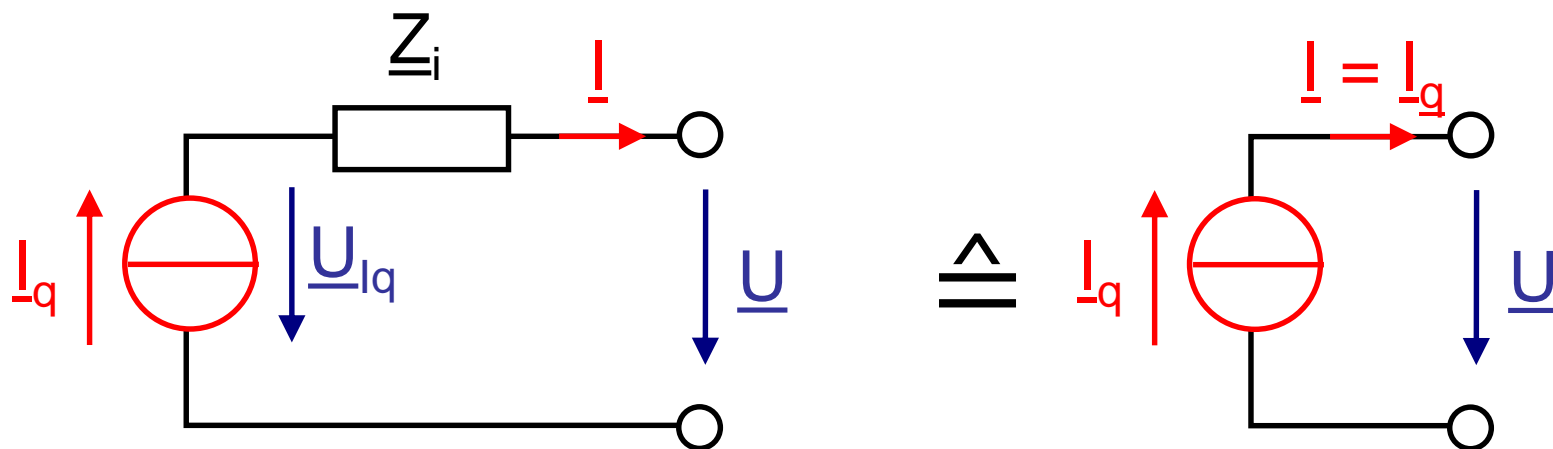
$$\underline{Z}_{ERS} = \underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \parallel \underline{Z}_4$$

# Vereinfachungen von Netzwerken

Parallelschaltung Widerstand und ideale Spannungsquelle:

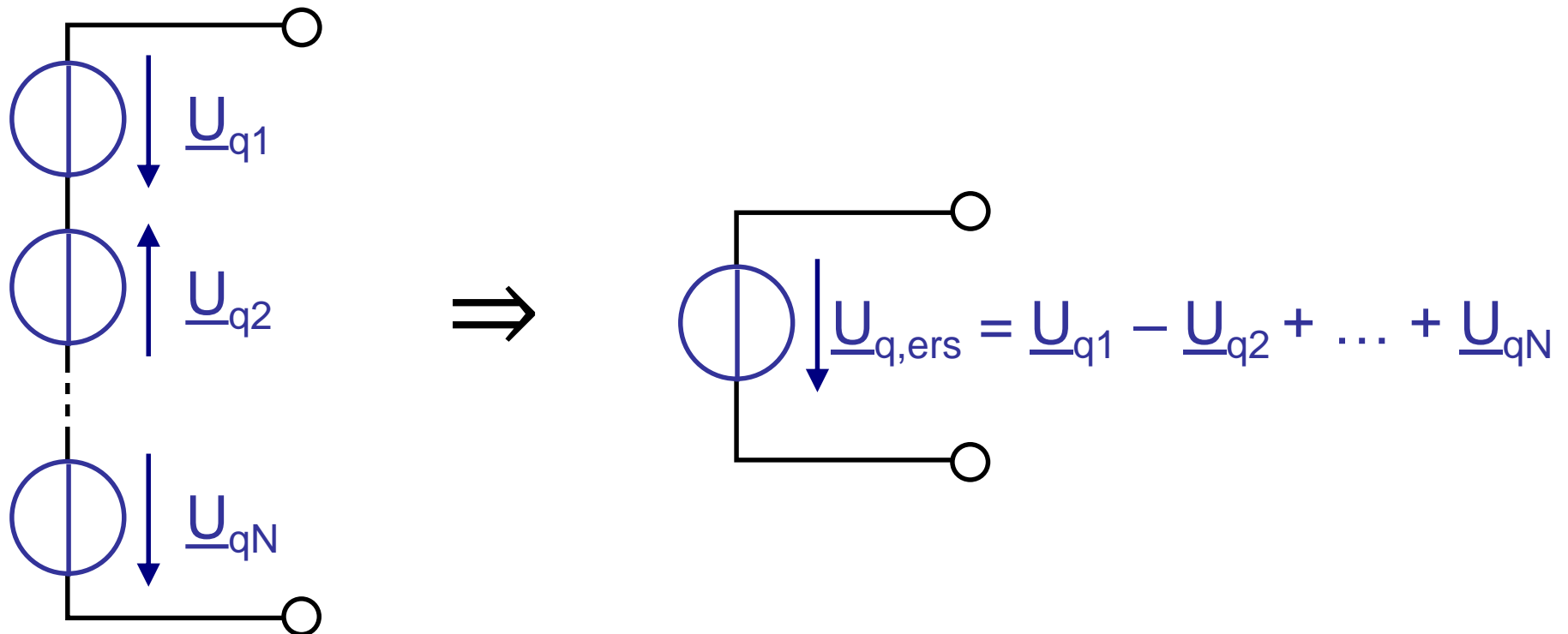


Reihenschaltung Widerstand und ideale Stromquelle:



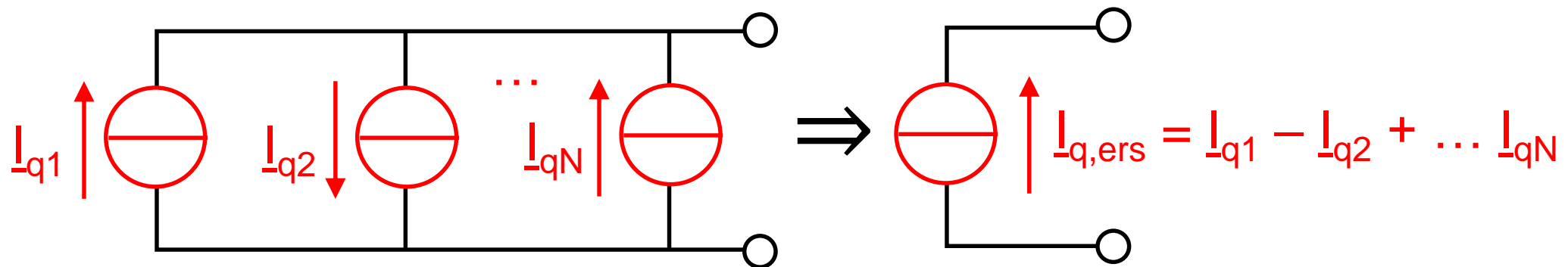
# Zusammenfassung idealer Quellen I

Zusammenfassung in Reihe geschalteter idealer Spannungsquellen:



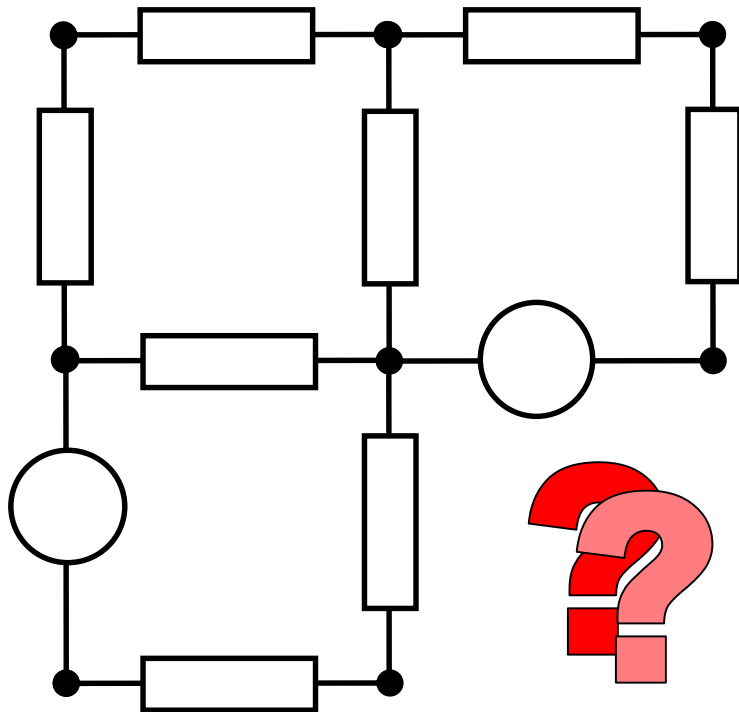
# Zusammenfassung idealer Quellen II

Zusammenfassung parallel geschalteter idealer Stromquellen:



# Formale Netzwerkanalyse

→ wird ausführlich in Elektrotechnik III behandelt!



Allgemeines Netzwerk mit:

**Z** = Anzahl Zweige

**K** = Anzahl Knoten

In jedem Zweig sind Strom  
und Spannung unbekannt

→ **2Z** Unbekannte

Die Relation  $I(U)$  bzw  $U(I)$  ist  
allerdings für jedes  
Zweigelement bekannt

→ **Z** Unbekannte

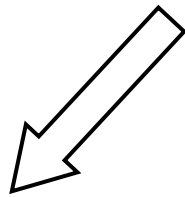
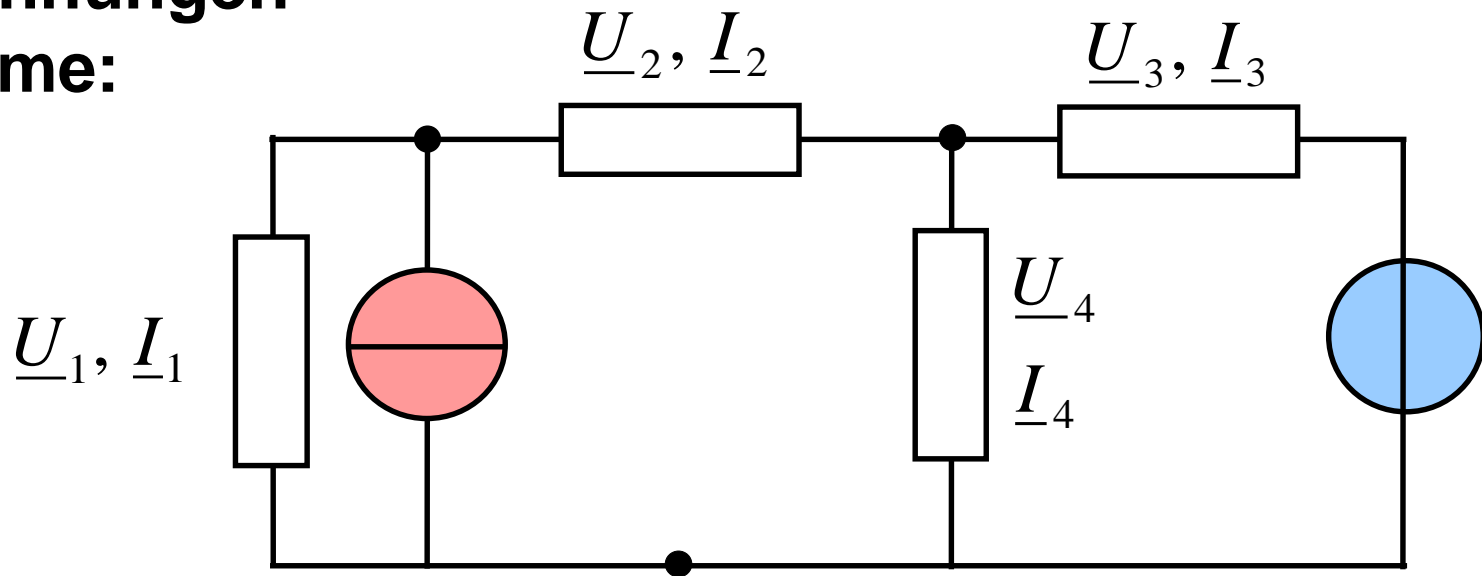
Kirchhoffsche Knotenregel  
liefert  $K-1$  Gleichungen

→ **Z-(K-1)** Unbekannte

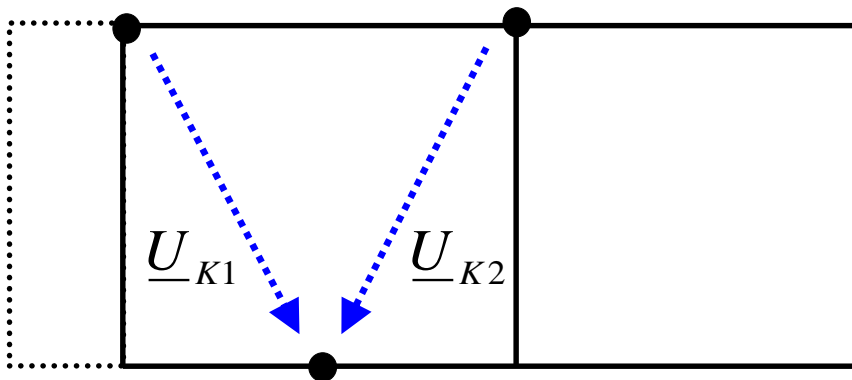
Kirchhoffsche Maschenregel  
liefert  $Z-(K-1)$  Gleichungen

→ **0** Unbekannte!!!

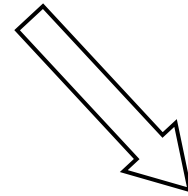
# Zweigspannungen und -ströme:



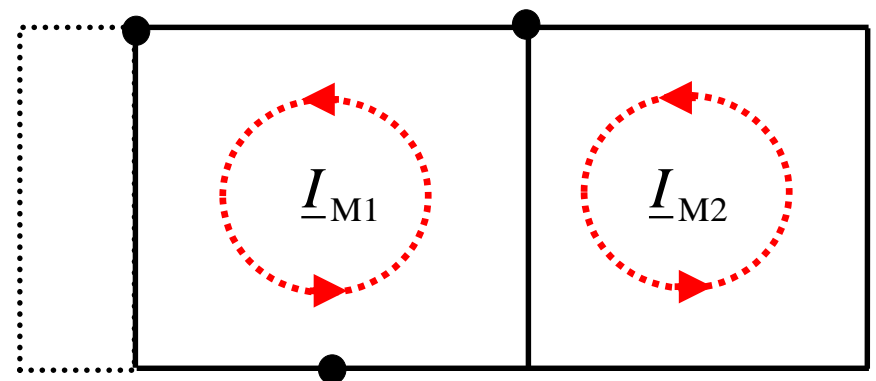
## Knotenspannungen:



→ Maschenregeln automatisch erfüllt!



## Maschenströme:



→ Knotenregeln automatisch erfüllt!

# Maschenstromanalyse

## Grundsätzlich Vorgehensweise:

1. Geeignete Maschen und  $Z-(K-1)$  Maschenströme festlegen
2. Stromquellen durch äquivalente Spannungsquellen ersetzen
3. Beziehungen zwischen Maschen- und Zweigströmen mittels Inzidenzmatrix aufstellen:  $\underline{\vec{I}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\vec{I}}_M$
4. Kirchhoffsche Maschenregel auf  $Z-(K-1)$  Maschen anwenden mit Maschenströmen als Variablen:  $\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\vec{I}}_M = \underline{\vec{U}}_Q$
5. Lineares Gleichungssystem nach  $\underline{\vec{I}}_M$  auflösen
6. Zweigströme über Inzidenzmatrix berechnen
7. Zweigspannungen über Strom-/Spannungsbeziehungen für die einzelnen Zweige berechnen

# Maschenstromanalyse

Struktur des linearen Gleichungssystems:

$$\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\vec{I}}_M = \underline{\vec{U}}_Q$$

**Hauptdiagonalelement**  $\underline{Z}_{mm}$  = Summe aller Netzwerkimpedanzen in der Masche Nr.  $m$ . Einträge stets positiv.

**Nebendiagonalelement**  $\underline{Z}_{mn}$  = Netzwerkimpedanz, die gleichzeitig in Maschen Nr.  $m$  und  $n$  liegt. Eintrag positiv wenn Maschenstromorientierungen gleichgerichtet, ansonsten negativ.

**Eintrag des Spaltenvektors**  $\underline{U}_{Qm}$  = Summe aller Quellenspannungen in der Masche Nr.  $m$ . Einträge positiv, wenn Quellenspannung entgegengesetzt zur Maschenstromorientierung, ansonsten negativ.

# Knotenspannungsanalyse

## Grundsätzliche Vorgehensweise:

1. Geeigneten Referenzknoten und  $K-1$  Knotenspannungen festlegen
2. Spannungsquellen durch äquivalente Stromquellen ersetzen
3. Beziehungen zwischen Knoten- und Zweigspannungen mittels Inzidenzmatrix aufstellen:  $\underline{\vec{U}} = \mathbf{B} \cdot \underline{\vec{U}}_K$
4. Kirchhoffsche Knotenregel auf  $K-1$  Knoten anwenden mit Knotenspannungen als Variablen:  $\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\vec{U}}_K = \underline{\vec{I}}_Q$
5. Lineares Gleichungssystem nach  $\underline{\vec{U}}_K$  auflösen
6. Zweigspannungen über Inzidenzmatrix berechnen
7. Zweigströme über Strom- /Spannungsbeziehungen für die einzelnen Zweige berechnen

# Knotenspannungsanalyse

Struktur des linearen Gleichungssystems:

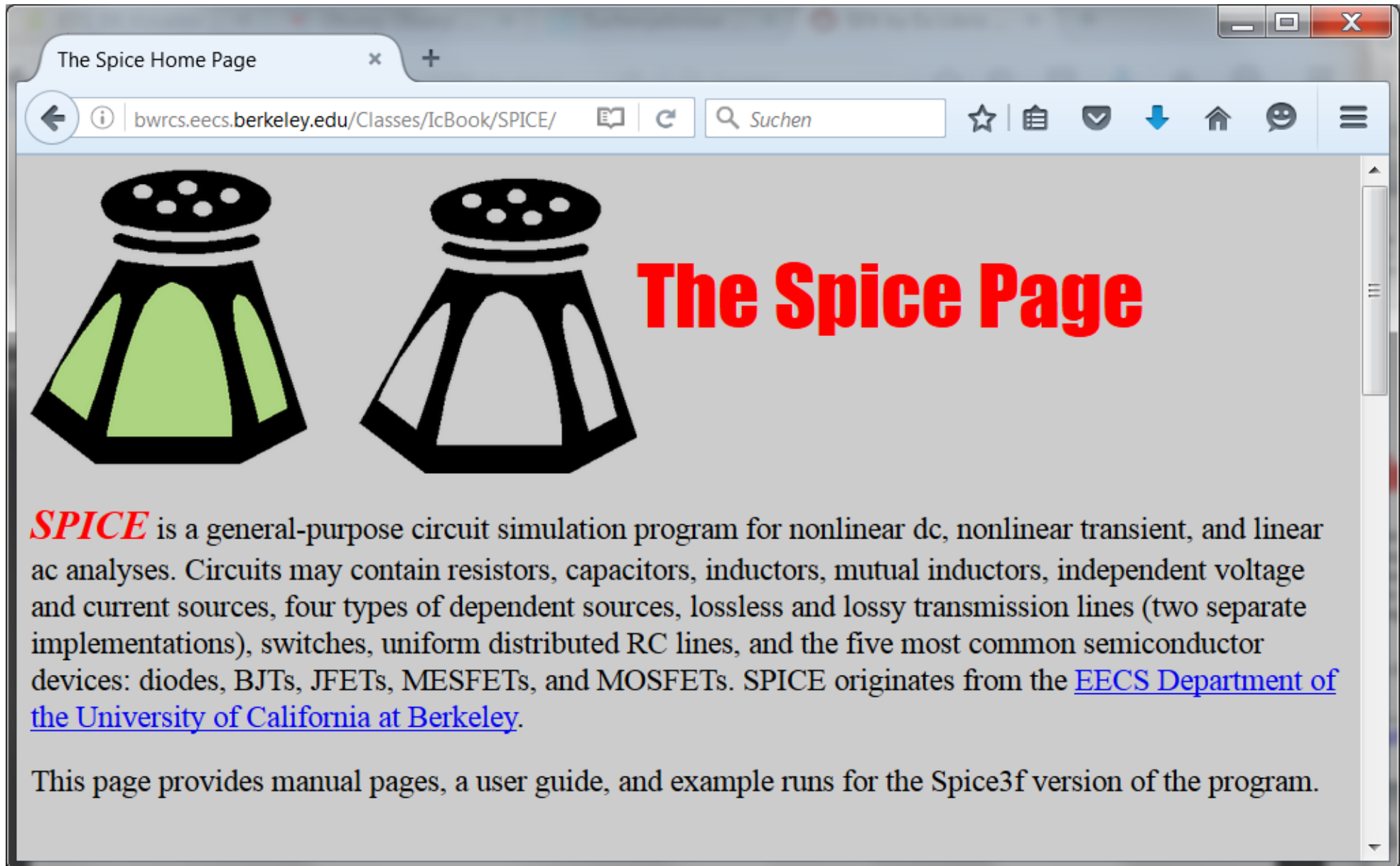
$$\underline{\mathbf{Y}} \cdot \underline{\vec{U}}_{\text{K}} = \underline{\vec{I}}_{\text{Q}}$$

**Hauptdiagonalelement**  $\underline{Y}_{mm}$  = Summe aller Netzwerkadmittanzen, die einseitig an Knoten Nr.  $m$  angeschlossen sind. Einträge stets positiv.

**Nebendiagonalelement**  $\underline{Y}_{mn}$  = Netzwerkadmittanz, die zwischen Knoten Nr.  $m$  und  $n$  liegt. Eintrag stets negativ.

**Eintrag des Spaltenvektors**  $\underline{I}_{Qm}$  = Summe aller Quellensströme, die in den Knoten Nr.  $m$  fließen. Einträge positiv, wenn Quellenstrom in den Knoten fließt, ansonsten negativ.

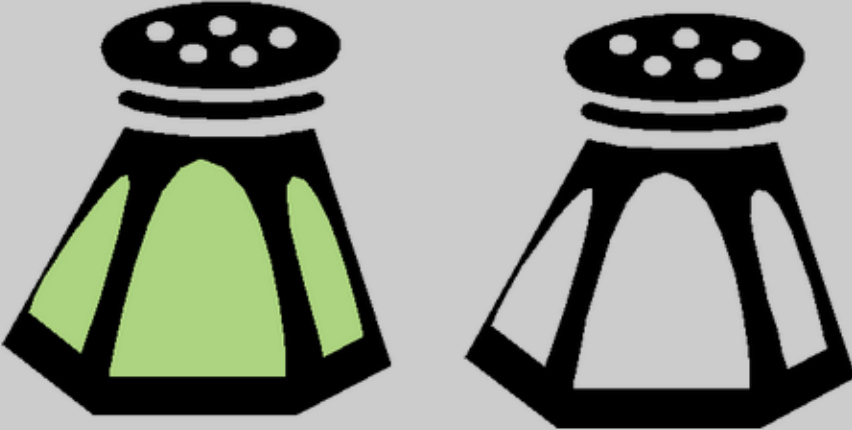
# S. P. I. C. E.



The Spice Home Page

bwracs.eecs.berkeley.edu/Classes/IcBook/SPICE/

Suchen



## The Spice Page

***SPICE*** is a general-purpose circuit simulation program for nonlinear dc, nonlinear transient, and linear ac analyses. Circuits may contain resistors, capacitors, inductors, mutual inductors, independent voltage and current sources, four types of dependent sources, lossless and lossy transmission lines (two separate implementations), switches, uniform distributed RC lines, and the five most common semiconductor devices: diodes, BJTs, JFETs, MESFETs, and MOSFETs. SPICE originates from the [EECS Department of the University of California at Berkeley](http://www.eecs.berkeley.edu/).

This page provides manual pages, a user guide, and example runs for the Spice3f version of the program.

<http://bwracs.eecs.berkeley.edu/Classes/IcBook/SPICE/>

# TINA-TI

## SPICE-based analog simulation program

[Downloads](#)
[Overview](#) | [Downloads](#) | [Technical documentation](#) | [Support & training](#)

## Overview

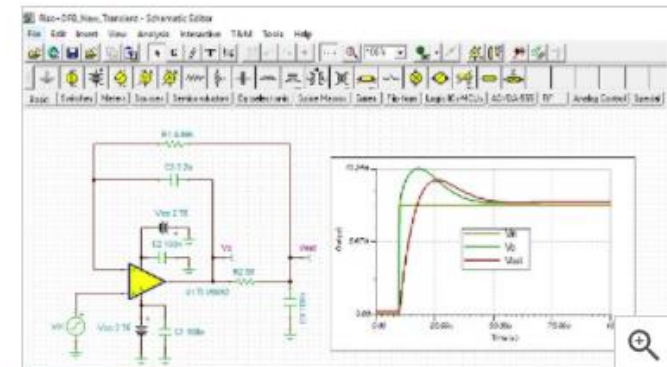
TINA-TI provides all the conventional DC, transient and frequency domain analysis of SPICE and much more. TINA has extensive post-processing capability that allows you to format results the way you want them. Virtual instruments allow you to select input waveforms and probe circuit nodes voltages and waveforms. TINA's schematic capture is truly intuitive - a real "quickstart."

TINA-TI installation requires approximately 500MB. Installation is straight-forward and it can be uninstalled easily, if you wish. We bet that you won't.

TINA is a product of DesignSoft exclusively for Texas Instruments. This complimentary version is fully functional but does not support some other features available with the full version of TINA.

For a complete list of available TINA-TI models, see: [SpiceRack – A Complete List](#)

Need HSpice models to aid in your design? Our HSpice model collection can be found [here](#).

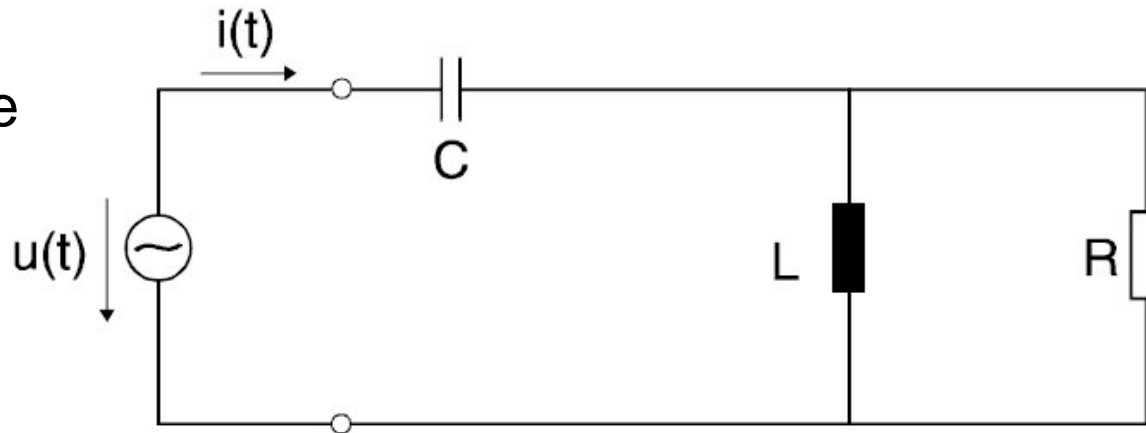


# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Erklären Sie in Ihren eigenen Worten den Unterschied zwischen den Begriffen Ersatzschaltung, äquivalente Schaltung und duale Schaltung!
2. Wozu kann die Kenntnis von Schaltungsäquivalenzen nützlich sein (Theorie/Praxis)?
3. Sie haben eine RC-Reihenschaltung mit  $10 \Omega$  bzw.  $1 \text{ mF}$  aufgebaut. Müssen Sie diese Werte in einer äquivalenten RC-Parallelschaltung erhöhen oder erniedrigen? Spielt die Frequenz hierbei eine Rolle?
4. Warum werden Maschenströme bzw. Knotenspannungen in der formalen Netzwerkanalyse eingeführt? Was gewinnt man dadurch?

# Übungsaufgabe 9

Gegeben ist  
nebenstehende  
Schaltung:



$$R = 100 \Omega$$

$$L = 1 \mu H$$

$$C = 1 nF$$

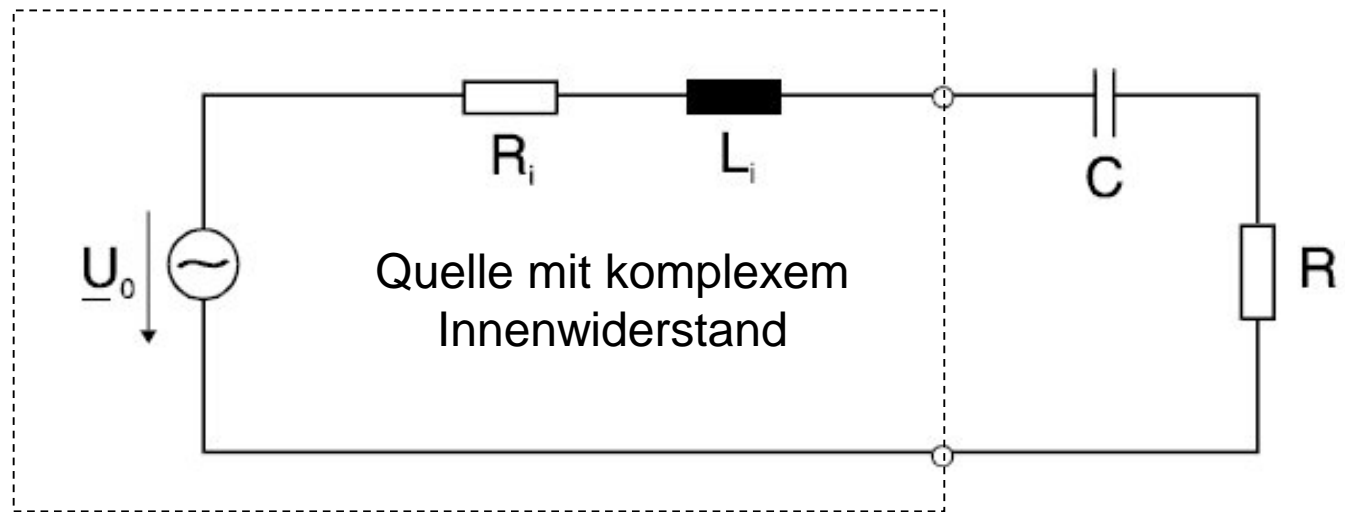
$$\omega = 2\pi \cdot 6 MHz$$

$$\hat{U} = 1.41 V$$

- a)** Berechnen Sie die Impedanz nach Betrag und Phase, mit der die Spannungsquelle belastet wird! Diskutieren Sie das Ergebnis für  
(i)  $L \rightarrow \infty$  und  $C \rightarrow \infty$     (ii)  $R = 0$     (iii)  $R \rightarrow \infty$  und  $C \rightarrow \infty$  !
- b)** Wie groß ist der Effektivwert des Stromes  $i(t)$ , und wie groß ist der Phasenwinkel von  $i(t)$  relativ zu  $u(t)$ ?
- c)** Wie groß müsste  $C$  sein, damit  $u(t)$  und  $i(t)$  gleichphasig werden?
- d)** Erstellen Sie das Zeigerdiagramm für alle Teilströme und -spannungen!

# Übungsaufgabe 10

Gegeben ist  
nebenstehende  
Schaltung:



- Berechnen Sie allgemein die Gesamtwirkleistung  $P_{\text{ges}}$  und die Gesamtblindleistung  $Q_{\text{ges}}$  dieser Anordnung (also Quelle + Last)!
- Bestimmen Sie die Kapazität  $C = C_{\text{opt}}$  des Kondensators so, dass die von  $R$  aufgenommene Wirkleistung möglichst groß wird!
- Wie groß ist  $C_{\text{opt}}$  zu wählen für  $R = 90 \Omega$ ,  $R_i = 10 \Omega$ ,  $L_i = 20 \text{ mH}$ ,  $U_0 = 230 \text{ V}$ ,  $\omega = 2 \pi \cdot 50 \text{ rad/s}$ ? Welche Leistung nimmt  $R$  dann auf?
- Stellen Sie für diesen Fall das maßstabsgerechte Zeigerdiagramm aller Teilspannungen auf!

- 6 -

Überlagerungssatz

Harmonische Analyse

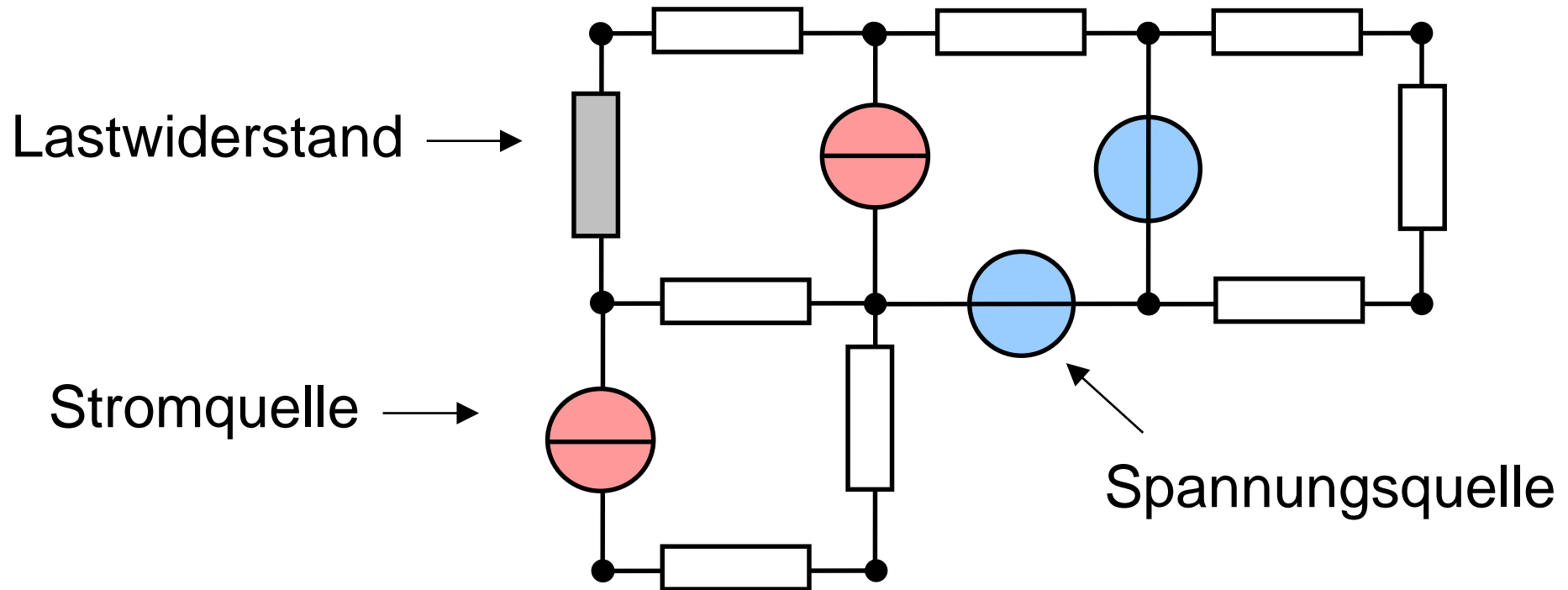
Übertragungsfunktionen

Bode-Diagramme

Ortskurven

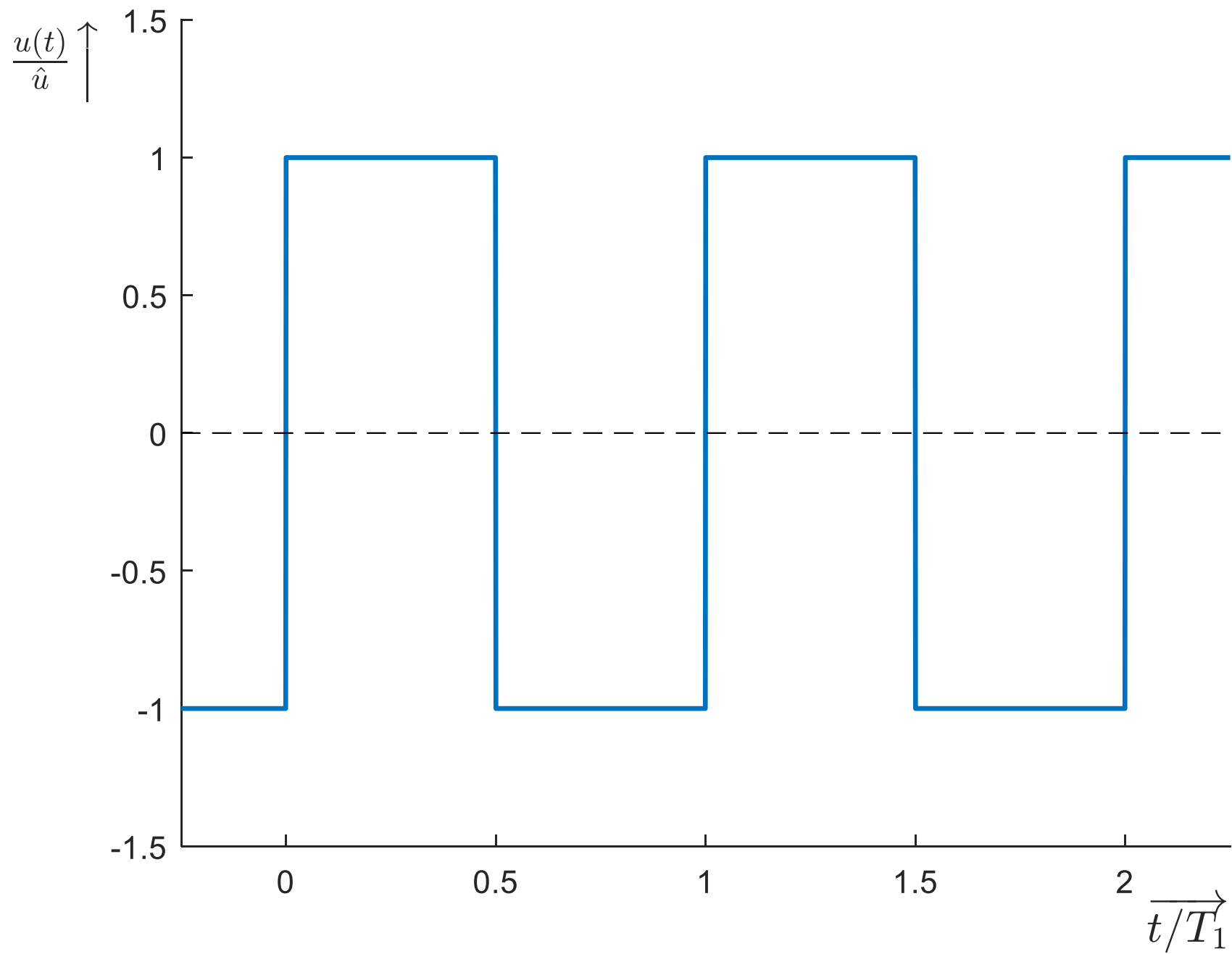
(Albach Kapitel 8.7, 9.1 und erste Seiten von 9.2)

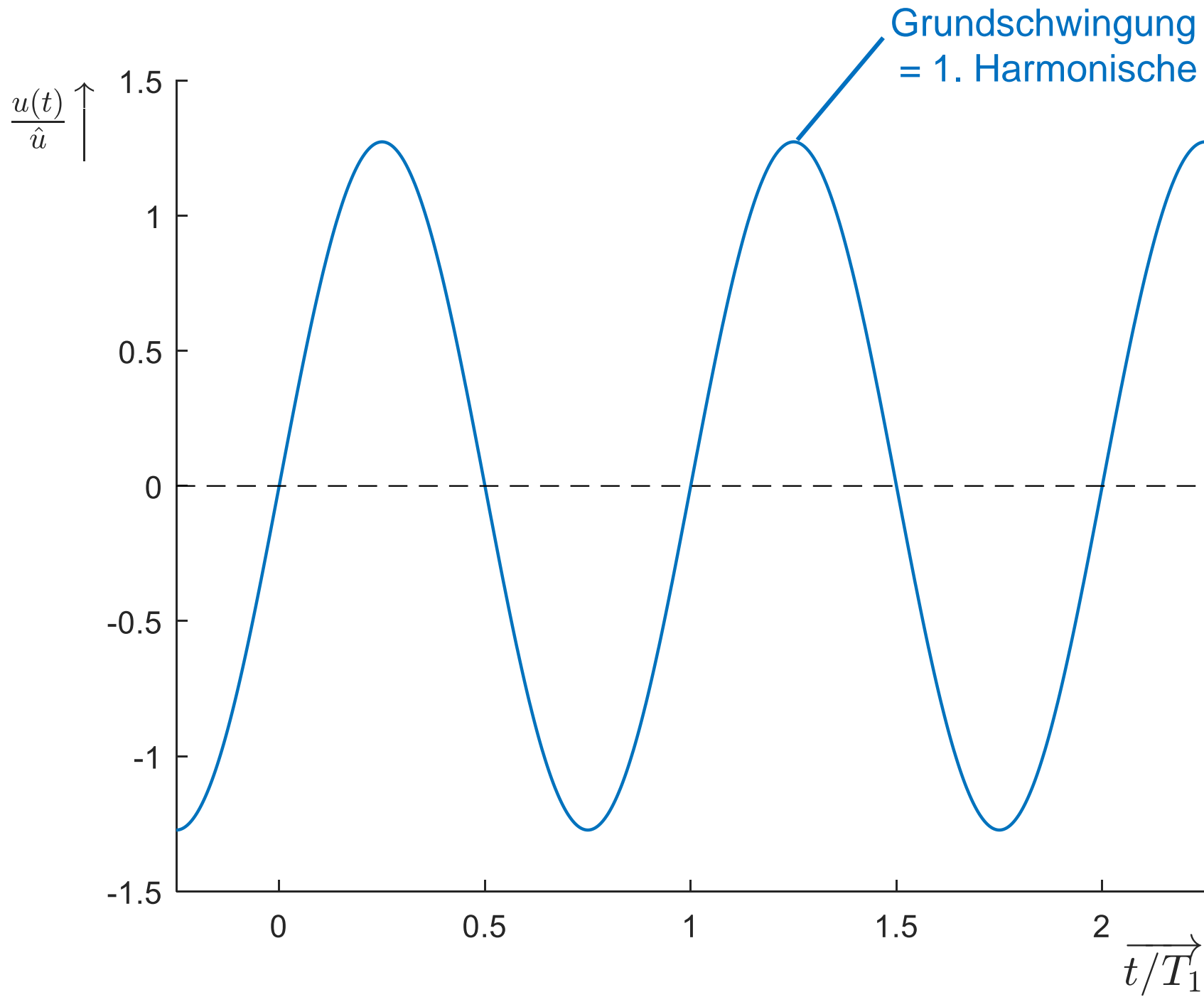
# Überlagerungssatz

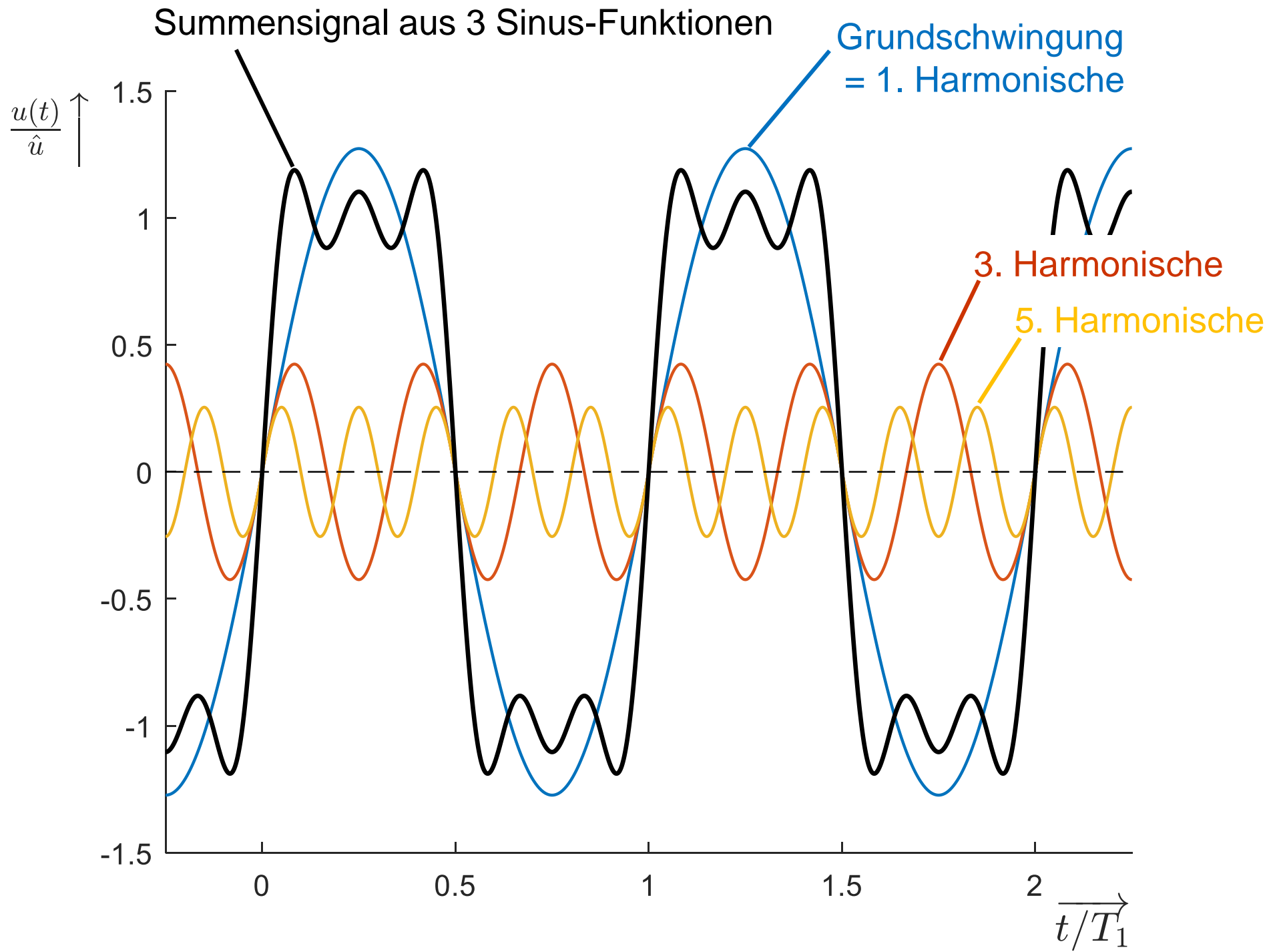


Strom und Spannung an der Last ergeben sich aus der überlagerten (vorzeichenrichtig summierten, superponierten) Wirkung jeder Quelle in einzelner Berechnung. Dabei werden nicht betrachtete Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzt und nicht betrachtete Stromquellen durch Auftrennungen. Vorsicht: dies gilt i.A. nicht für die Leistung!

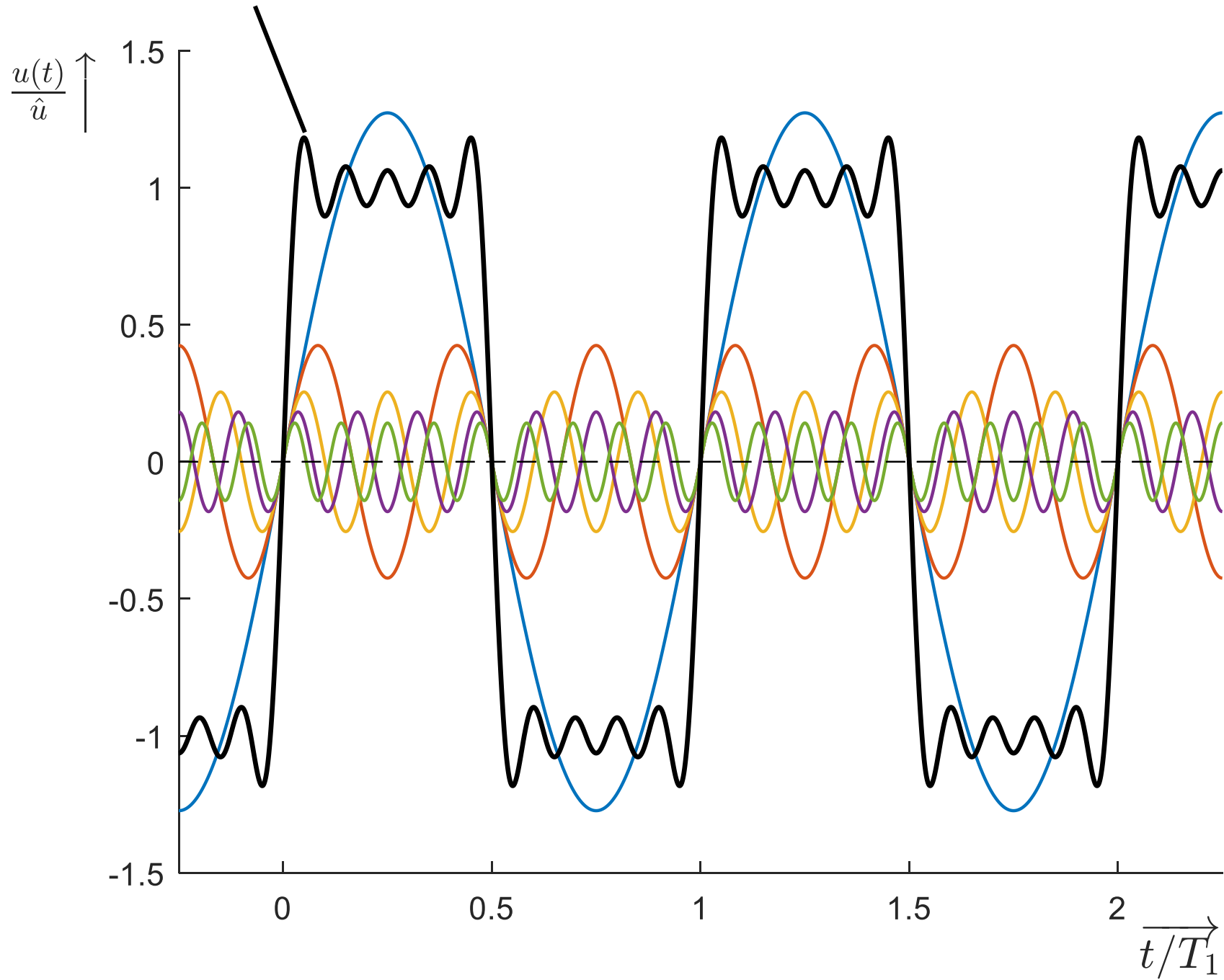
# Notizen

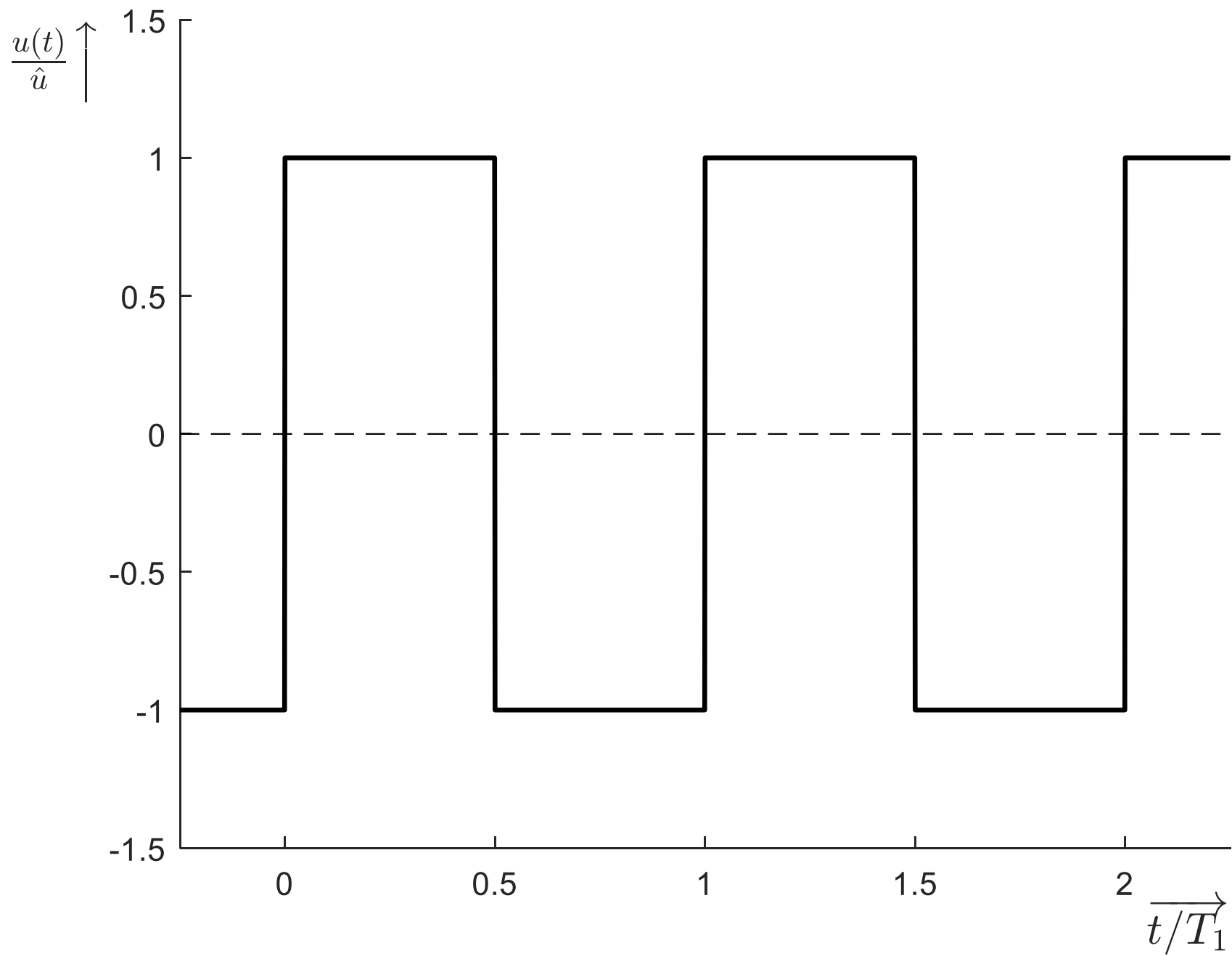


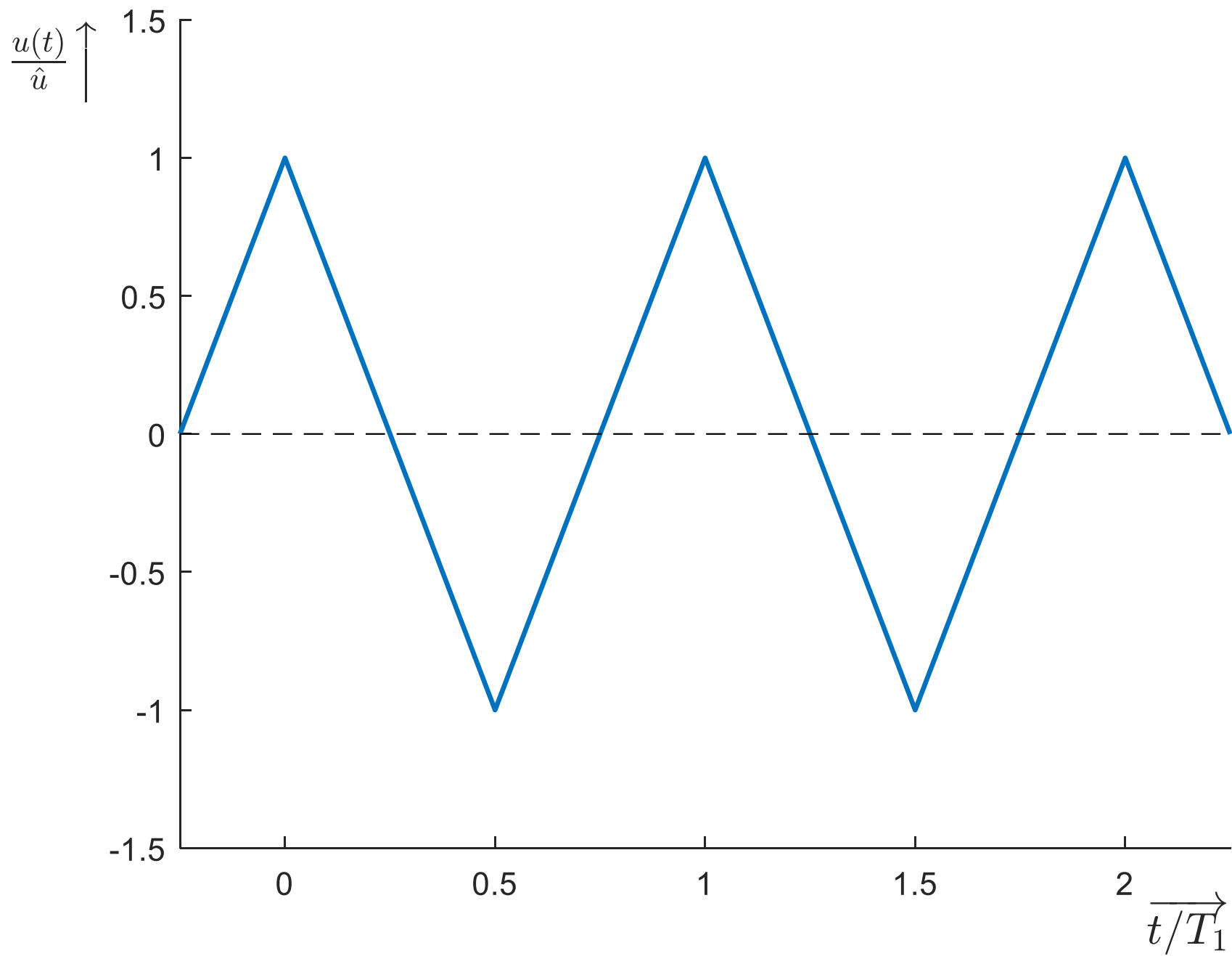


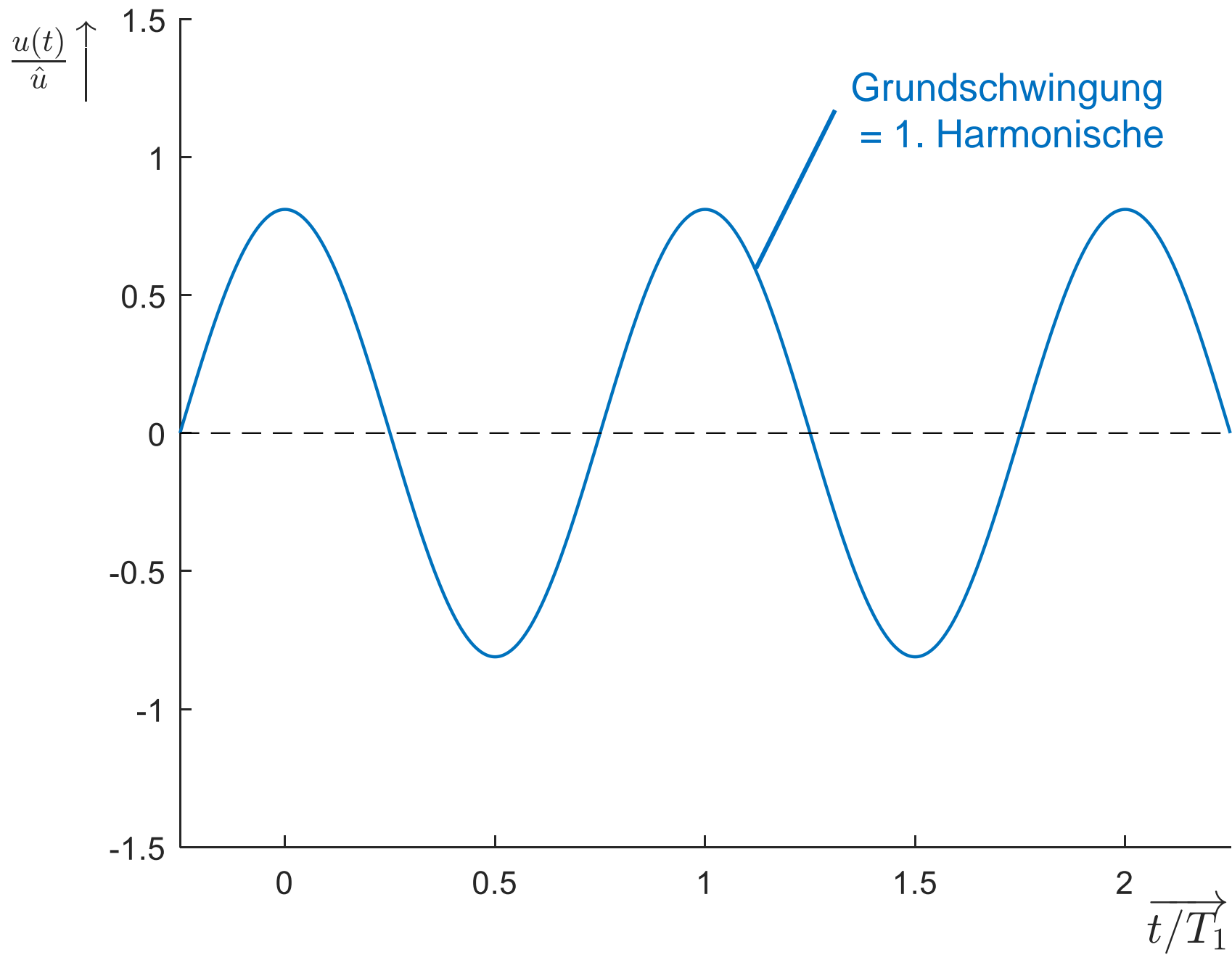


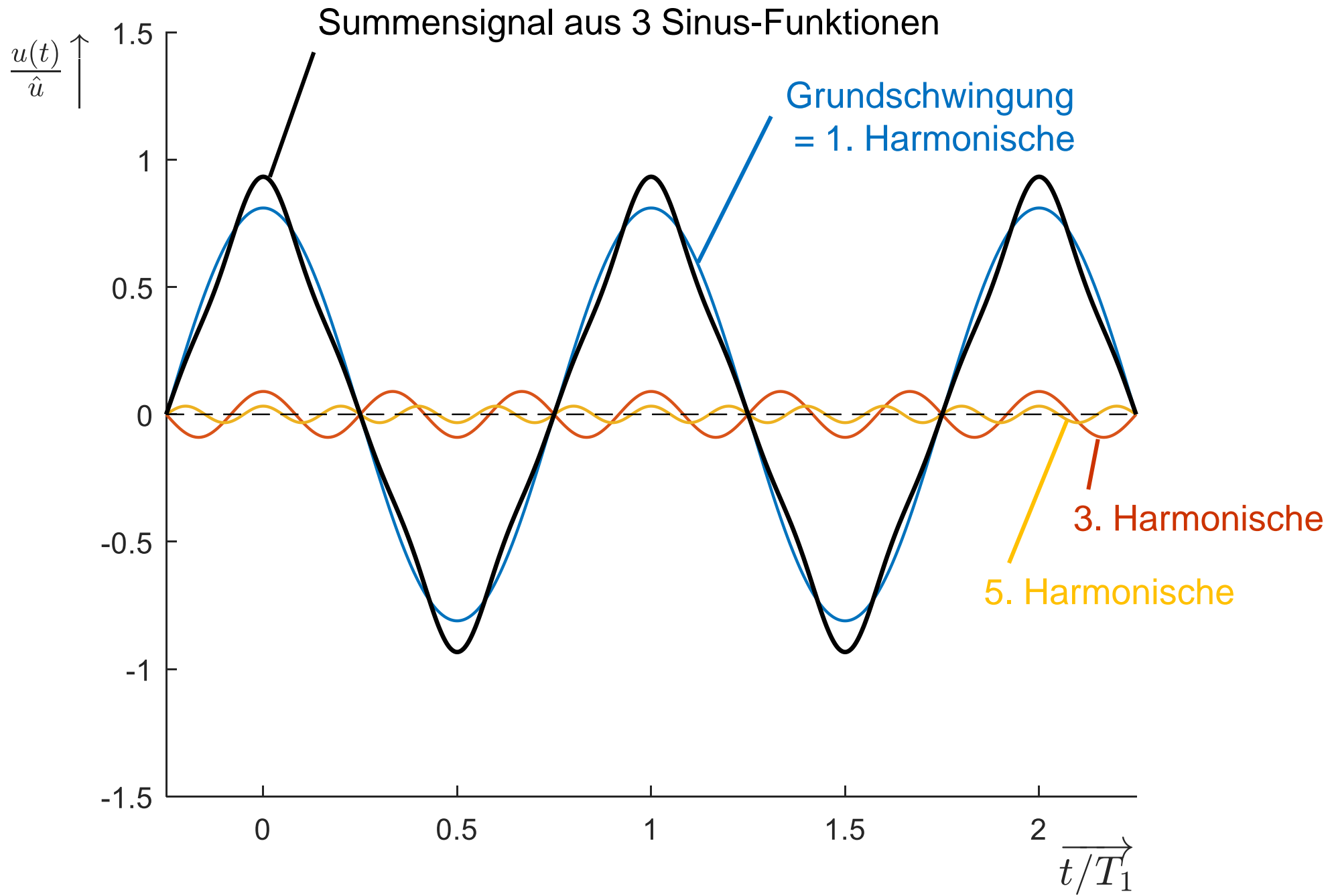
## Summensignal aus 5 Sinus-Funktionen

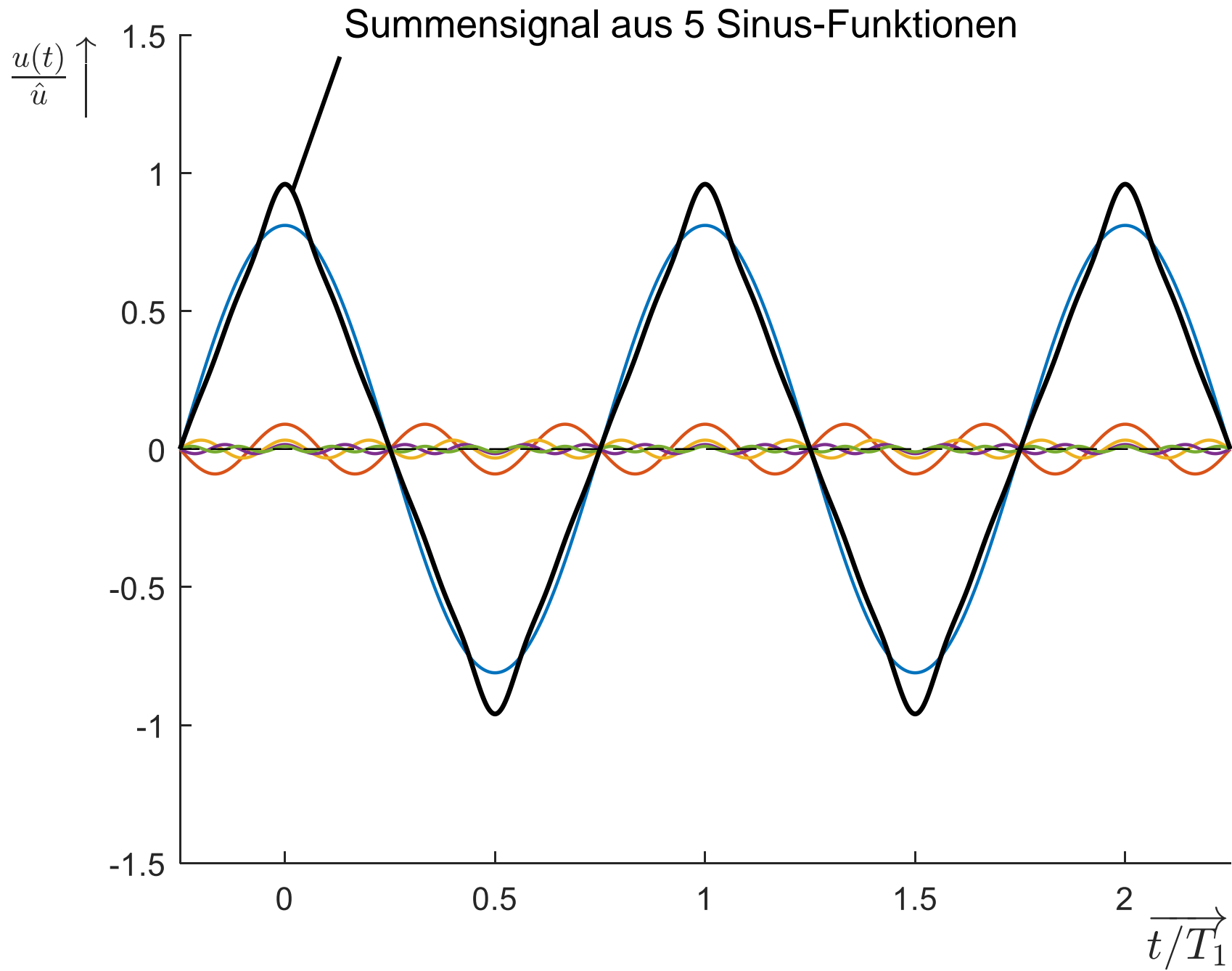


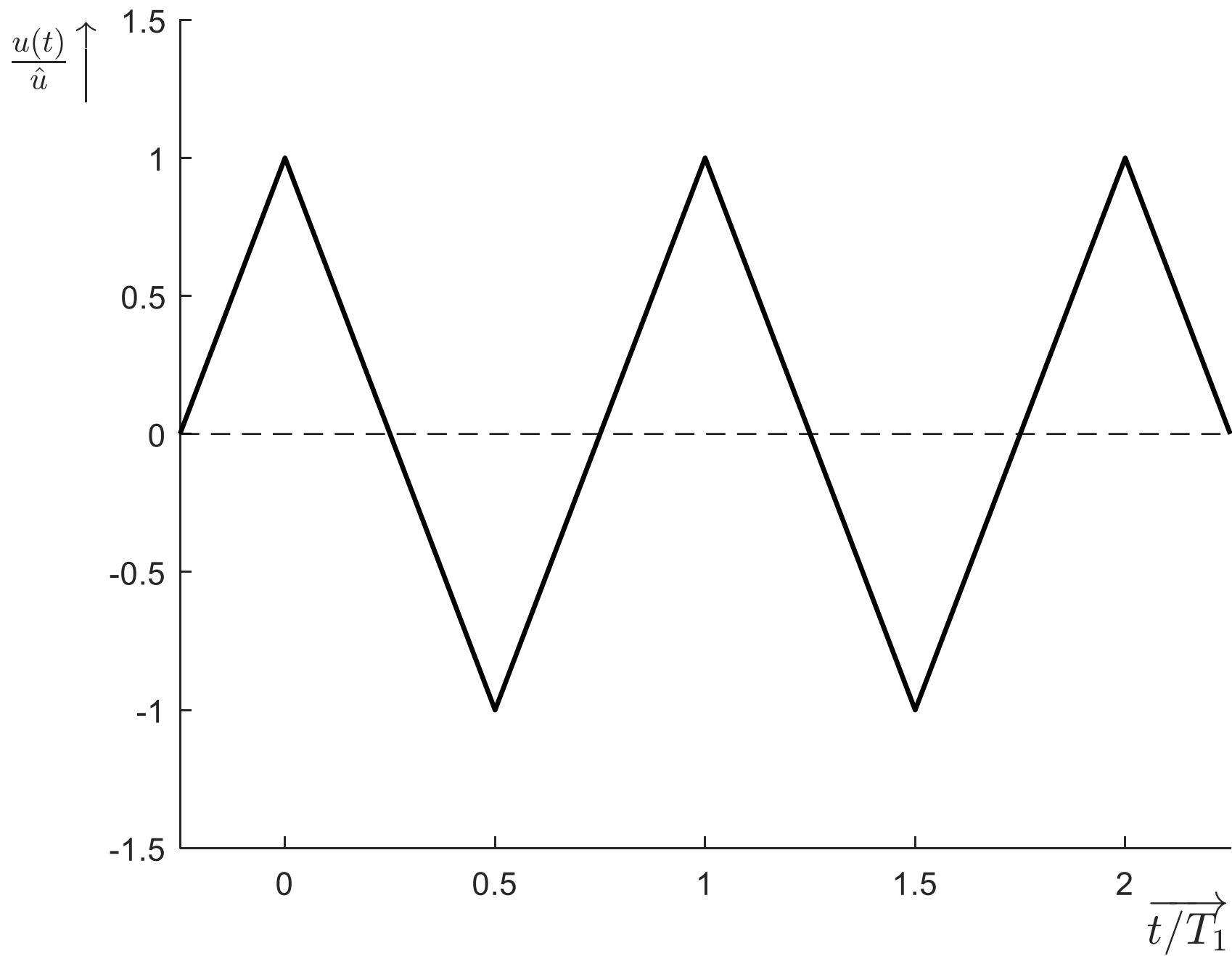












# Harmonische Analyse I

Eine mit  $T = 2\pi/\omega$  periodische Funktion  $f(t)$  lässt sich unter gewissen Voraussetzungen darstellen als Summe harmonischer Funktionen der Periodizitäten  $T/n$  mit  $n = 1, 2, 3, \dots$  (Fourier-Reihe, Fourier-Entwicklung):

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(n\omega t) + b_n \cdot \sin(n\omega t)]$$

**„Normalform“**

Hierbei gilt:

$$a_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(n\omega t) dt$$

# Harmonische Analyse II

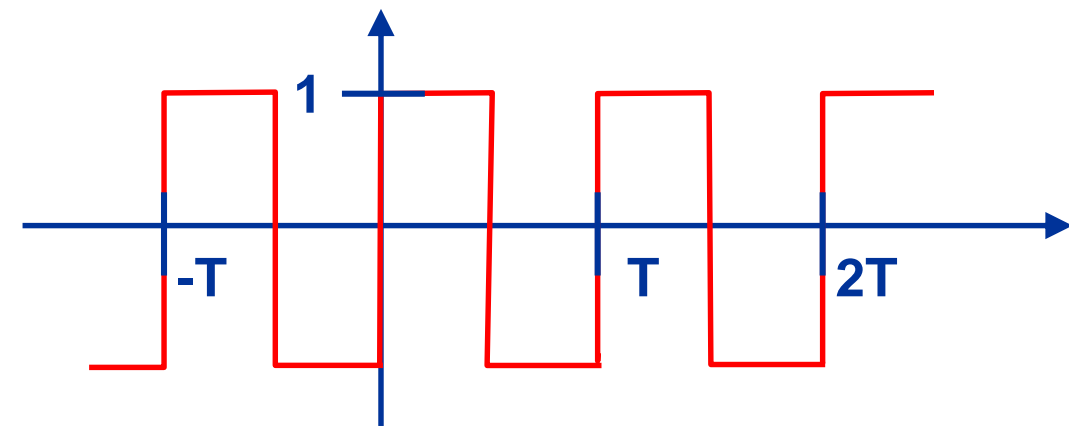
$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

**„Spektralform“**

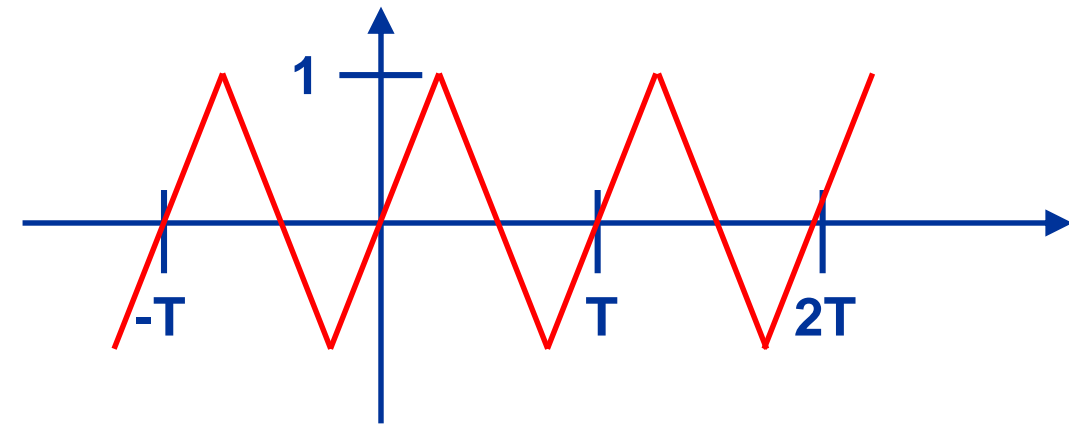
Hierbei gilt:

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \qquad \tan(\varphi_n) = \frac{a_n}{b_n}$$

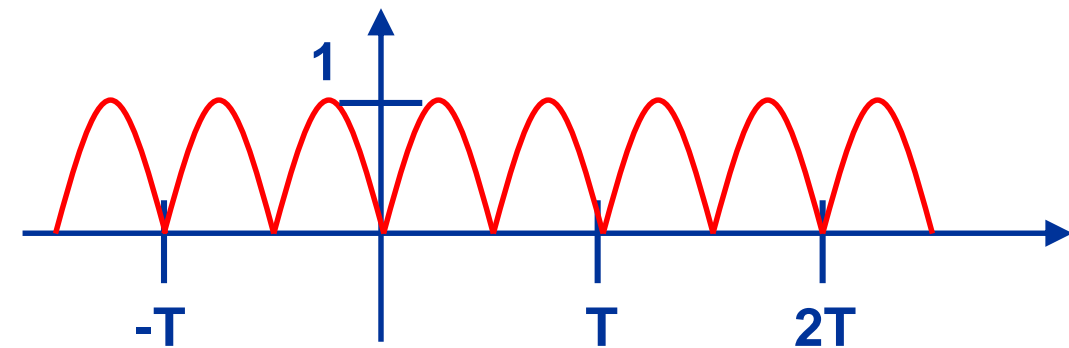
# Notizen



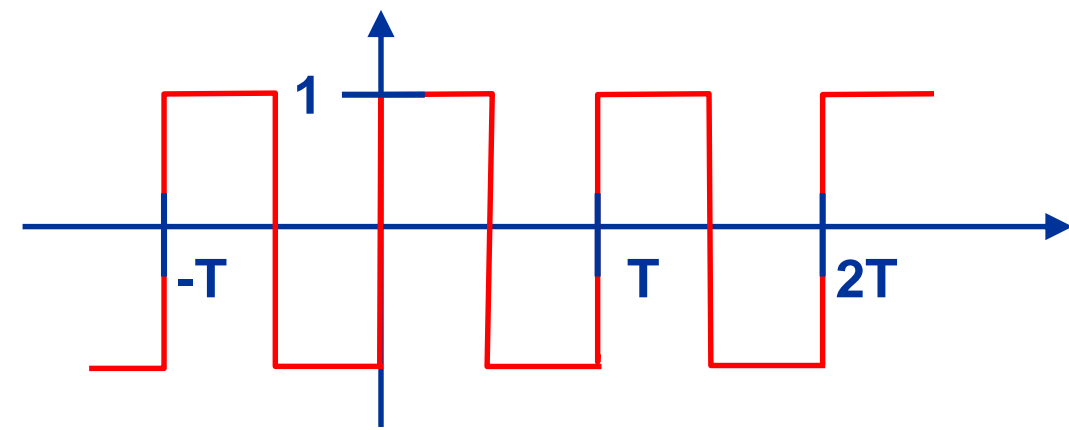
$$f(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right]$$



$$f(t) = \frac{8}{\pi^2} \cdot \left[ \sin(\omega t) - \frac{1}{3^2} \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{5^2} \cdot \sin(5\omega t) - \dots \right]$$

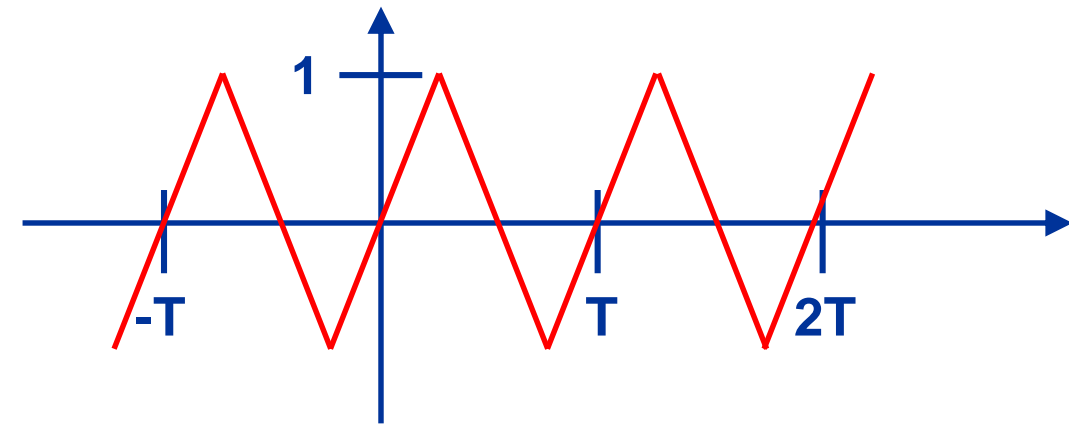


$$f(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cos(2\omega t) - \frac{1}{15} \cdot \cos(4\omega t) - \frac{1}{35} \cdot \cos(6\omega t) - \dots \right]$$



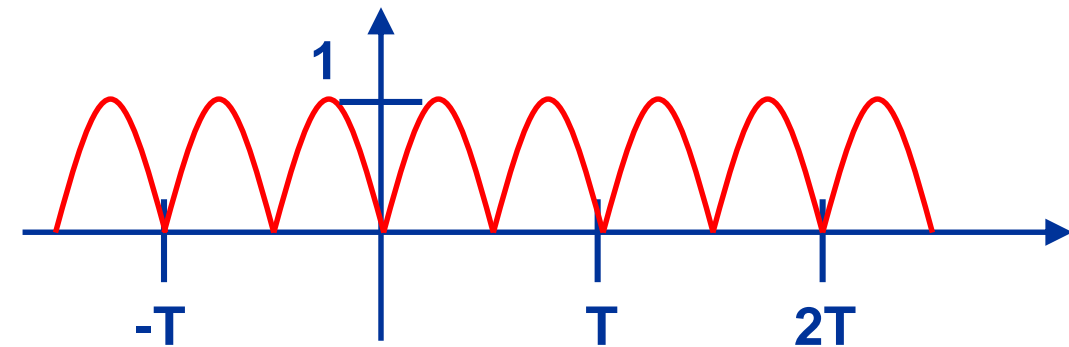
$$a_0 = 0; \quad a_n = 0; \quad b_n = 0 \quad (n = 2, 4, 6, \dots);$$

$$b_n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$



$$a_0 = 0; \quad a_n = 0; \quad b_n = 0 \quad (n = 2, 4, 6, \dots);$$

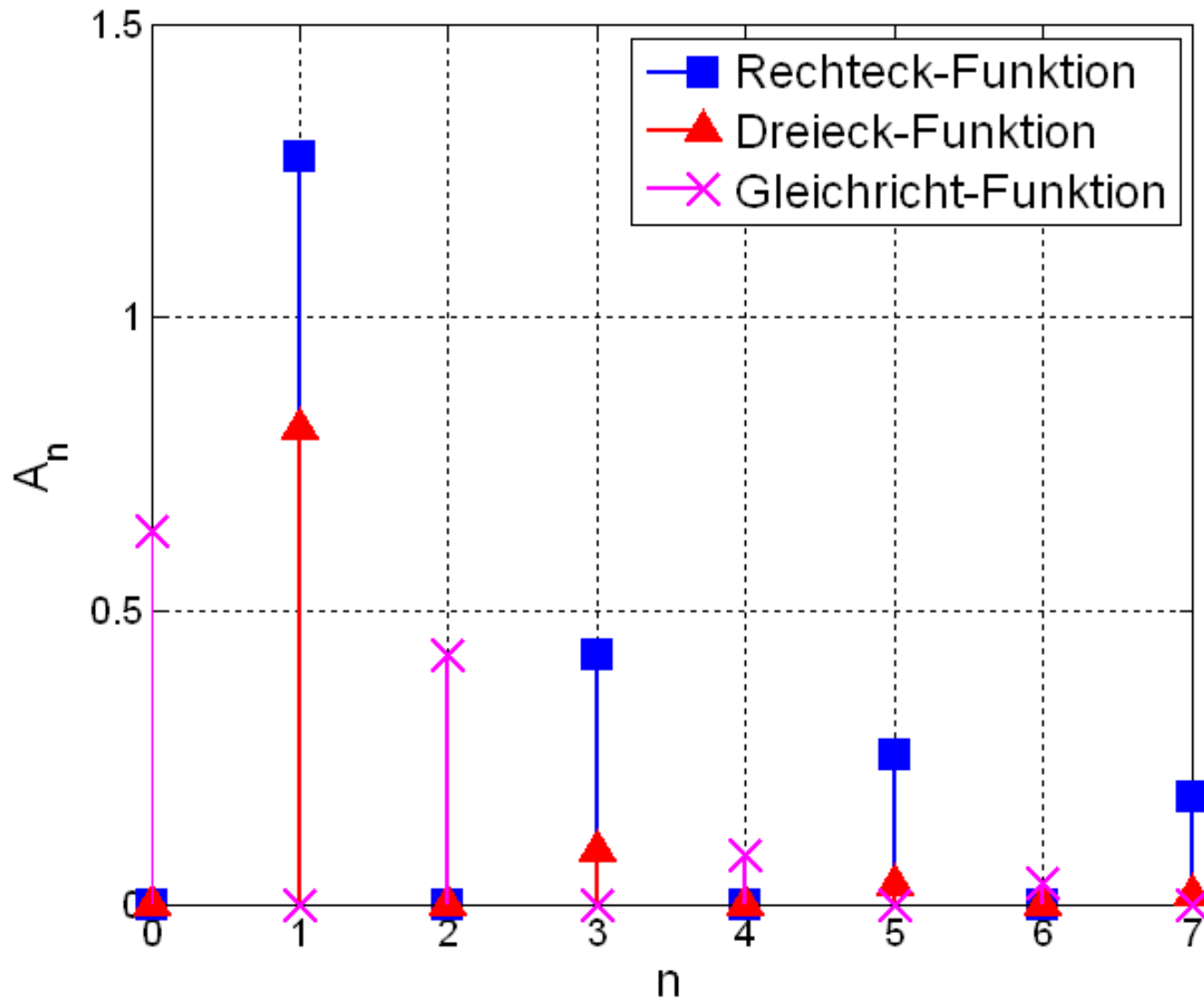
$$b_n = \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{(-1)^{(n+3)/2}}{n^2} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$



$$a_0 = \frac{2}{\pi}; \quad b_n = 0; \quad a_n = 0 \quad (n = 1, 3, 5, \dots);$$

$$a_n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{1-n^2} \quad (n = 2, 4, 6, \dots)$$

# Amplitudenspektren



$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

(auf Folie W6.080  
mit  $c_n$  bezeichnet)

# Harmonische Analyse III

Für Spannungen (und analog für Ströme) haben sich folgende Schreibweisen etabliert bzw. kann man Folgendes finden.

- Gleichanteil:  $\bar{u} = a_0$
- Effektivwert des Gleichanteils:  $U_- = \bar{u}$
- Scheitelwert der n-ten Harmonischen:  $\hat{u}_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$
- Effektivwert der n-ten Harmonischen:  $U_n = \hat{u}_n / \sqrt{2}$
- Effektivwert der gesamten Spannung:  $U = \sqrt{U_-^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 \dots}$

# Notizen

# Harmonische Analyse IV

Mit Hilfe der Effektivwerte werden dann üblicherweise folgende Kenngrößen definiert (analog für Ströme):

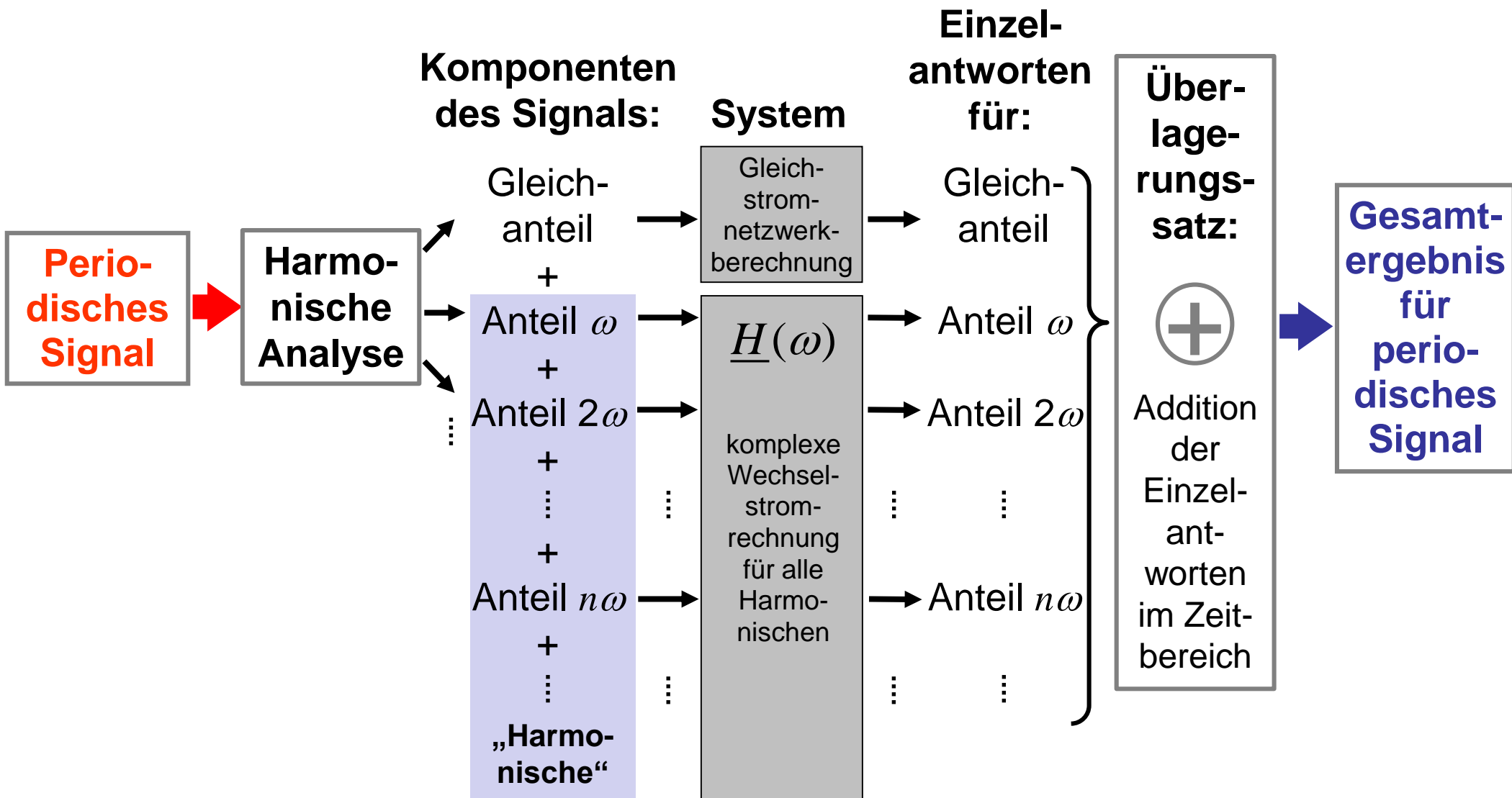
**SCHWINGUNGSGEHALT**  $s = \frac{1}{U} \cdot \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 \dots}$

**OBERSCHWINGUNGSGEHALT**  $k = \frac{1}{U} \cdot \sqrt{U_2^2 + U_3^2 \dots}$

**GRUNDSCHWINGUNGSGEHALT**  $g = \frac{1}{U} \cdot U_1$

Der Oberschwingungsgehalt wird auch Klirrfaktor genannt.

# Kombination von Harmonischer Analyse und Überlagerungssatz



# Übertragungsfunktion

Gegeben sei ein lineares System  $L$  mit Wirkungsgröße (Output, Ausgangsgröße) und Ursachengröße (Input, Eingangsgröße):



Das komplexe Verhältnis von Wirkungsgröße zu Ursachengröße bezeichnet man dann allgemein als:

$$\text{" Übertragungsfunktion " = } \frac{\text{Wirkung}}{\text{Ursache}}$$

(In der Systemtheorie und Regelungstechnik lernt man später, dass die Ursache sich zeitlich nicht unbedingt wie Sinus/Cosinus zu verhalten hat.)

# Komplexer Frequenzgang

Bei harmonischer Anregung (Ursache ist zeitlich durch Sinus / Cosinus beschreibbar) bezeichnet man dieses Verhältnis, d.h. die Übertragungsfunktion, auch als komplexen Frequenzgang. Dieser lässt sich schreiben als:

$$\underline{H}(\omega) = |\underline{H}(\omega)| \cdot \exp[j\varphi(\omega)]$$

mit:

$$|\underline{H}(\omega)| = \text{Amplitudengang} \quad \varphi(\omega) = \text{Phasengang}$$

Für Bode-Diagramme wird weiter definiert:

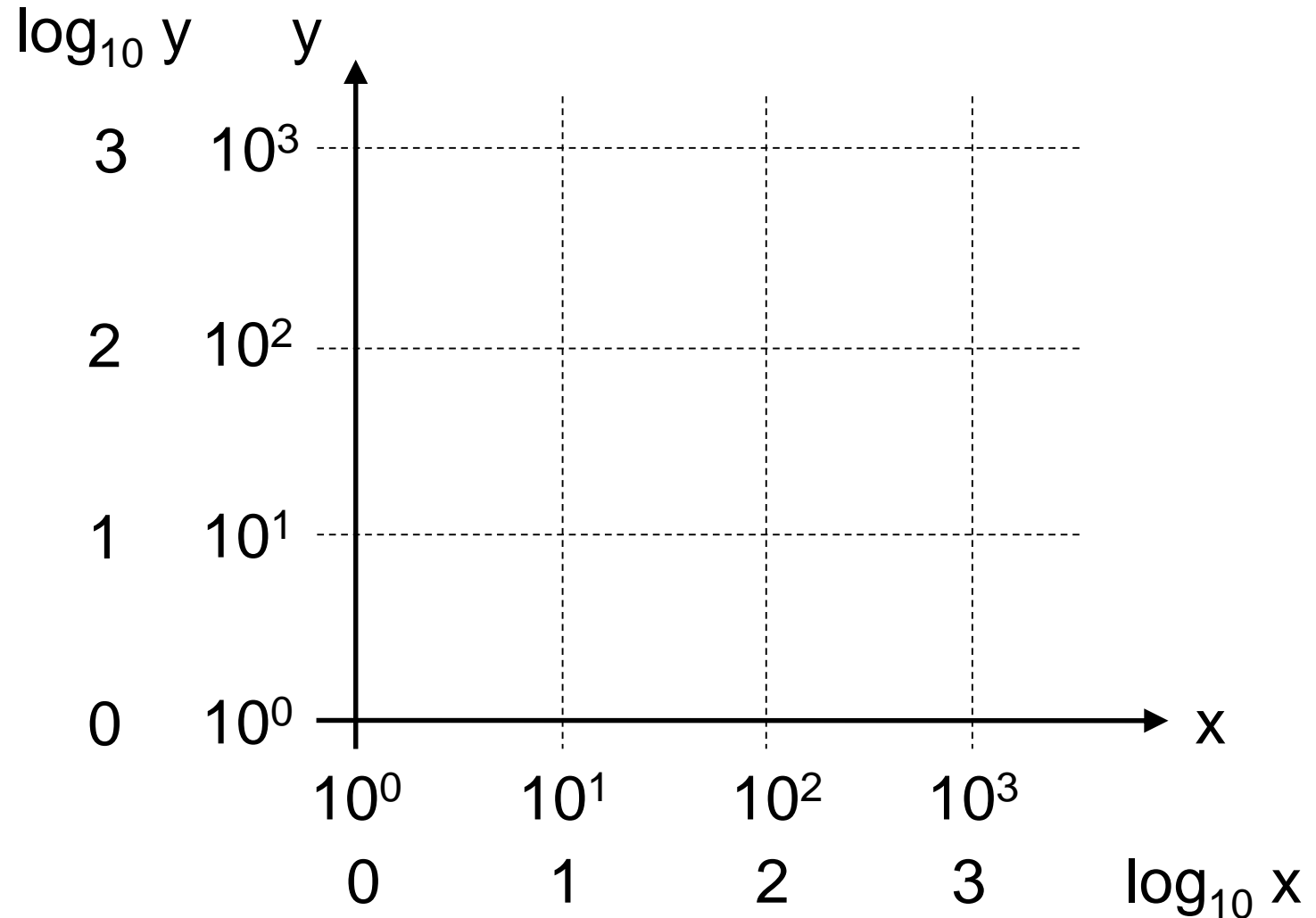
$$A(\omega) / \text{dB} = 20 \cdot \log_{10} |\underline{H}(\omega)| = \text{Verstärkungsmaß}$$

# Quiz zu logarithmischer Darstellung

Wie sehen die Graphen der folgenden Funktionen in doppelt-logarithmischer Darstellung aus?

$$y(x) = 10 \cdot x^2$$

$$y(x) = \frac{1000}{x}$$



# Notizen

# Bode-Diagramme I

Unter einem **BODE-DIAGRAMM** versteht man in der Regel die Auftragung des Verstärkungsmaßes (in dB) und des Phasenganges (in Grad) auf einer logarithmischen Kreisfrequenzachse. Die Kreisfrequenz ist oft normiert auf ein ausgezeichnetes  $\omega_0$  („Eckfrequenz“, „Grenzfrequenz“, „Resonanzfrequenz“, ...).

Steigungen des Verstärkungsmaßes im Bode-Diagramm werden sehr oft in der Einheit dB/Dekade oder dB/Oktave angegeben.

Eine **DEKADE** ist dabei ein Frequenzbereich, bei dem die obere Grenzfrequenz um den Faktor 10 größer ist als die untere.

Eine **OKTAVE** ist dabei ein Frequenzbereich, bei dem die obere Grenzfrequenz um den Faktor 2 größer ist als die untere.

# Notizen

# Notizen

# Bode-Diagramme II

Beispiel für Verstärkungsmaß:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0} \Rightarrow A(\omega) = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \right)$$

$$\Rightarrow A(\omega) = 20 \cdot \log_{10}(1) - 20 \cdot \log_{10} \left( \sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2} \right)$$

$$\Rightarrow A(\omega) \approx \begin{cases} 0 & \omega \ll \omega_0 \\ -20 \cdot \log_{10}(\omega/\omega_0) & \omega \gg \omega_0 \end{cases}$$

**entspricht einer Geraden  
im Bode-Diagramm!**

# Bode-Diagramme III

$$A(\omega) / \text{dB} = 20 \cdot \log_{10} |\underline{H}(\omega)|$$

Ist der Amplitudengang  $|\underline{H}(\omega)|$  als Potenzfunktion von  $\omega$  darstellbar, so verläuft das Verstärkungsmaß  $A(\omega)$  im Bode-Diagramm wegen des Zusammenhanges  $\log_{10}(\omega^r) = r \cdot \log_{10} \omega$  als Gerade. Multipliziert mit 20 gibt die Potenz die Steigung der Geraden im Bode-Diagramm an.

Einige Beispiele:

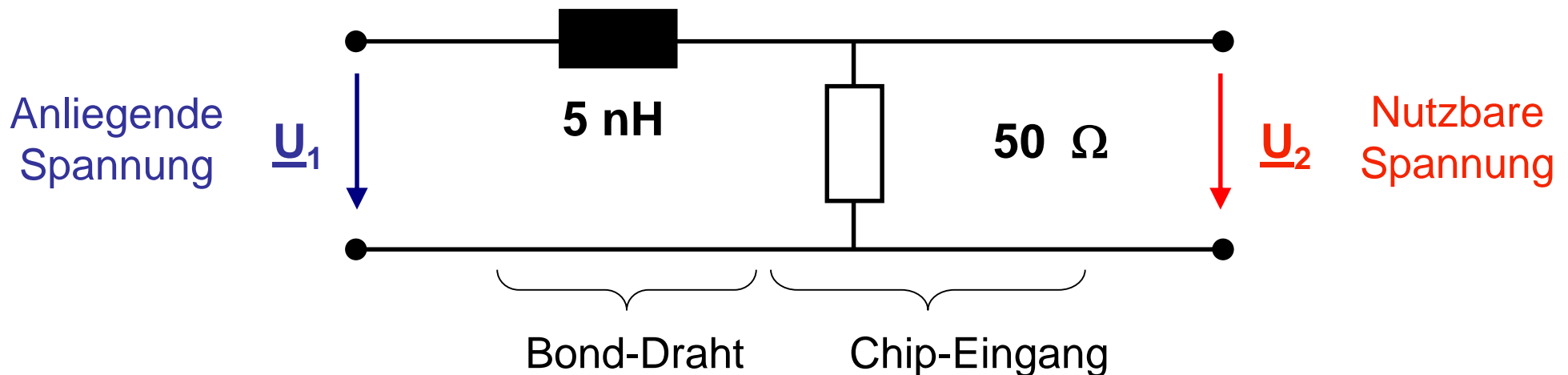
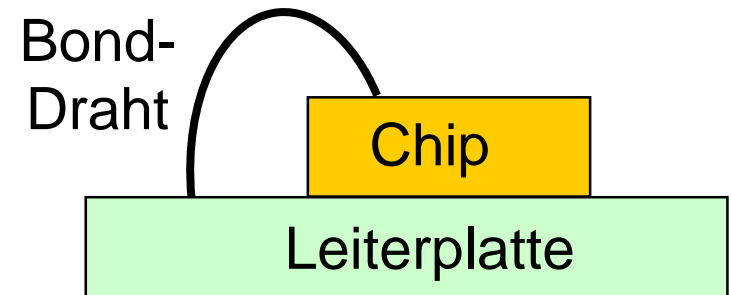
Verlauf $ \underline{H}(\omega) $	Verlauf $A(\omega)$ im Bode-Diagramm
$\frac{1}{\omega} = \omega^{-1}$	Gerade mit Steigung -20dB / Dekade
$\omega = \omega^1$	Gerade mit Steigung +20dB / Dekade
$\frac{1}{\omega^2} = \omega^{-2}$	Gerade mit Steigung -40dB / Dekade

# Chip-Interconnect II

Chips bzw. die integrierten Schaltungen auf ihnen müssen mit der Außenwelt elektrisch verbunden werden.

Diese Interconnects (Verbindungen) sind manchmal sog. Bond-Drähte.

Letztere stellen oft eine parasitäre Induktivität dar:

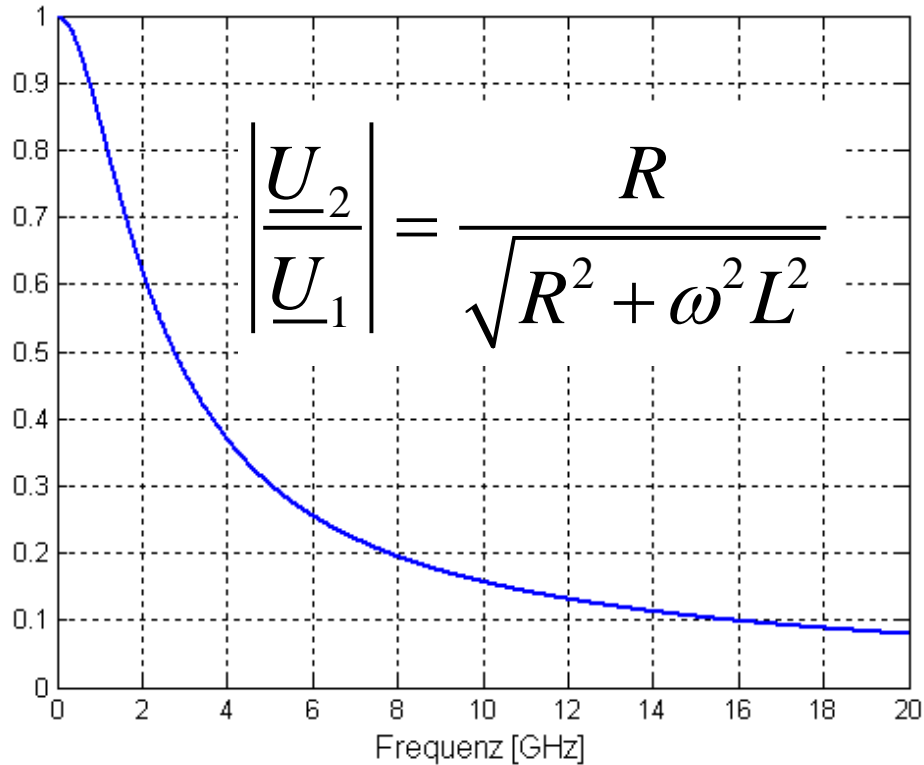


# Notizen

# Notizen

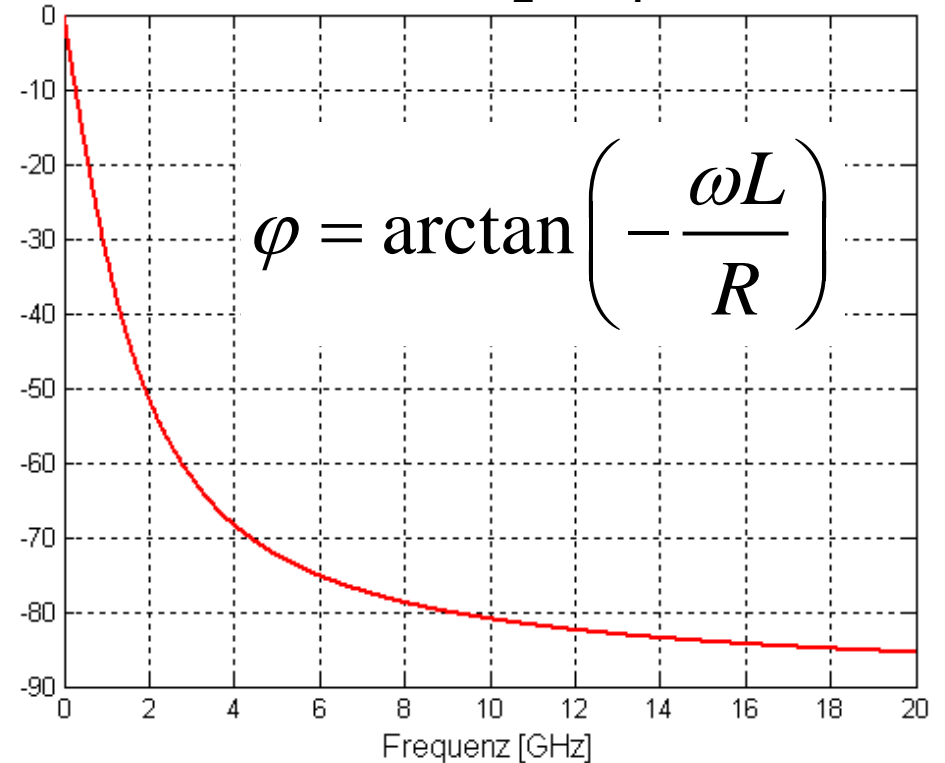
# Chip-Interconnect III

Betrag von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$



→ je höher die Frequenz desto kleiner ist die nutzbare Spannung  $\underline{U}_2$

Phase von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$  [Grad]

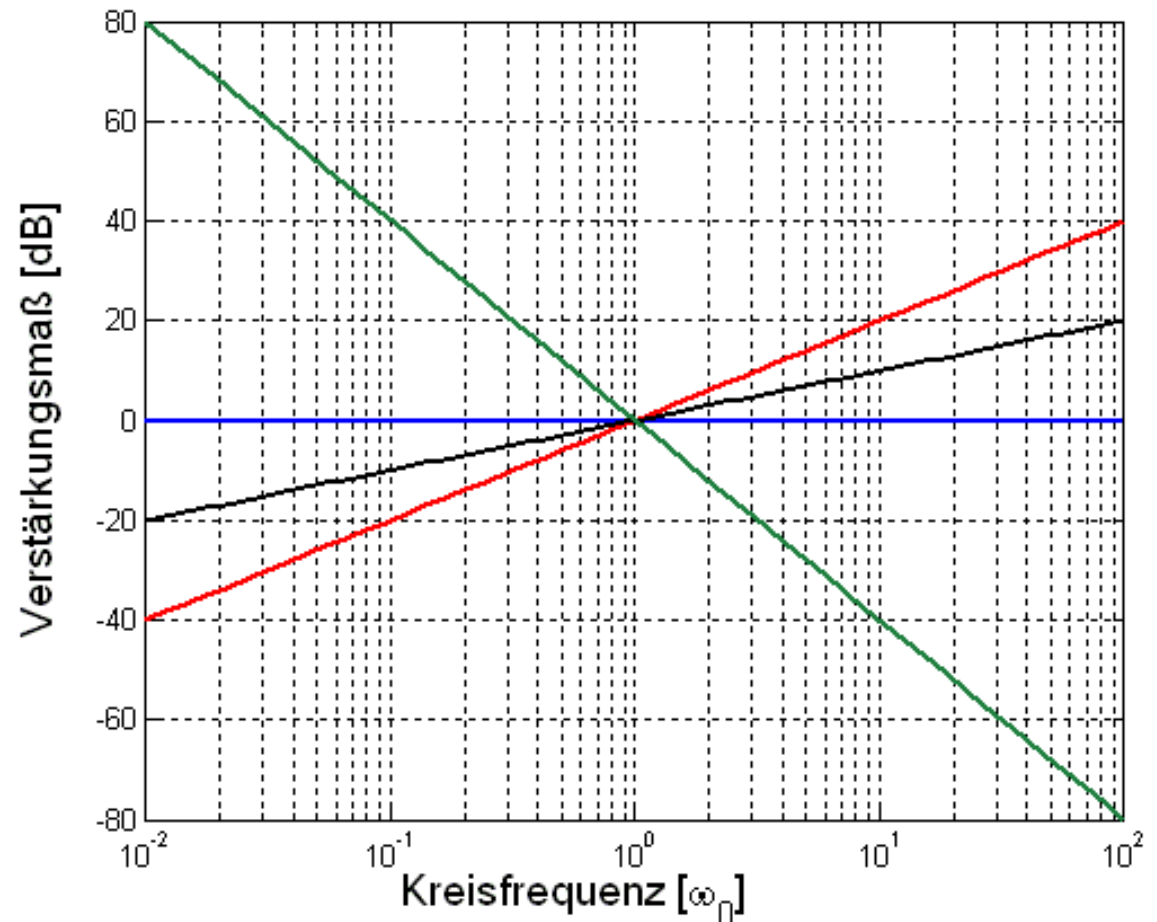


→ je höher die Frequenz desto mehr eilt  $\underline{U}_2$   $\underline{U}_1$  nach

# Quiz zum Verstärkungsmaß

Können Sie richtig zuordnen?

$$|\underline{H}| = \begin{cases} 1 & \text{(a)} \\ \omega / \omega_0 & \text{(b)} \\ \sqrt{\omega / \omega_0} & \text{(c)} \\ (\omega_0 / \omega)^2 & \text{(d)} \end{cases}$$



# Notizen

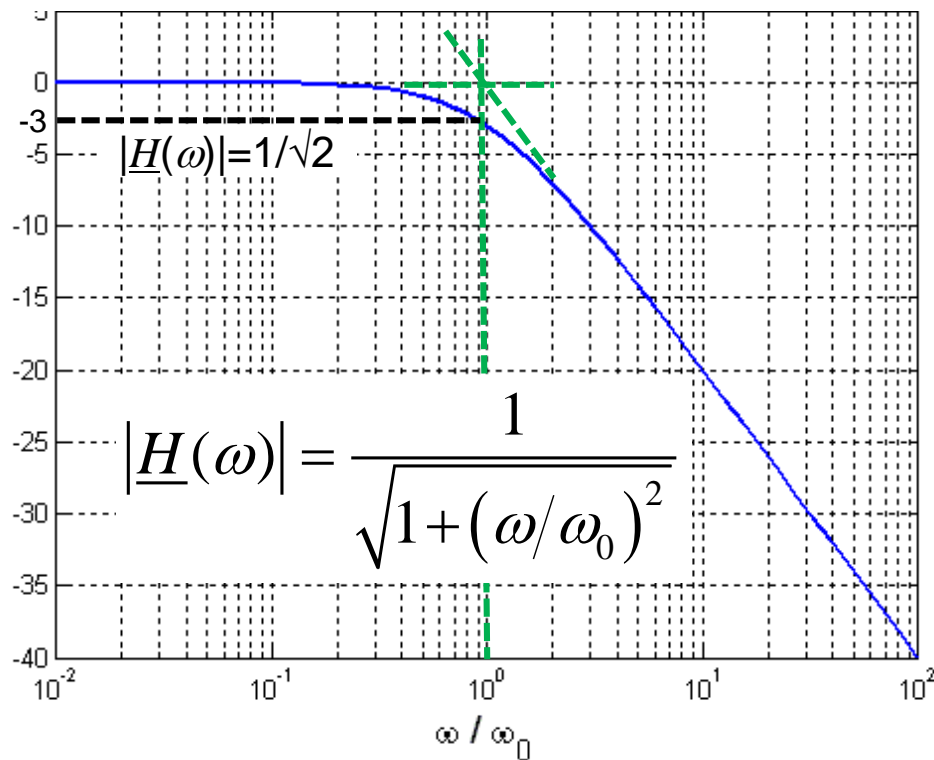
# Notizen

# Chip-Interconnect V

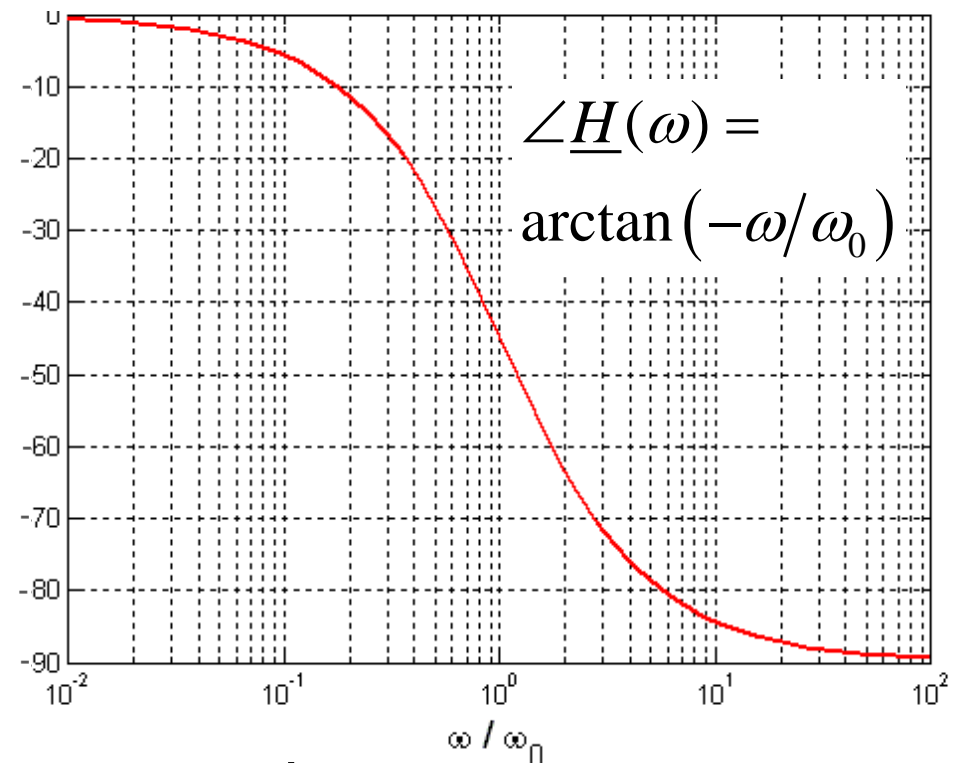
$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega(L/R)} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

$:= 1/\omega_0$

Betrag von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$  [dB]



Phase von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$  [Grad]

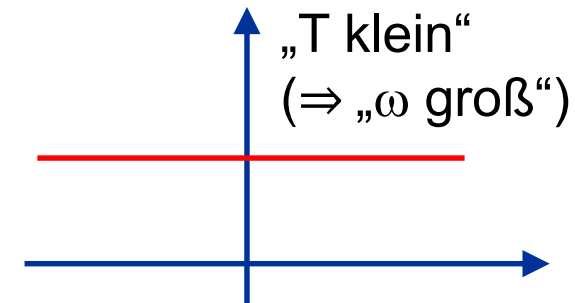
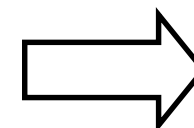
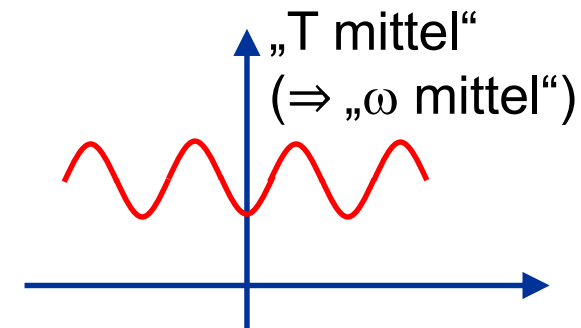
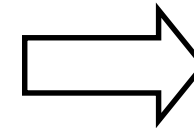
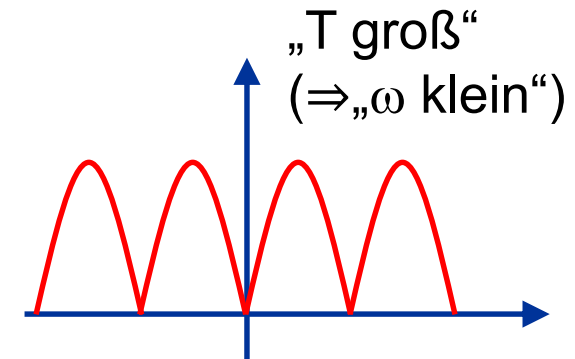
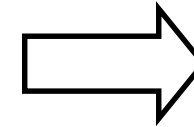
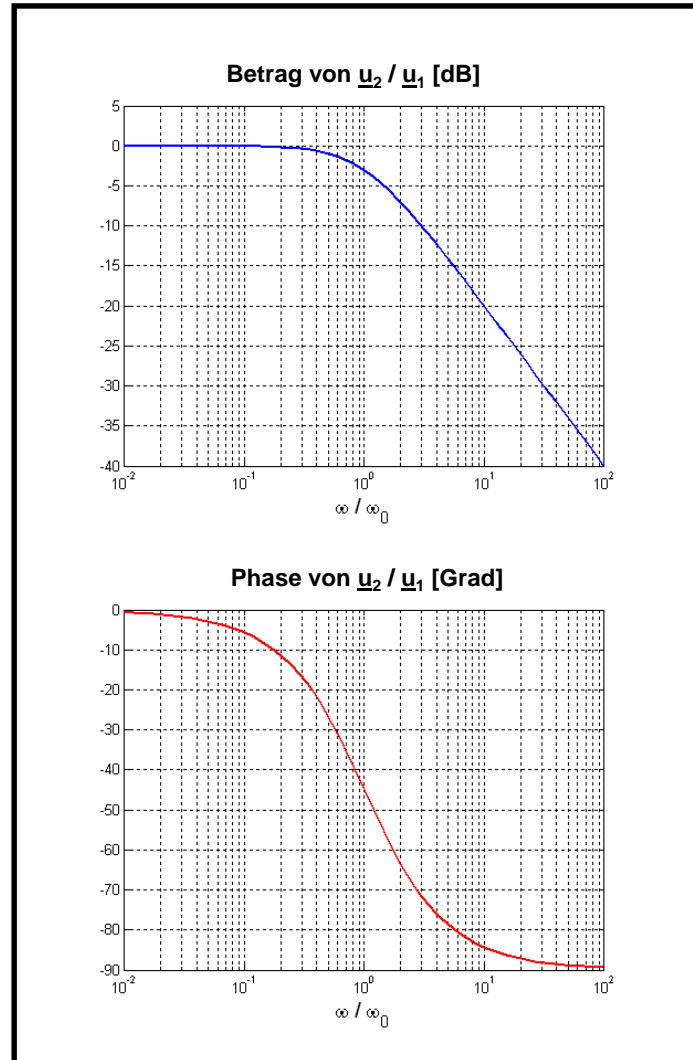
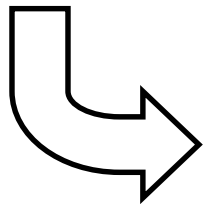
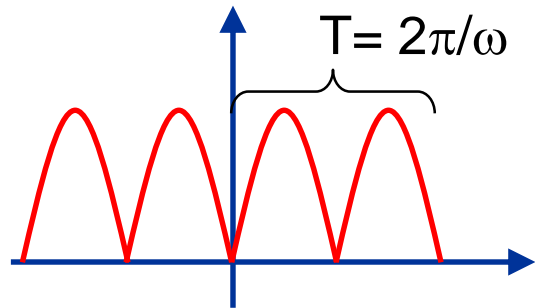


Bode-Diagramme mit

$$\omega_0 = 50 \, \Omega / 5 \, \text{nH} = 10^{10} \, \text{rad/s} \quad (\sim 1,6 \, \text{GHz})$$

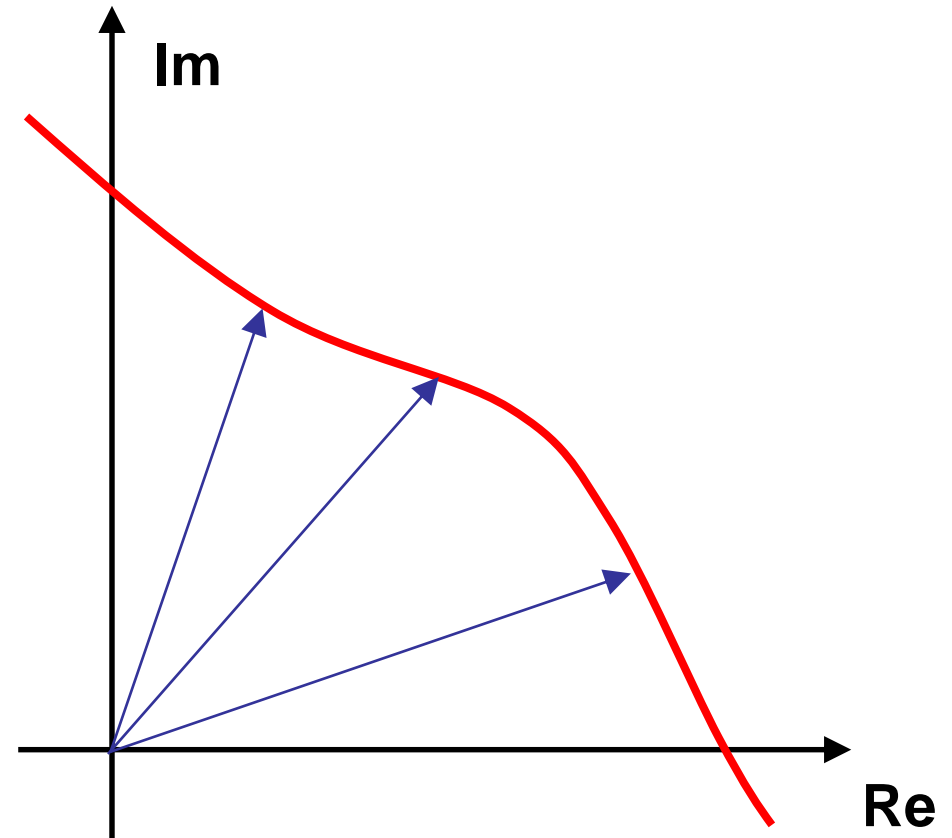
# Chip-Interconnect VI

Veranschaulichung des „Tiefpass-Verhaltens“



# Ortskurven

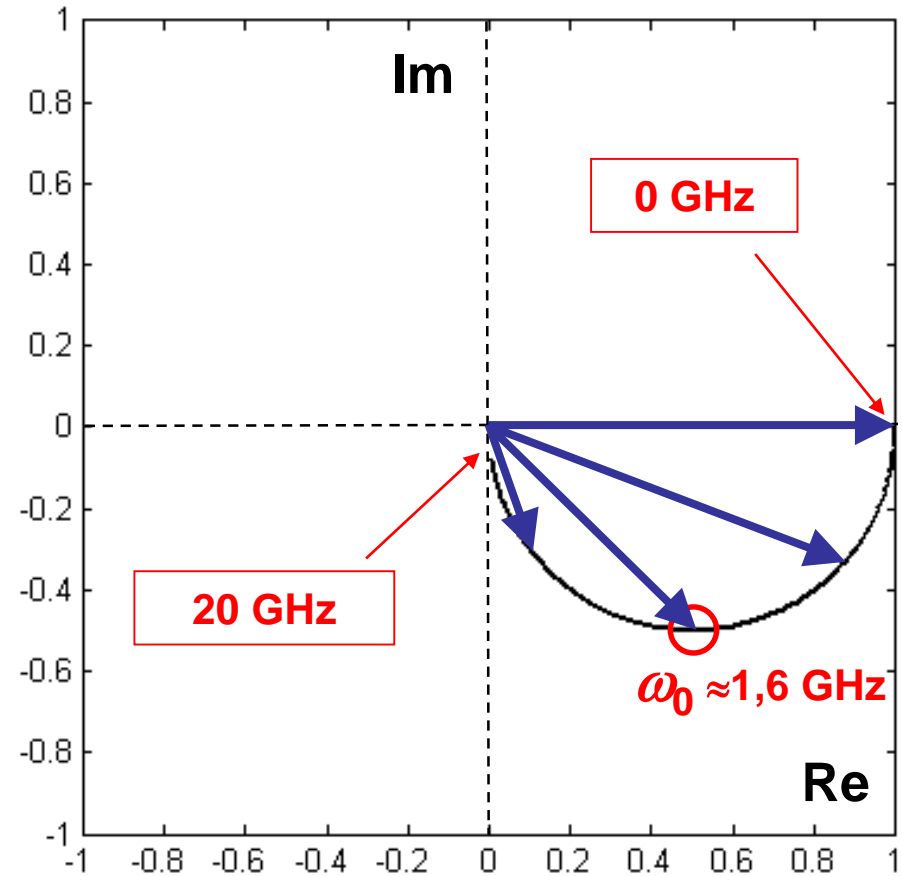
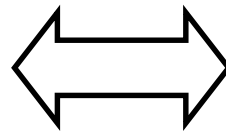
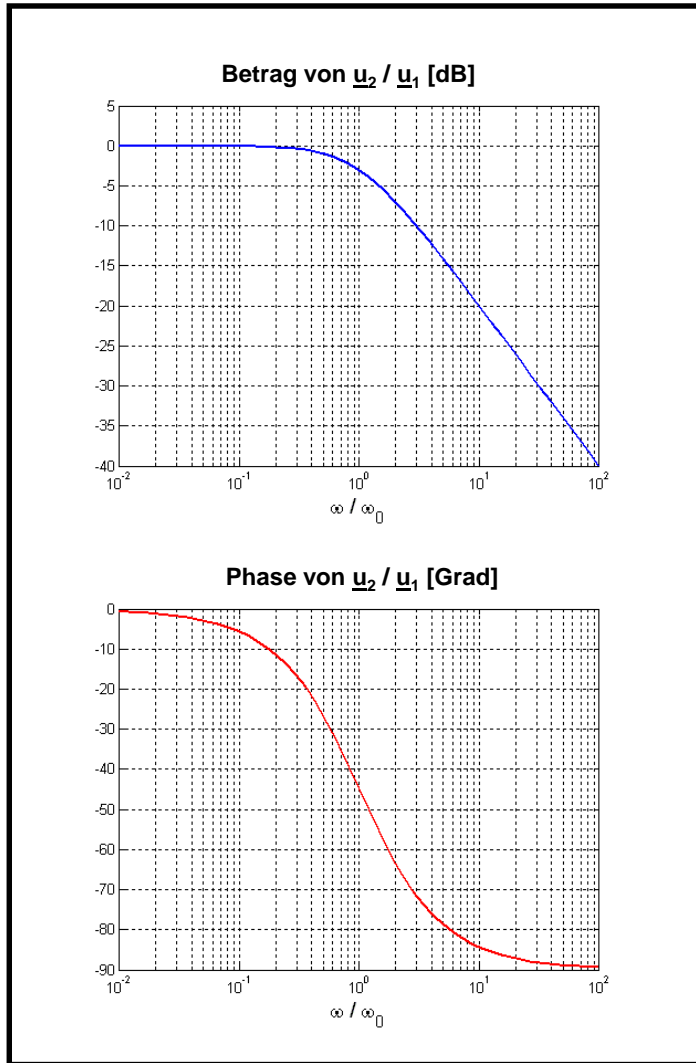
Unter der Ortskurve einer komplexen Größe (z.B. Strom, Spannung, Impedanz, Admittanz usw.) versteht man die Orte der Endpunkte aller Zeiger dieser Größe in Abhängigkeit von einem reellen Parameter (z.B. der Frequenz oder eines Widerstandswertes).



# Notizen

# Chip-Interconnect VII

$$\text{Ortskurve von } \underline{U}_2 / \underline{U}_1 = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$



$$\omega_0 = 50 \Omega / 5 \text{ nH} = 10^{10} \text{ rad/s} (\sim 1,6 \text{ GHz})$$

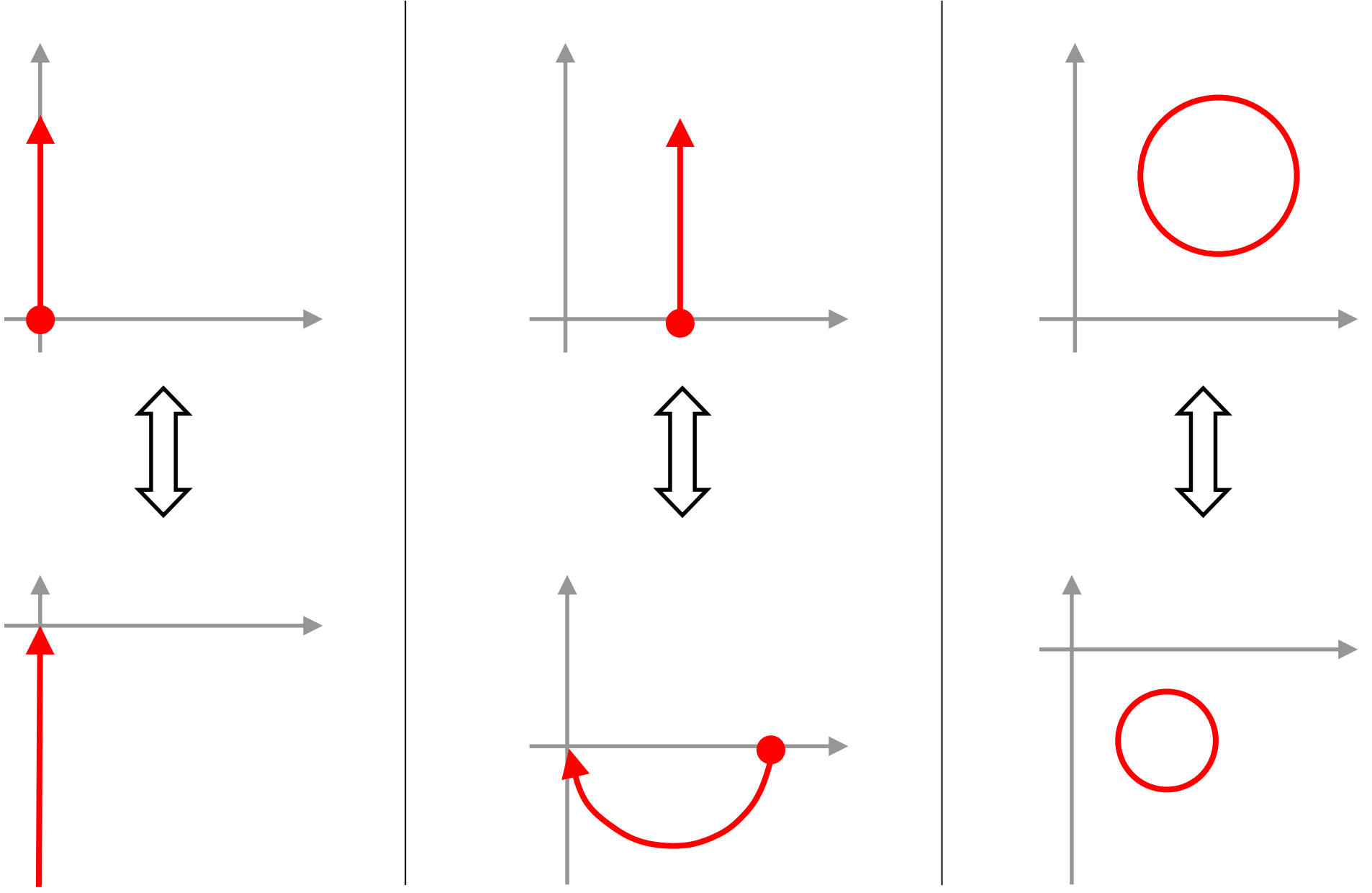
# Chip-Interconnect VIII

Die Kurvenverläufe dieses Beispiels können übrigens sehr einfach mit MATLAB generiert werden:

```
>> w=logspace(8,12); % Kreisfrequenzvektor
>> L=5e-9; R=50; w0=R/L; % Definition von w0
>> H=1./(1+j*(w/w0)); % Berechnung von H
>> A=20*log10(abs(H)); % Berechnung von A
>> Phi=phase(H)*(180/pi); % Berechnung der Phase
>> semilogx(w/w0,A); grid; % Bode-Diagramm für A
>> semilogx(w/w0,Phi); grid; % Bode-Diagramm der Phase
>> plot(real(H),imag(H)); % Ortskurve
>> axis equal; % Achsenskalierung
>> axis([-1 1 -1 1]); % Achsenabmessungen
```

# Ortskurven invertierter Größen I

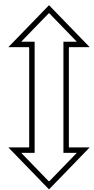
(z.B. von  $\underline{Z}$  und von  $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$ )



# Ortskurven invertierter Größen II

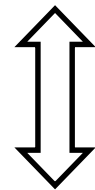
(z.B. von  $\underline{Z}$  und von  $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$ )

Gerade/  
Halbgerade  
durch den  
Ursprung



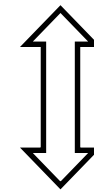
Gerade /  
Halbgerade  
durch den  
Ursprung

Gerade /  
Halbgerade  
nicht durch  
den Ursprung



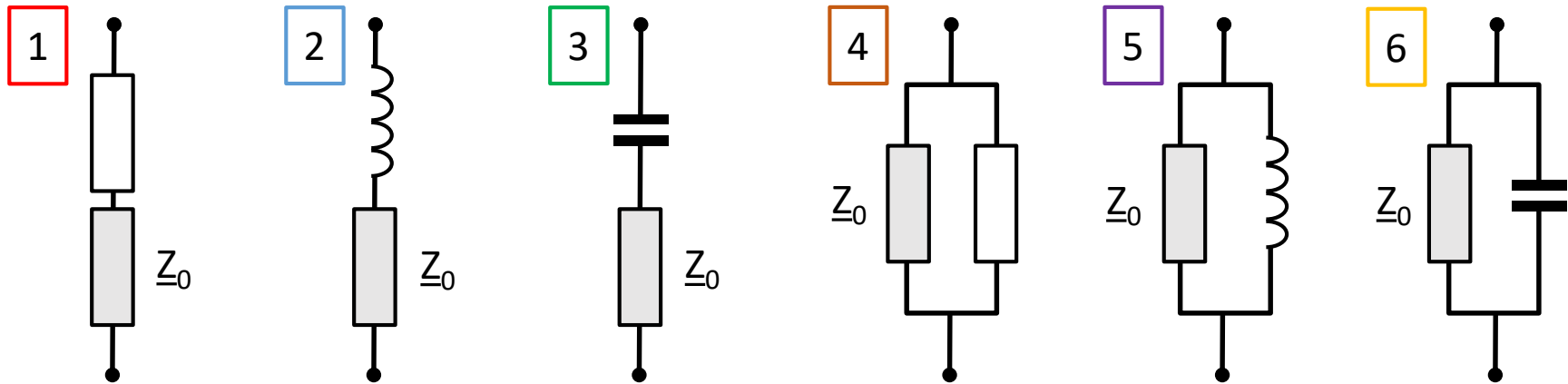
Kreis /  
Halbkreis  
durch den  
Ursprung

Kreis nicht  
durch den  
Ursprung

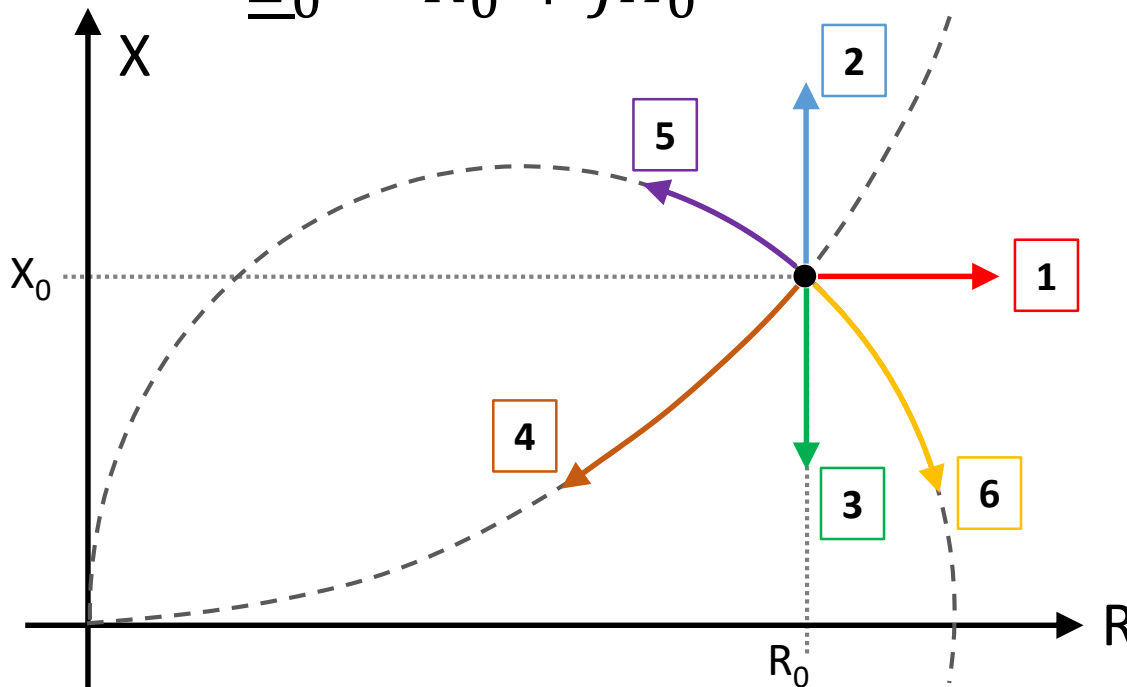


Kreis nicht  
durch den  
Ursprung

# Anwendungsbeispiel für Ortskurven: Impedanzanpassung



$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$$



Ortskurve

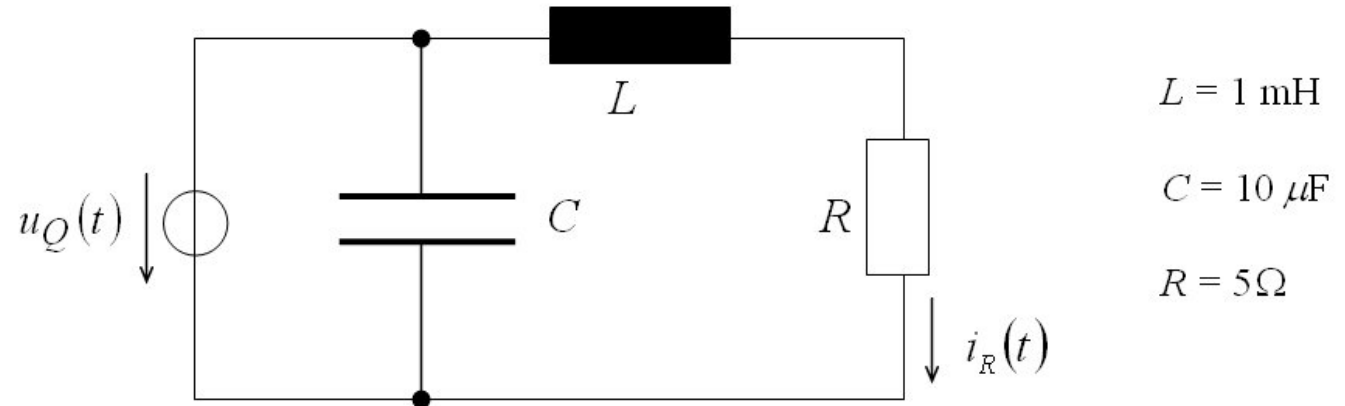
Pfeile zeigen die Änderungen der Impedanz durch Hinzuschalten zusätzlicher Elemente R, L oder C.

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Erläutern Sie, was man unter komplexem Frequenzgang, Amplitudengang und Phasengang versteht!
2. Jemand behauptet: „Die Scheinimpedanz einer RC-Parallelschaltung fällt bei hohen Frequenzen mit 40 dB/Dekade ab“. Was ist gemeint? Stimmt das?
3. Zeichnen Sie die Ortskurven des komplexen Widerstandes einer RC-Reihenschaltung und des komplexen Leitwertes einer RL-Parallelschaltung? Was fällt auf?
4. Können Sie mit Hilfe von Ortskurven zeigen, dass RL-Reihen- und RL-Parallelschaltung bei geeigneter Wahl der Elementwerte bei einer Frequenz äquivalent zueinander sein können?

# Übungsaufgabe 11

Gegeben ist  
nebenstehende  
Schaltung:



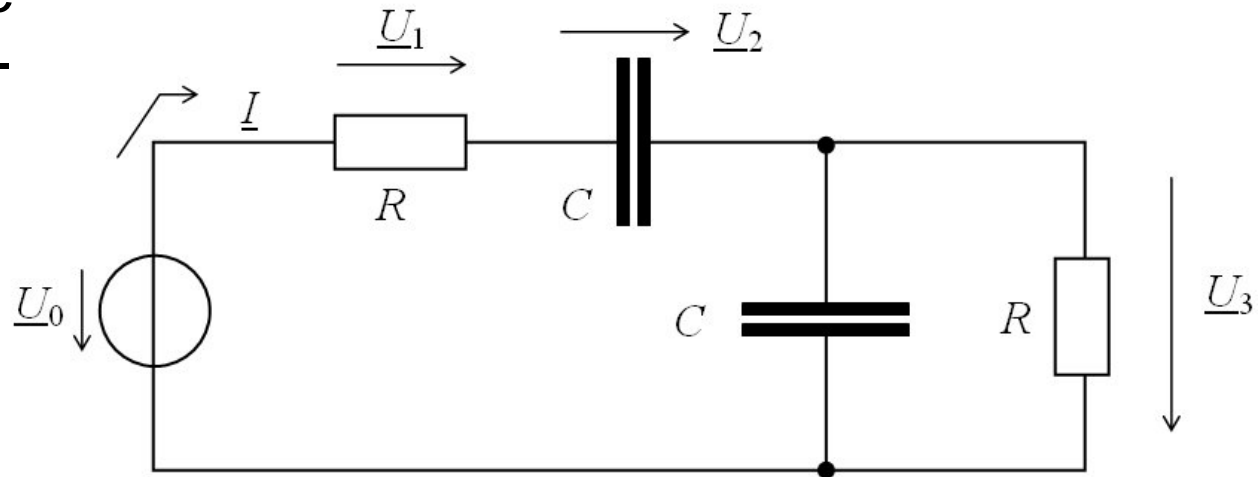
Hierbei:

$$u_Q(t) = u_0 + \hat{u}_1 \cdot \sin(\omega_1 t) + \hat{u}_2 \cdot \cos(\omega_2 t), \quad \omega_1 = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \omega_2 = 2,5 \cdot \omega_1, \quad u_0 = \hat{u}_1 = \hat{u}_2 = 1 \text{ V}$$

- Berechnen Sie unter Verwendung der angegebenen Zahlenwerte den zeitlichen Verlauf des Stromes  $i_R(t)$  durch den Widerstand!
- Berechnen Sie die Periodendauer von  $i_R(t)$ !
- Berechnen Sie die während einer Periodendauer im Widerstand verbrauchte Energie in Ws!

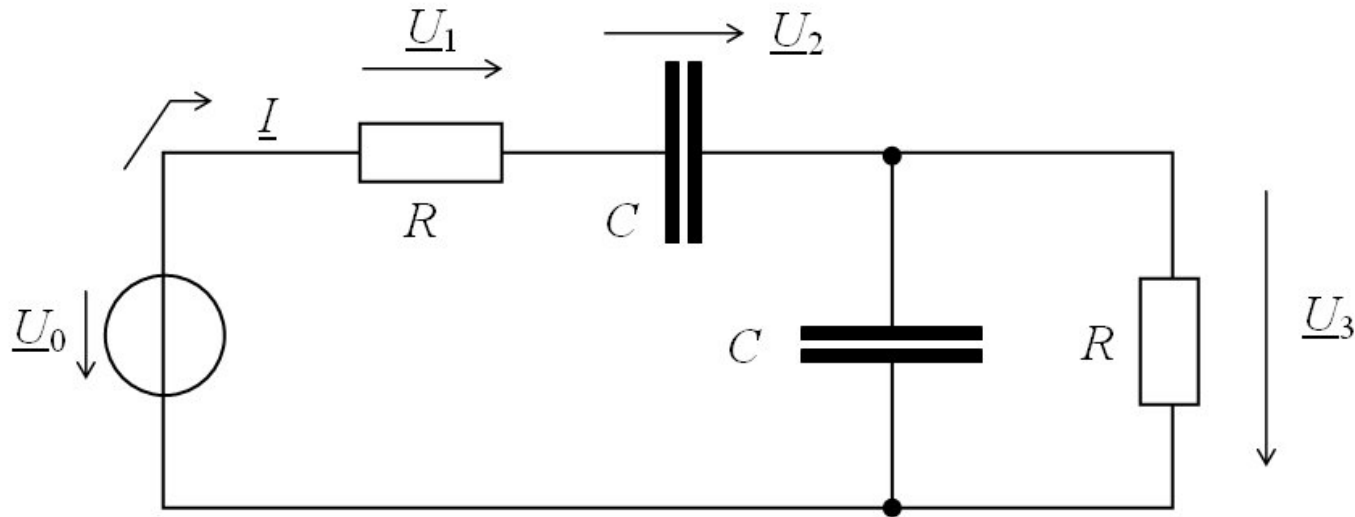
# Übungsaufgabe 12

Gegeben ist nebenstehende Schaltung mit idealer, sinusförmiger Spannungsquelle der Kreisfrequenz  $\omega$ :



- Berechnen Sie die komplexe Impedanz der Schaltung in Abhängigkeit von  $R$ ,  $C$  und  $\omega$  und stellen Sie diese als Summe aus Realteil und Imaginärteil dar!
- Nehmen Sie  $R = 100 \Omega$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ ,  $\omega = 2000 \text{ rad/s}$ ,  $\underline{I} = 1 \text{ A} \cdot e^{j0}$  an und berechnen Sie  $\underline{U}_0$ ,  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$ , und  $\underline{U}_3$  in Zahlenwerten nach Betrag und Phase!
- Berechnen Sie das Verhältnis  $\underline{U}_3 / \underline{U}_0$  in Abhängigkeit von  $R$ ,  $C$  und  $\omega$  und veranschaulichen Sie sich die Grenzfälle  $\omega \rightarrow 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$ !

# Zur Übungsaufgabe 12



$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_0}$$

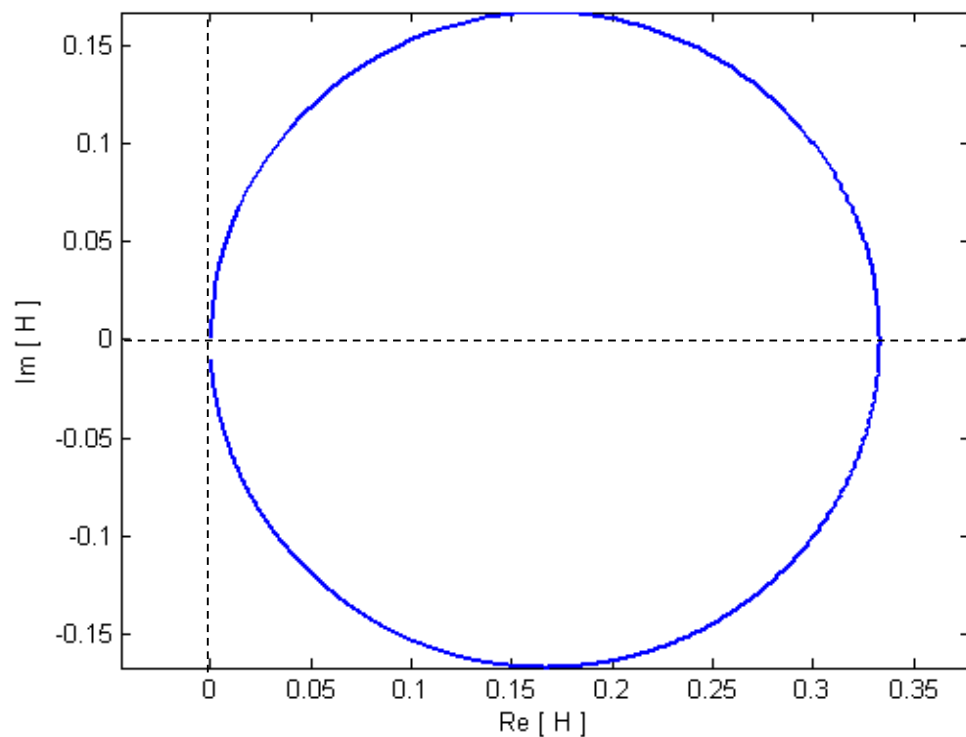
Ortskurve ?

Amplitudengang ?

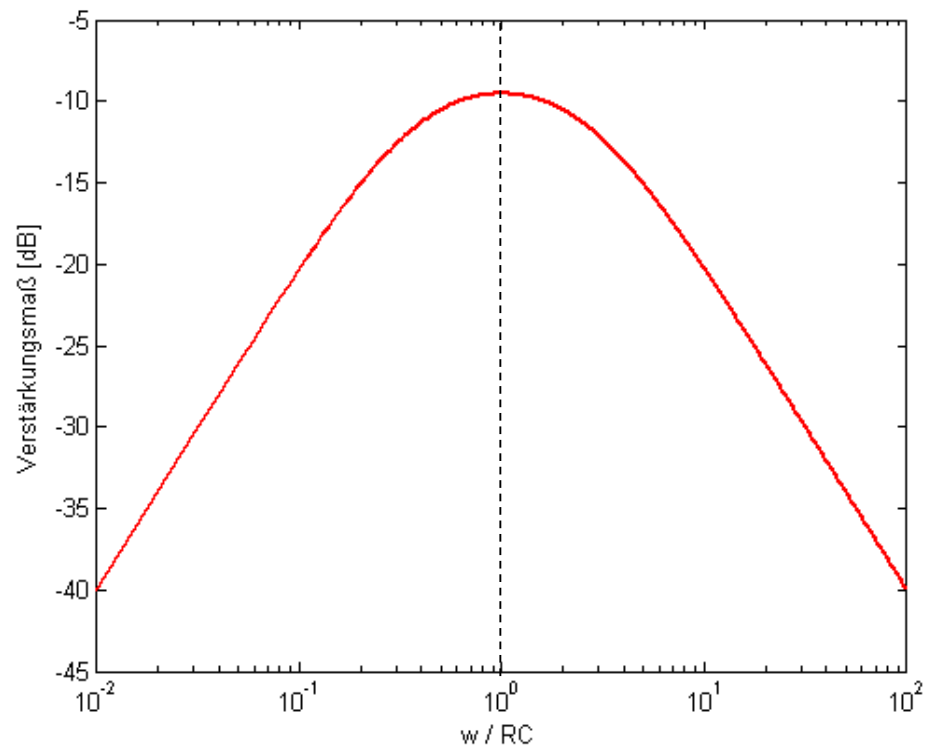
# Zur Übungsaufgabe 12

$$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega \cdot A_1}{1 + j\omega \cdot A_2 + (j\omega)^2 \cdot A_3}$$

## Ortskurve



## Amplitudengang



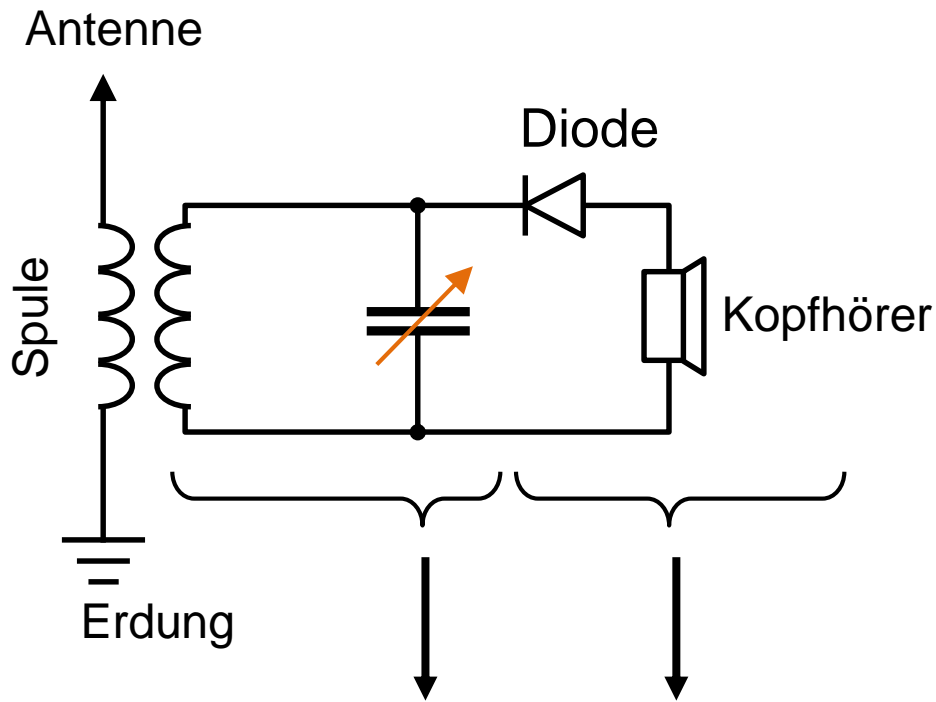
- 7 -

# Schwingkreise Filter

(Albach Kapitel 8.3, 8.4 und 8.5)

# Einfache Rundfunkempfänger

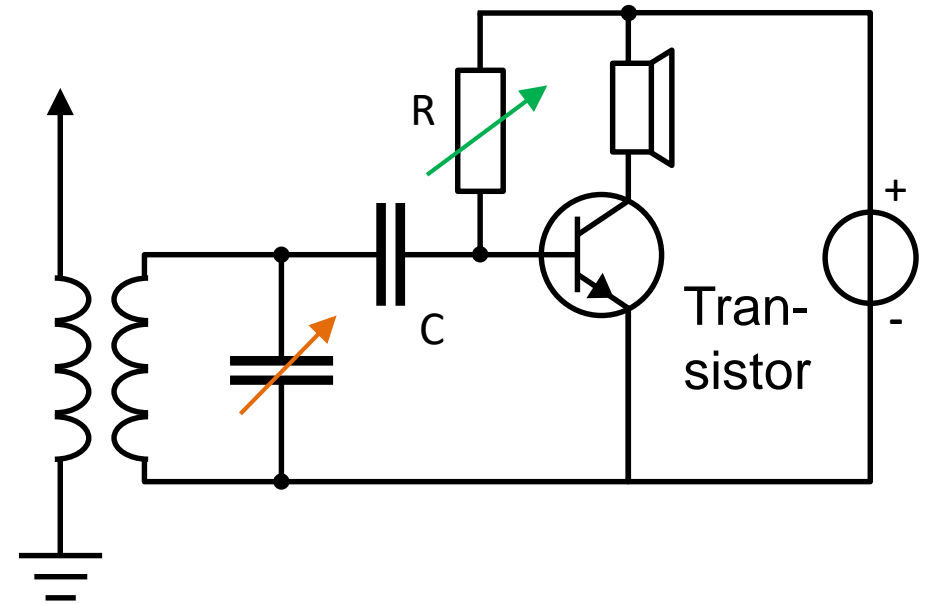
Der einfachste Rundfunkempfänger:  
„Detektorempfänger“



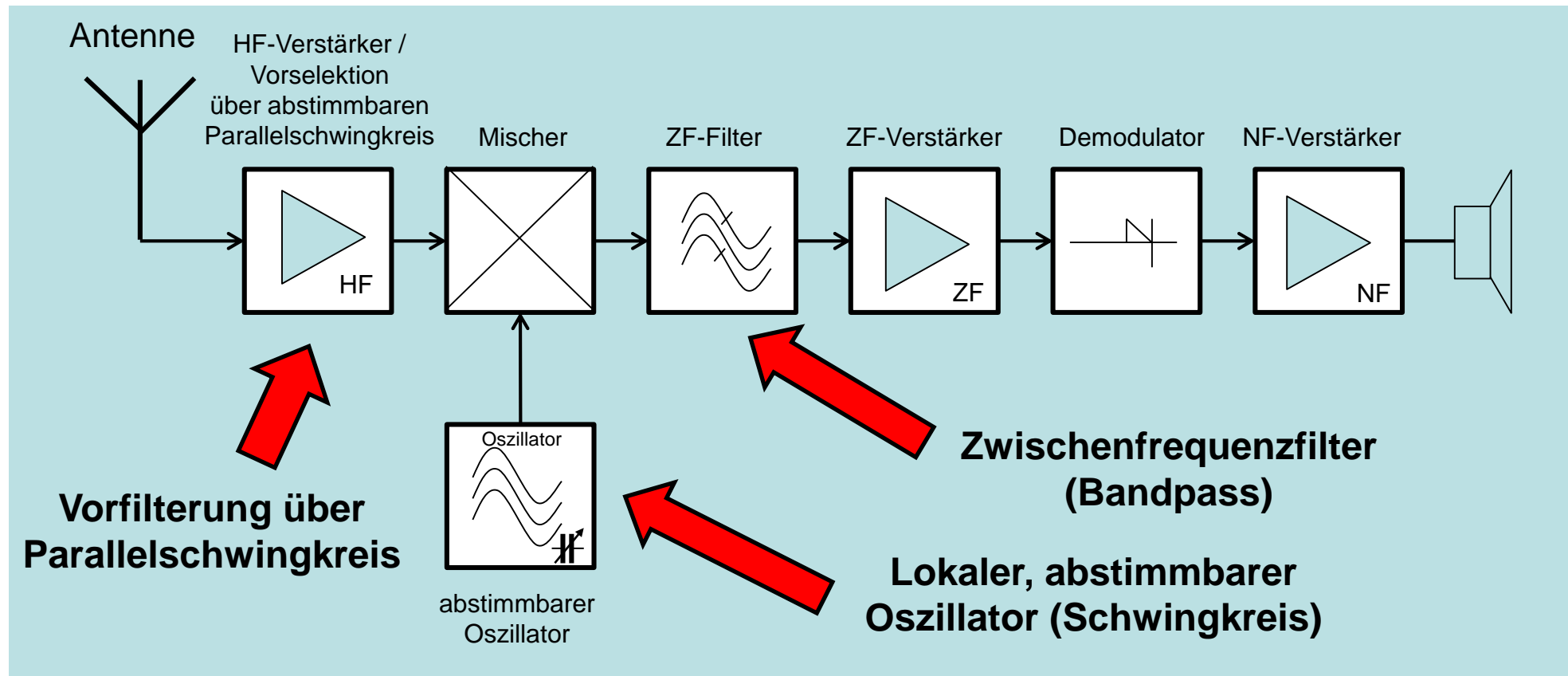
**Schwingkreis:**  
kann auf die  
Sendefrequenz  
abgestimmt werden

**Diode** und Trägheit  
des **Kopfhörers**  
bewirken Ausgabe  
der tiefen Sprach-/  
Musikfrequenzen

Einfacher Transistor-Empfänger



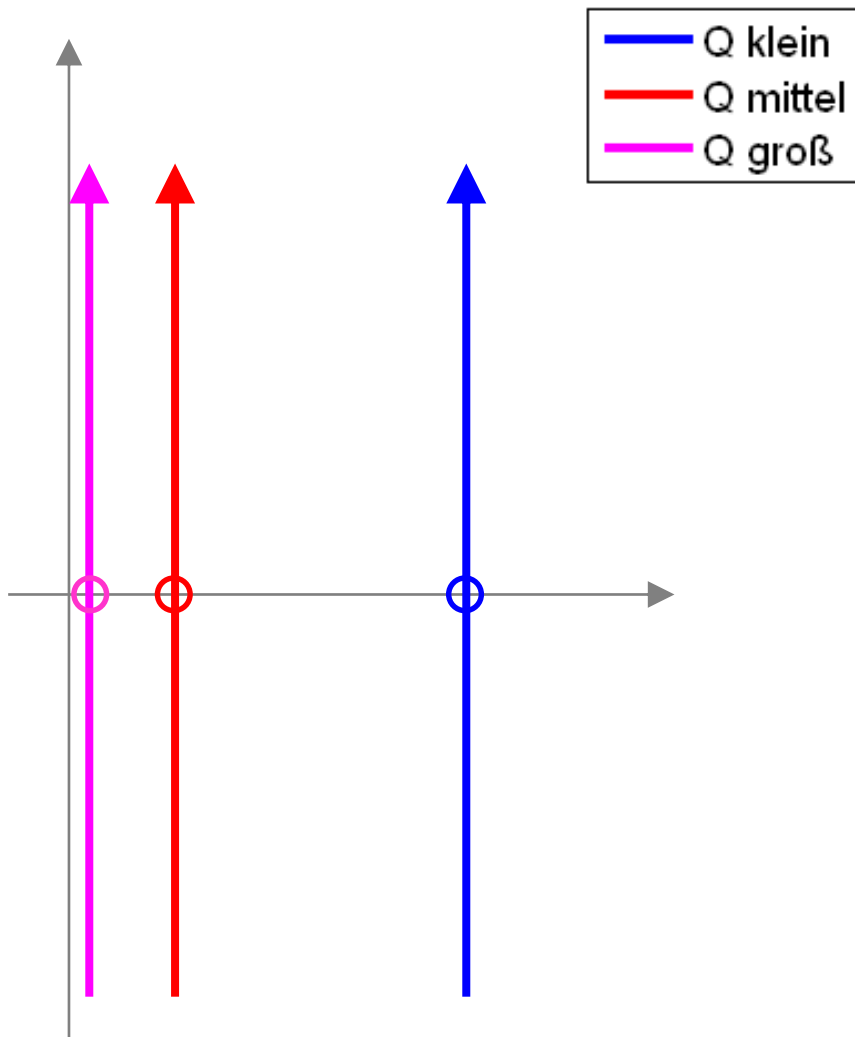
# Überlagerungsempfänger oder Superheterodynempfänger



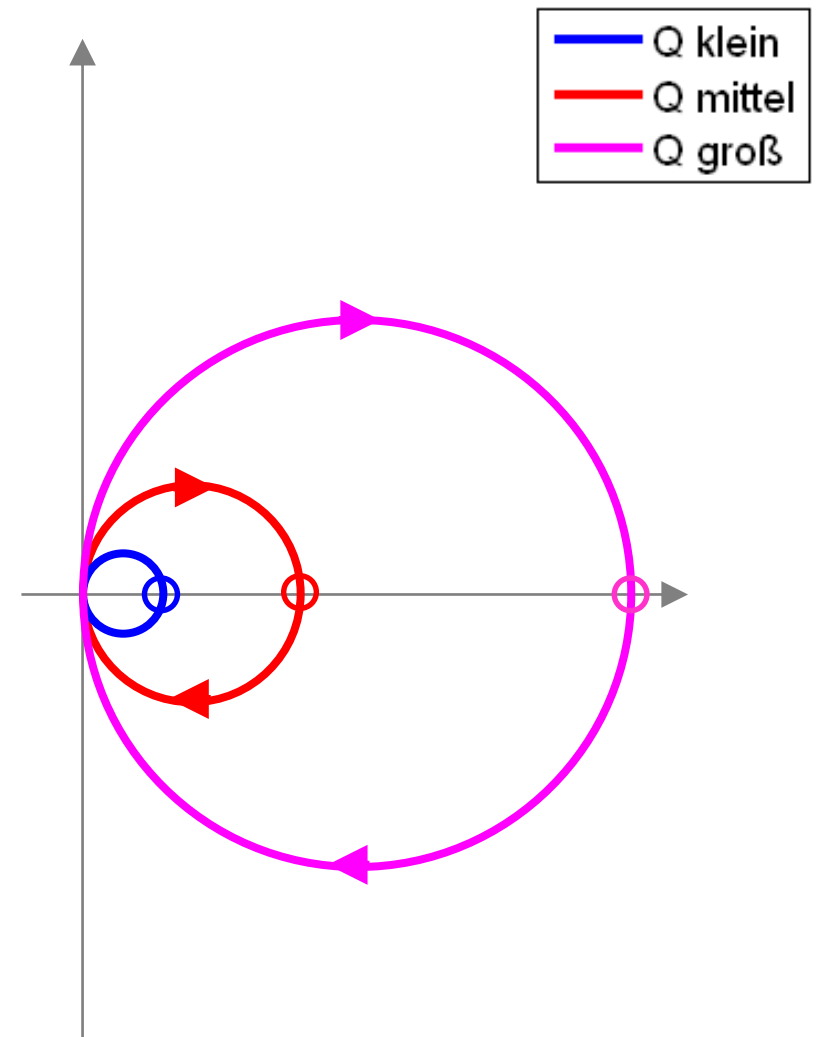
Übliche Werte für die ZF-Frequenz:

- 10,7 MHz für FM-Empfänger (UKW-Rundfunk)
- 455 kHz für AM-Empfänger (Lang-, Mittel- und Kurzwelle)
- 38,9 MHz für TV-Empfänger (Analog, Bild-ZF)
- 33,4 MHz sowie 33,158 MHz für die TV-Tonkanäle (FM, Stereo).

# Ortskurven von Schwingkreisen



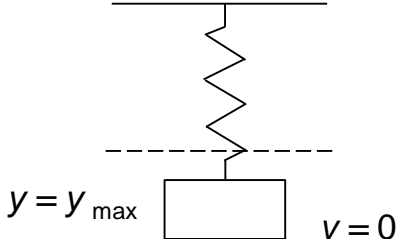
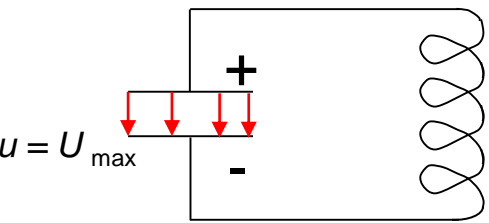
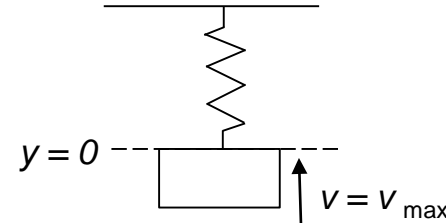
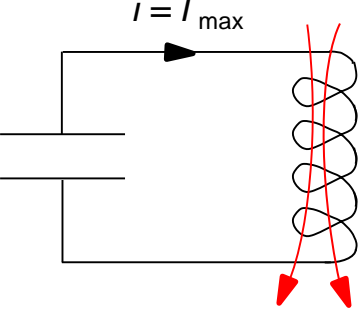
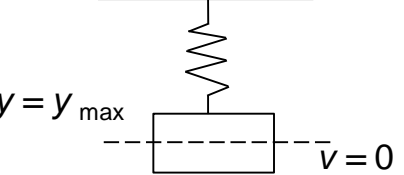
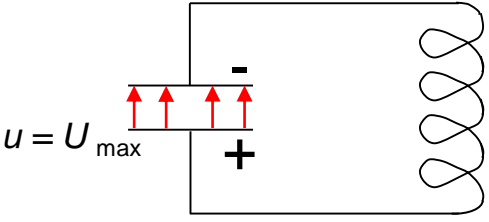
Eingangsimpedanz  $\underline{Z}$  im Reihenschwingkreis bzw.  
Eingangsadmittanz  $\underline{Y}$  im Parallelschwingkreis



Eingangsadmittanz  $\underline{Y}$  im Reihenschwingkreis bzw.  
Eingangsimpedanz  $\underline{Z}$  im Parallelschwingkreis

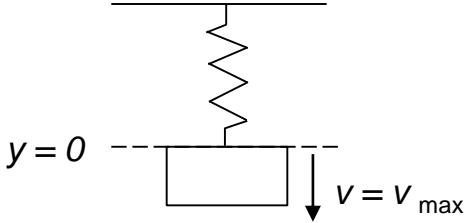
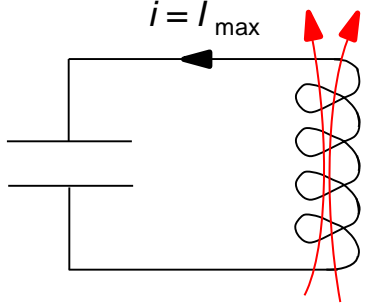
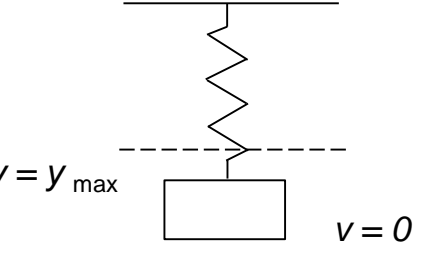
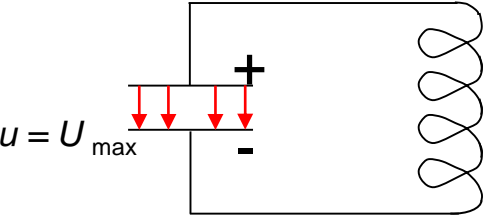
## Mechanische Schwingung

## Elektrische Schwingung

$\varphi=0$	 <p><math>y = y_{\max}</math> <math>v = 0</math></p> <p><math>E_{\text{pot}} = \max; E_{\text{kin}} = 0</math></p>	 <p><math>u = U_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{el}} = \max; E_{\text{magn}} = 0</math></p>
$\varphi=\pi/2$	 <p><math>y = 0</math> <math>v = v_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{pot}} = 0; E_{\text{kin}} = \max</math></p>	 <p><math>i = I_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{el}} = 0; E_{\text{magn}} = \max</math></p>
$\varphi=\pi$	 <p><math>y = y_{\max}</math> <math>v = 0</math></p> <p><math>E_{\text{pot}} = \max; E_{\text{kin}} = 0</math></p>	 <p><math>u = U_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{el}} = \max; E_{\text{magn}} = 0</math></p>

## Mechanische Schwingung

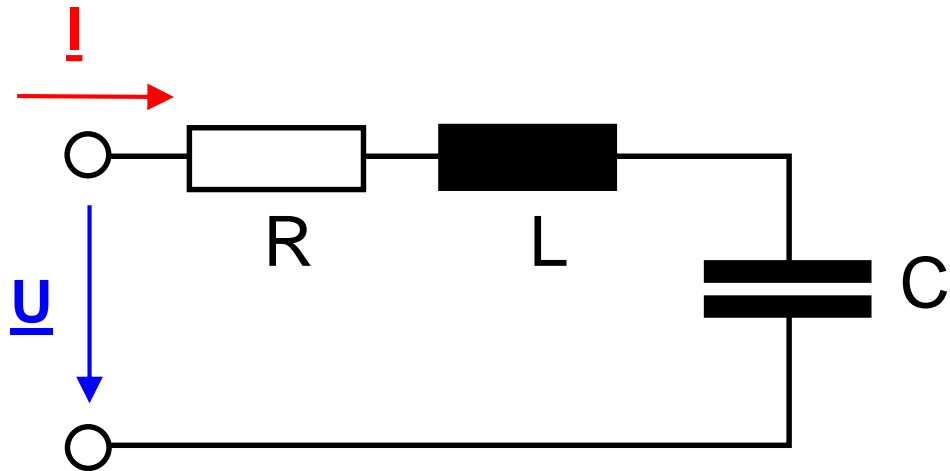
## Elektrische Schwingung

$\varphi = 3\pi/2$	 <p><math>y = 0</math></p> <p><math>v = v_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{pot}} = 0; E_{\text{kin}} = \max</math></p>	 <p><math>i = I_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{el}} = 0; E_{\text{magn}} = \max</math></p>
$\varphi = 2\pi$	 <p><math>y = y_{\max}</math></p> <p><math>v = 0</math></p> <p><math>E_{\text{pot}} = \max; E_{\text{kin}} = 0</math></p>	 <p><math>u = U_{\max}</math></p> <p><math>E_{\text{el}} = \max; E_{\text{magn}} = 0</math></p>

# Notizen

# Notizen

# Reihenschwingkreis I



$$\underline{Z} = R + j \left( \underbrace{\omega L}_{X_L} - \underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{X_C} \right)$$

Bedingung für Resonanz:  $\text{Im}\{\underline{Z}(\omega = \omega_0)\} = 0$

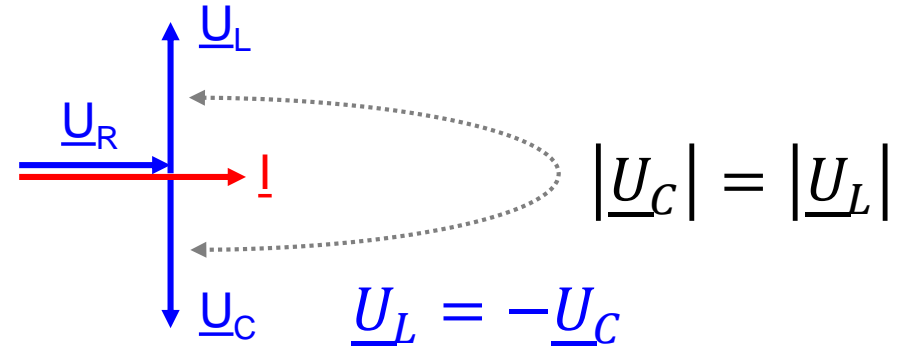
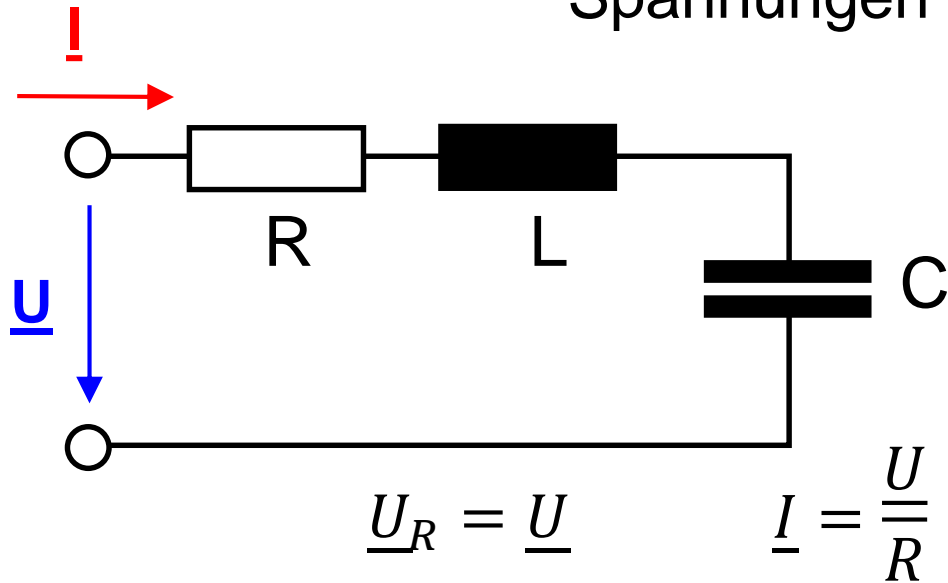
$$X_L + X_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$X_L(\omega_0) = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad X_C(\omega_0) = -\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{green}} := Z_0$  "Kennwiderstand"

# Reihenschwingkreis II

Spannungen in der Resonanz



Resonanzstrom

$$\underline{U}_L = j\omega_0 L \frac{\underline{U}}{R} = j \frac{1}{\sqrt{LC}} L \frac{\underline{U}}{R} = j \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{\underline{U}}{R} = j\underline{U}Q_S$$

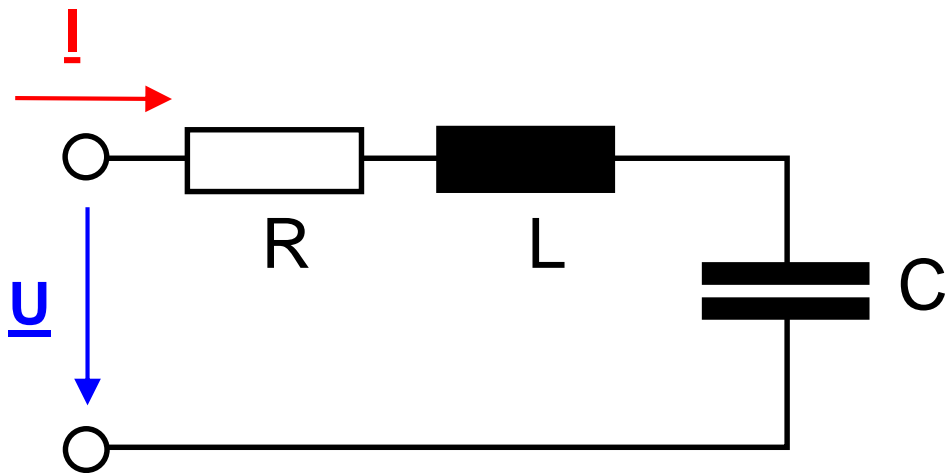
$$\underline{U}_C = \frac{1}{j\omega_0 C} \frac{\underline{U}}{R} = -j\underline{U}Q_S$$

mit  $Q_S = \frac{Z_0}{R}$

“Güte” (quality factor)

bei  $Q_S \gg 1$  Spannungsüberhöhung  $U_C = U_L = UQ_S$

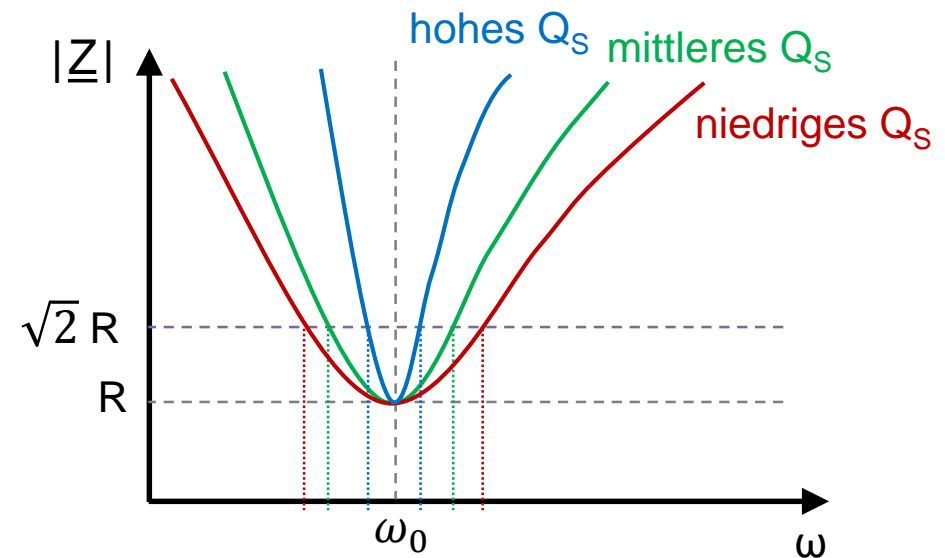
# Reihenschwingkreis III



“Dämpfung”  $d_S = \frac{1}{Q_S}$

“Bandbreite”  $B_S = \frac{\omega_0}{Q_S}$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



ohmsch-  
kapazitiv

ohmsch-  
induktiv

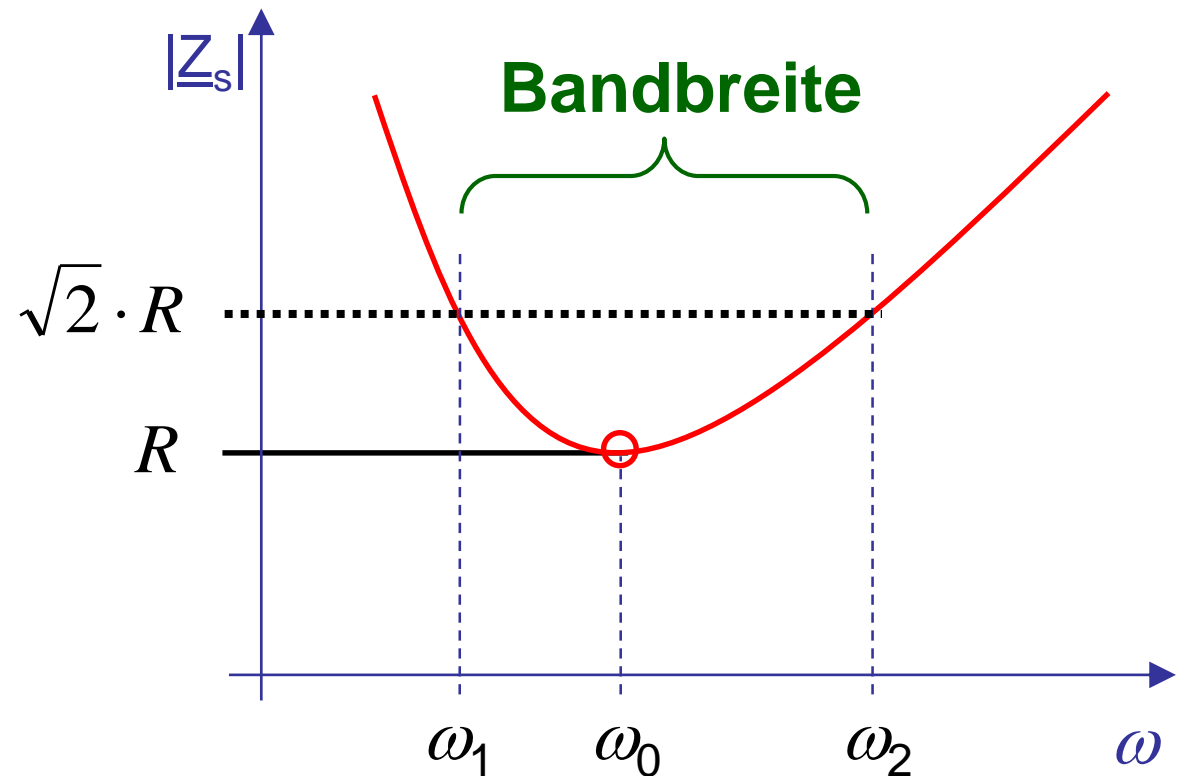
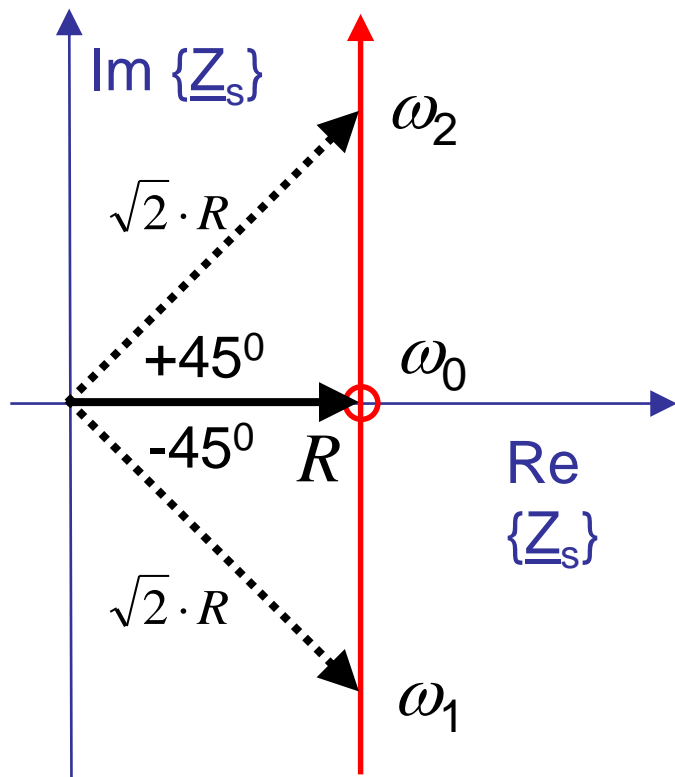
(C dominiert)

(L dominiert)

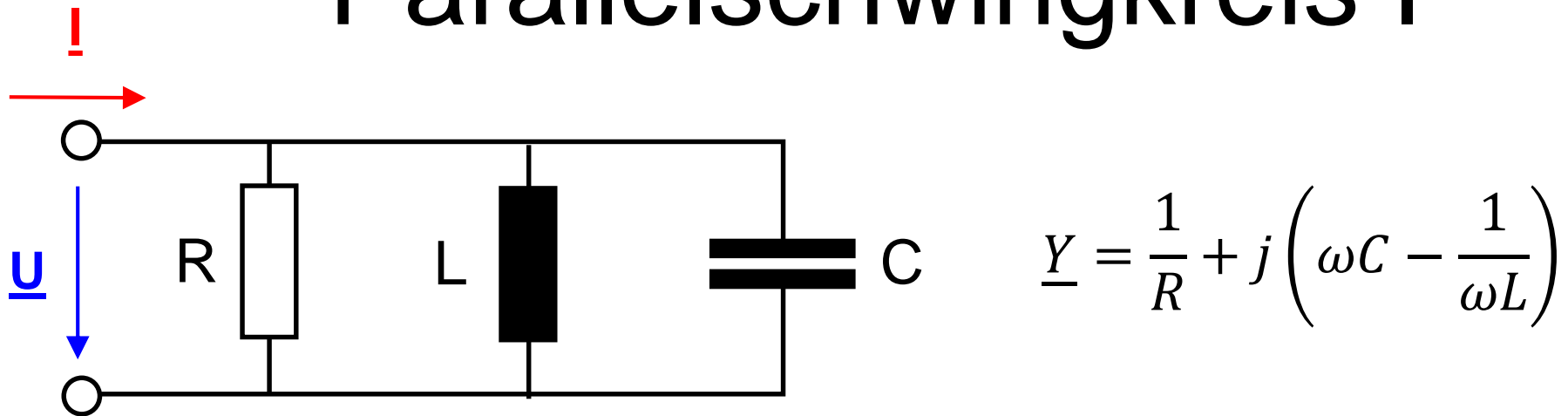
# Bandbreite

Die Bandbreite ist ein weit verbreiteter Begriff in der Elektro- bzw. Nachrichtentechnik. Oft wird sie definiert als die Differenz der Kreisfrequenzen (oder Frequenzen), an denen eine betrachtete Funktion der Frequenz Faktor  $\sqrt{2}$  größer als ihr Minimum oder Faktor  $1/\sqrt{2}$  kleiner als ihr Maximum ist.

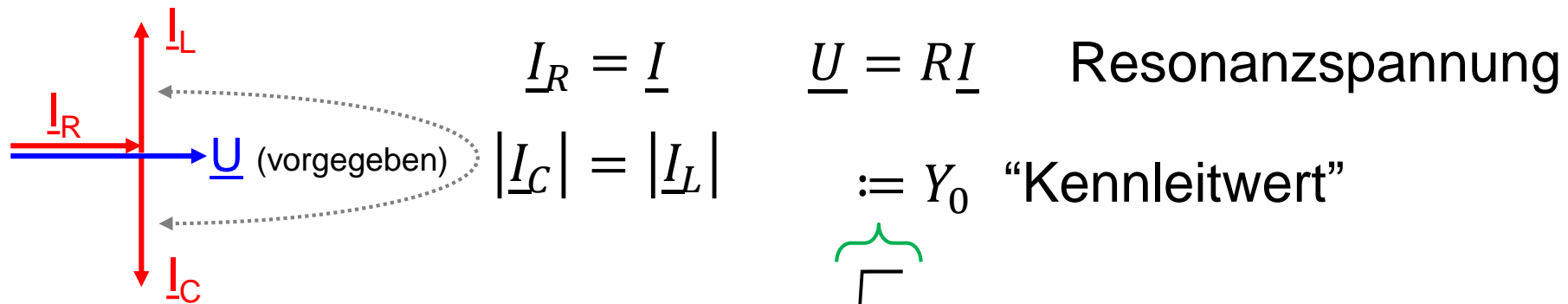
Beispiel: Eingangsimpedanz  $Z_S$  des einfachen Reihenschwingkreis



# Parallelschwingkreis I



Bedingung für Resonanz:  $\text{Im}\{\underline{Y}(\omega = \omega_0)\} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

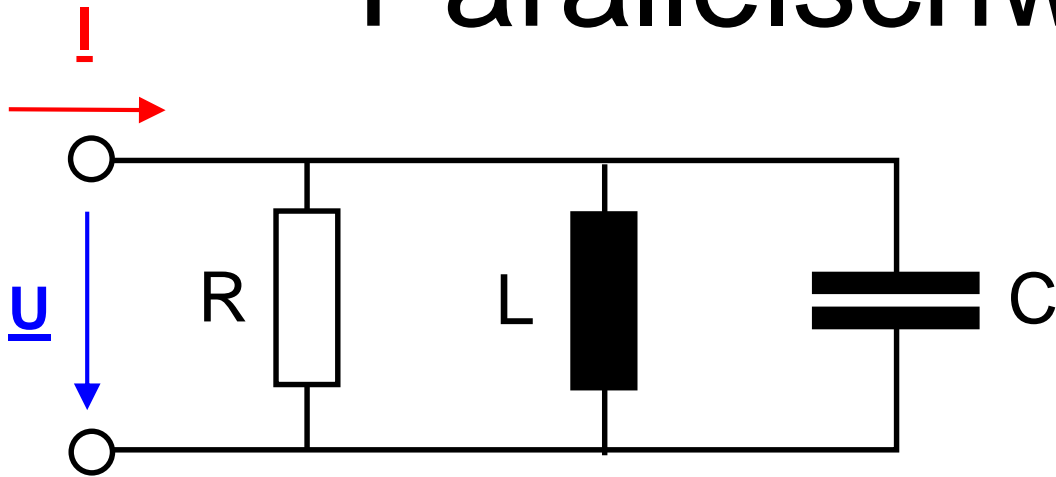


$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{j\omega_0 L} = \frac{R\underline{I}}{j \frac{1}{\sqrt{LC}} L} = -jR \underbrace{\sqrt{\frac{C}{L}}}_{:= Q_P \text{ "Güte"}} \underline{I}$$

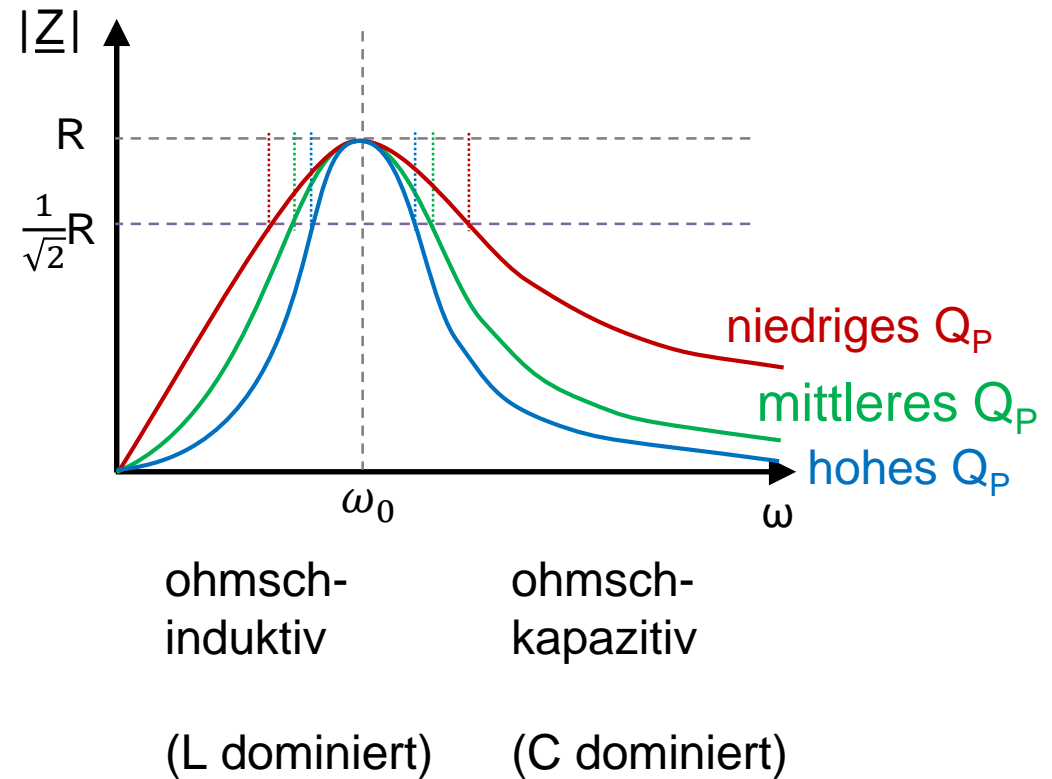
bei  $Q_P \gg 1$  Stromüberhöhung

$$I_C = I_L = I Q_P$$

# Parallelschwingkreis II

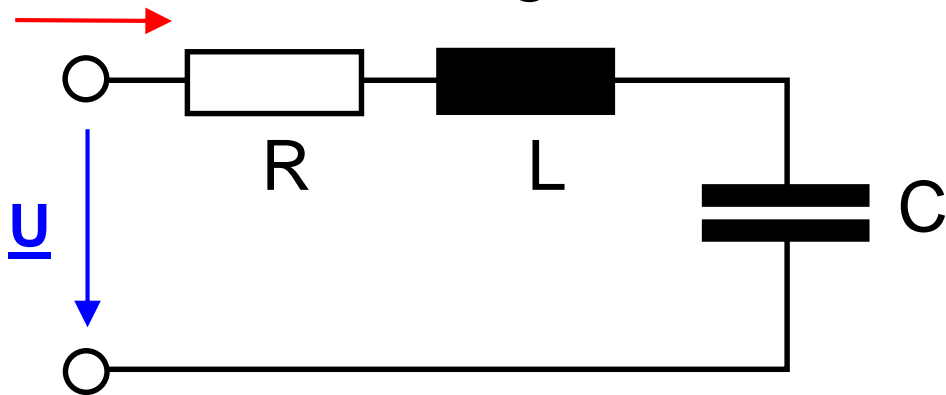


$$|\underline{Y}| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$



# Einfache Schwingkreise: Zusammenfassung

Reihenschwingkreis:



$$\underline{Z} = R + j \cdot \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad \text{Im} = 0 \text{ bei Resonanzfrequenz (Phasenresonanz)}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q_s = \frac{Z_0}{R}$$

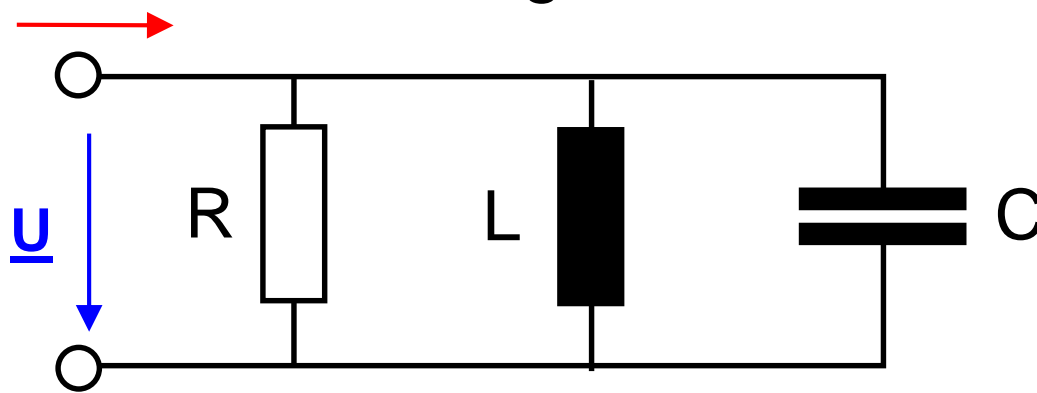
$$B_s = \frac{\omega_0}{Q_s}$$

Kennwiderstand

Güte

Bandbreite

Parallelschwingkreis:



$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j \cdot \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \quad \text{Im} = 0 \text{ bei Resonanzfrequenz (Phasenresonanz)}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$Q_p = \frac{Y_0}{G}$$

$$B_p = \frac{\omega_0}{Q_p}$$

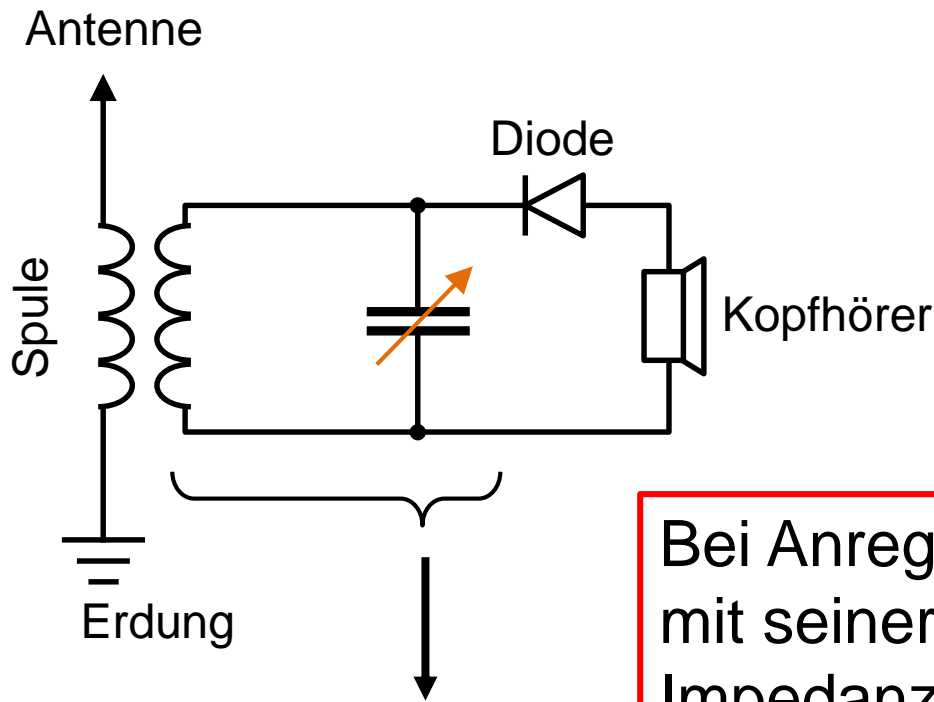
Kennleitwert

Güte

Bandbreite

# Wirkung des Parallelschwingkreises im Detektorempfänger

Der einfachste Rundfunkempfänger:  
„Detektorempfänger“

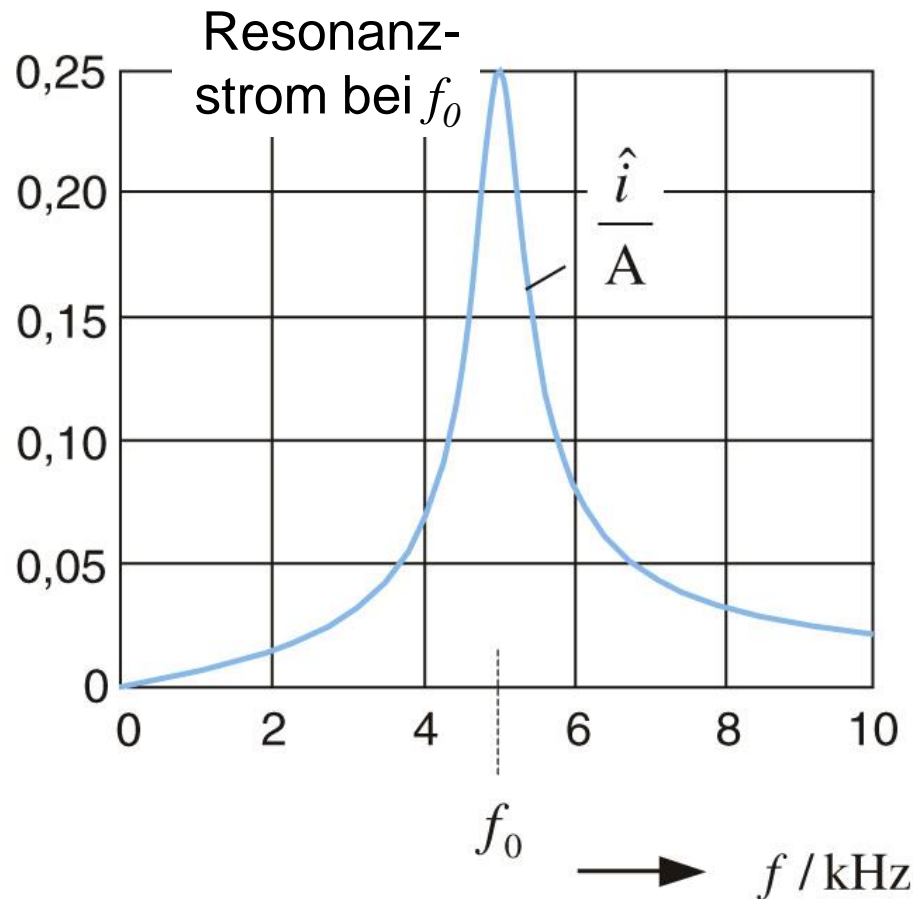


**Parallelschwingkreis:**  
kann auf die  
Sendefrequenz  
abgestimmt werden

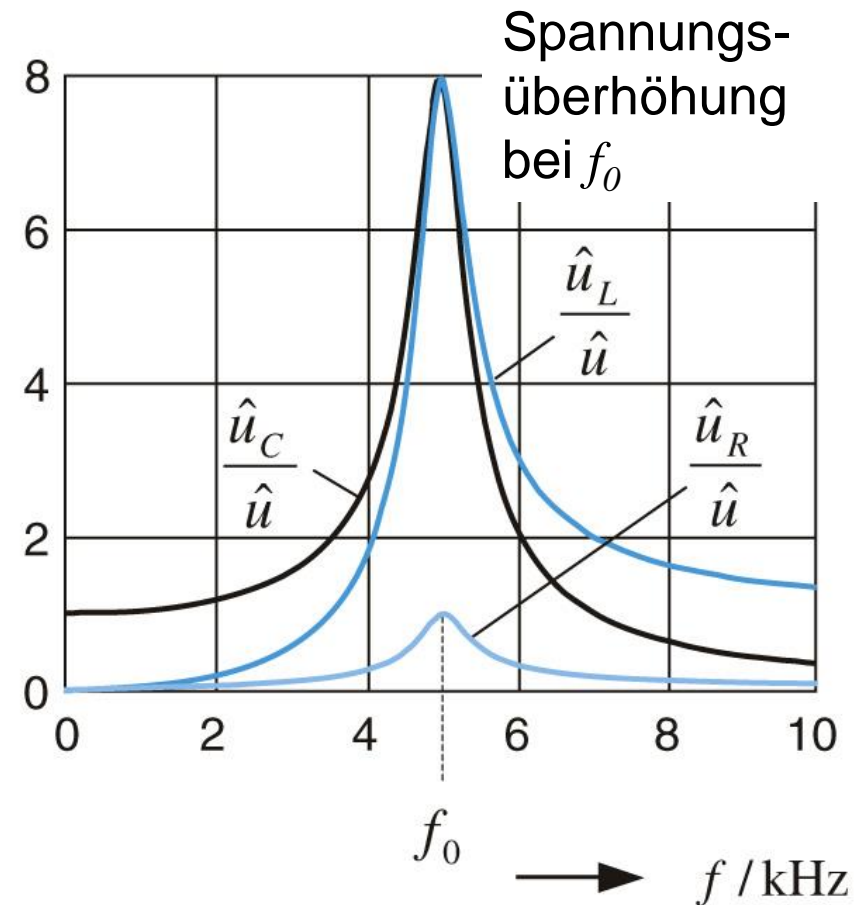
Bei Anregung des **Parallelschwingkreises** mit seiner Resonanzfrequenz wird seine Impedanz maximal, so dass das Signal mit der Resonanzfrequenz als das mit der größten Spannung über dem Schwingkreis von der Schaltung aus Diode und Kopfhörer abgegriffen werden kann.

# Beispiel: Reihenschwingkreis mit $Q_S = 7,90$

## Strom



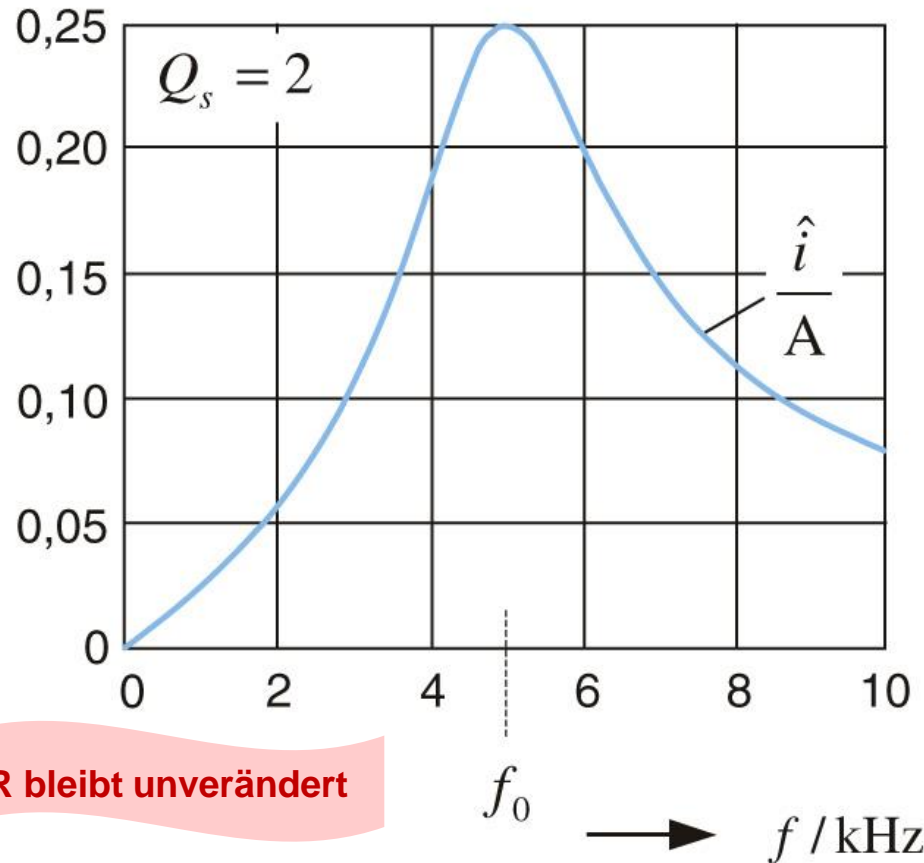
## Teilspannungen an R, L, C



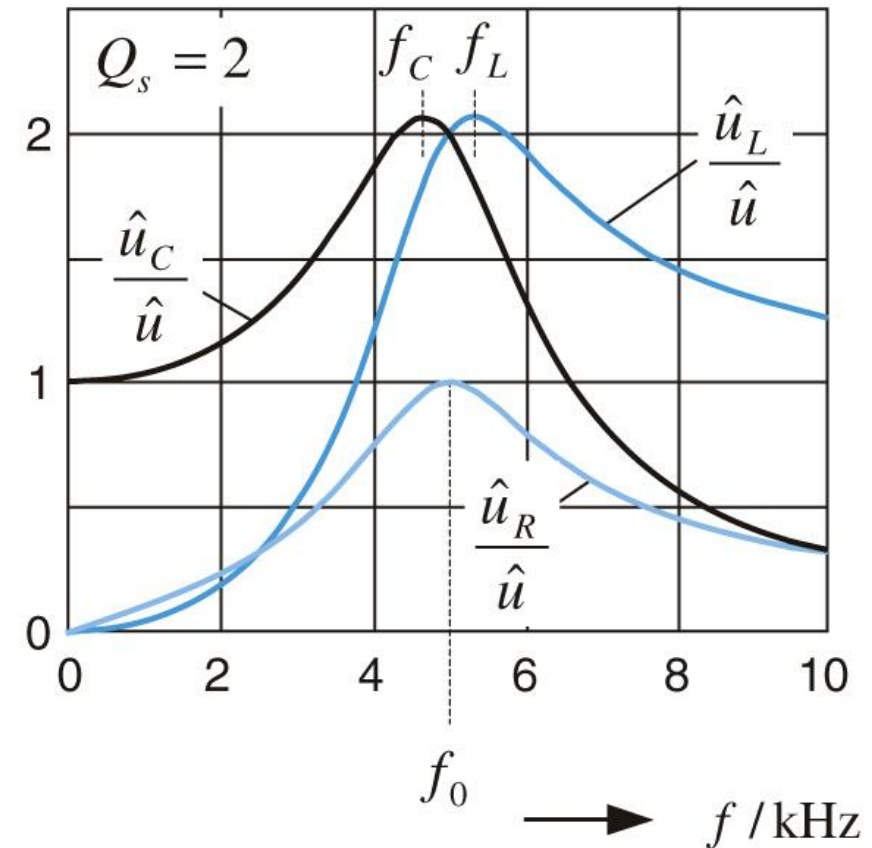
**Abbildung 8.33:** Strom- und Spannungsamplituden als Funktion der Frequenz,  $Q_S = 7,9$

# Beispiel: Reihenschwingkreis mit $Q_S = 2,00$

## Strom



## Teilspannungen an R, L, C



**Abbildung 8.35:** Strom- und Spannungsamplituden als Funktion der Frequenz,  $Q_S = 2$

→ Die Kreisfrequenzen, bei denen  $\hat{u}_C$  und  $\hat{u}_L$  jeweils maximal werden (**Betragsresonanz**), weichen i.A. von  $\omega_0$  ab.

# Betragsresonanz beim Reihenschwingkreis: Maximale Spannung an der Induktivität I

Aus der Spannungsteilerregel folgt für den Betrag:

$$\hat{u}_L = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}} \hat{u}$$

Notwendige Bedingung für das Maximum von  $\hat{u}_L$ :

$$\frac{d\hat{u}_L}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left( \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}} \hat{u} \right) = 0$$

# Betragsresonanz beim Reihenschwingkreis: Maximale Spannung an der Induktivität II

$$\frac{d\hat{u}_L}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left( \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}} \hat{u} \right) = 0$$

$$\frac{L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}} + \omega L \left( -\frac{1}{2} \right) \frac{1}{(R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 2 \cdot \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \left( L + \frac{1}{\omega^2 C} \right) = 0 \quad \left| \frac{1}{L} (R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2)^{\frac{3}{2}} \right.$$

$$\Leftrightarrow (R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2) - \omega^2 \left( L - \frac{1}{\omega^2 C} \right) \left( L + \frac{1}{\omega^2 C} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow R^2 + (\omega L)^2 - 2 \frac{L}{C} + \frac{1}{(\omega C)^2} - (\omega L)^2 + \omega^2 \frac{1}{\omega^4 C^2} = 0 \quad | \omega^2 C^2$$

$$\Leftrightarrow C^2 R^2 \omega^2 - 2\omega^2 LC + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 (2LC - C^2 R^2) = 2$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 = \frac{2}{2LC - C^2 R^2}$$

$$\Leftrightarrow \omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC - C^2 R^2}}$$

Bedingung:  
Nenner  $\geq 0$

$$2LC - C^2 R^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2LC \geq C^2 R^2$$

$$\Leftrightarrow 2L \geq CR^2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{R^2} \frac{L}{C}}_{=Q_s^2} \geq \frac{1}{2}$$

Spannungsüberhöhung  
kann beim Reihen-  
schwingkreis nur  
auftreten, wenn für die  
Güte gilt:

$$Q_s > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

# Betragsresonanz: Maximale Spannung an Induktivität und Kapazität

$$\frac{d\hat{u}_L}{d\omega} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2C^2}} = f_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2}d_s^2}} \quad \text{mit } d_s < \sqrt{2}$$

$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Dämpfung  $d_s = \frac{1}{Q_s} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

Auf gleiche Weise lässt sich herleiten:

$$\frac{d\hat{u}_C}{d\omega} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow f_C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2}d_s^2} \quad \text{mit } d_s < \sqrt{2}$$

verschiedene  
Frequenzen

→ Bei großem  $Q_s$  fallen Betrags- und Phasenresonanzfrequenz näherungsweise zusammen.

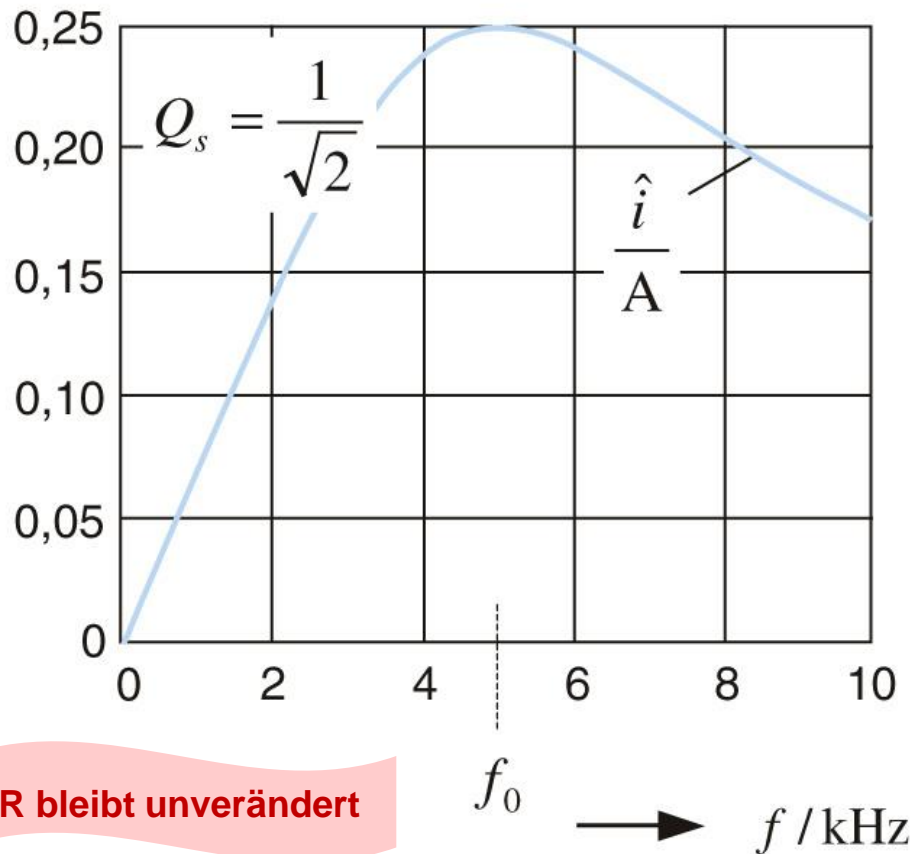
$$\frac{\hat{u}_{L\max}}{\hat{u}} = \frac{\hat{u}_{C\max}}{\hat{u}} = \begin{cases} \frac{1}{d_s \sqrt{1 - (d_s/2)^2}} = \frac{Q_s}{\sqrt{1 - 1/(2Q_s)^2}} & \text{für } Q_s > \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & Q_s \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

gleiche Maximalspannungen an L und C

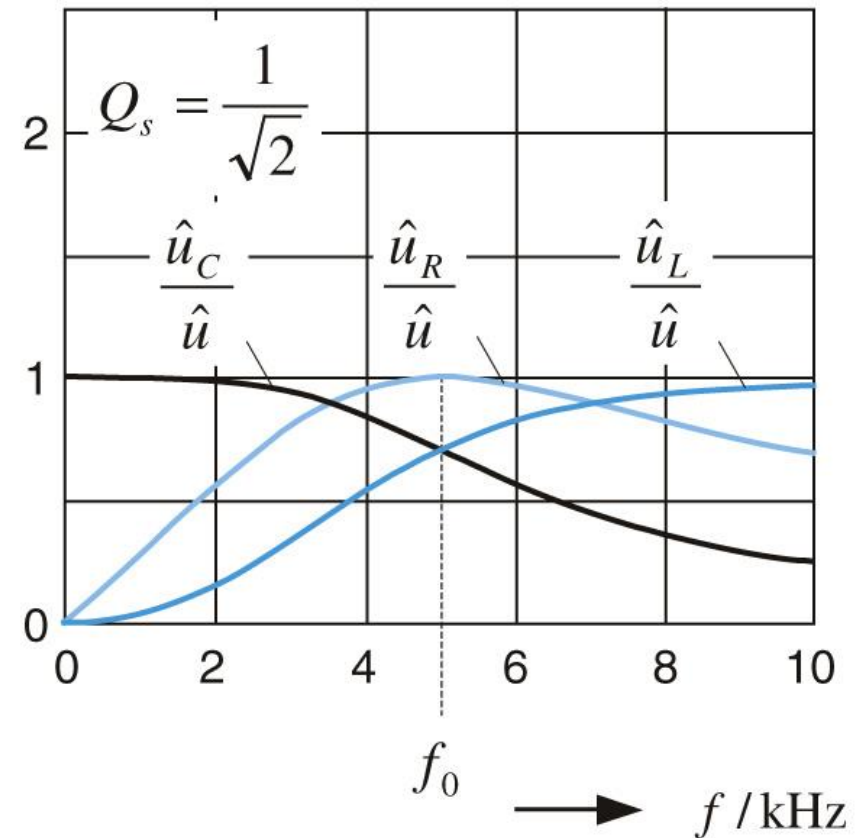
**Anmerkung: Analoge Zusammenhänge** können für die **Stromüberhöhung** beim **Parallelschwingkreis** hergeleitet werden.

# Beispiel: Reihenschwingkreis mit $Q_s = 1/\sqrt{2}$

## Strom



## Teilspannungen an R, L, C



**Abbildung 8.36:** Strom- und Spannungsamplituden als Funktion der Frequenz,  $Q_s = 1/\sqrt{2}$

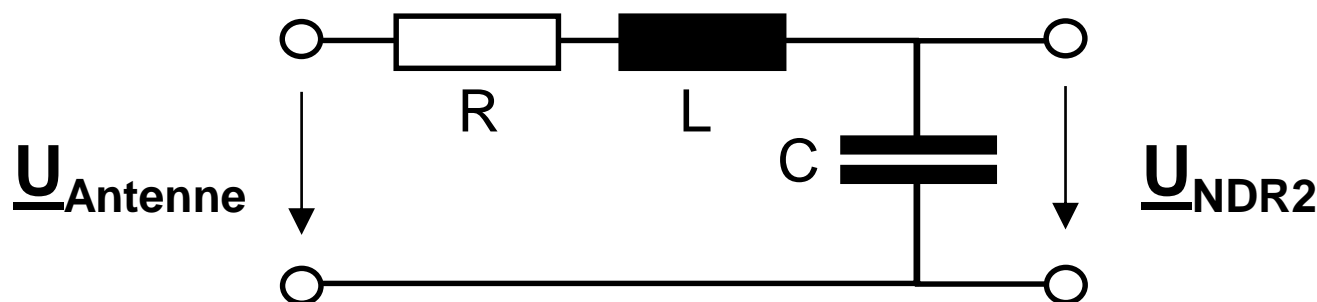
# Beispiel NDR 2

Frequenz: 87,6 MHz bzw.  $5,5 \cdot 10^8$  rad/s

Bandbreite:  $\approx 50$  kHz bzw.  $3,1 \cdot 10^5$  rad/s

→ Für Reihenschwingkreis  $Q_s \approx 1750 - 1850$  aus  $B_s = \frac{\omega_0}{Q_s}$

→ Elementwerte: z.B.  $R = 10$  m $\Omega$ ,  $L = 33$  nH,  $C = 100$  pF



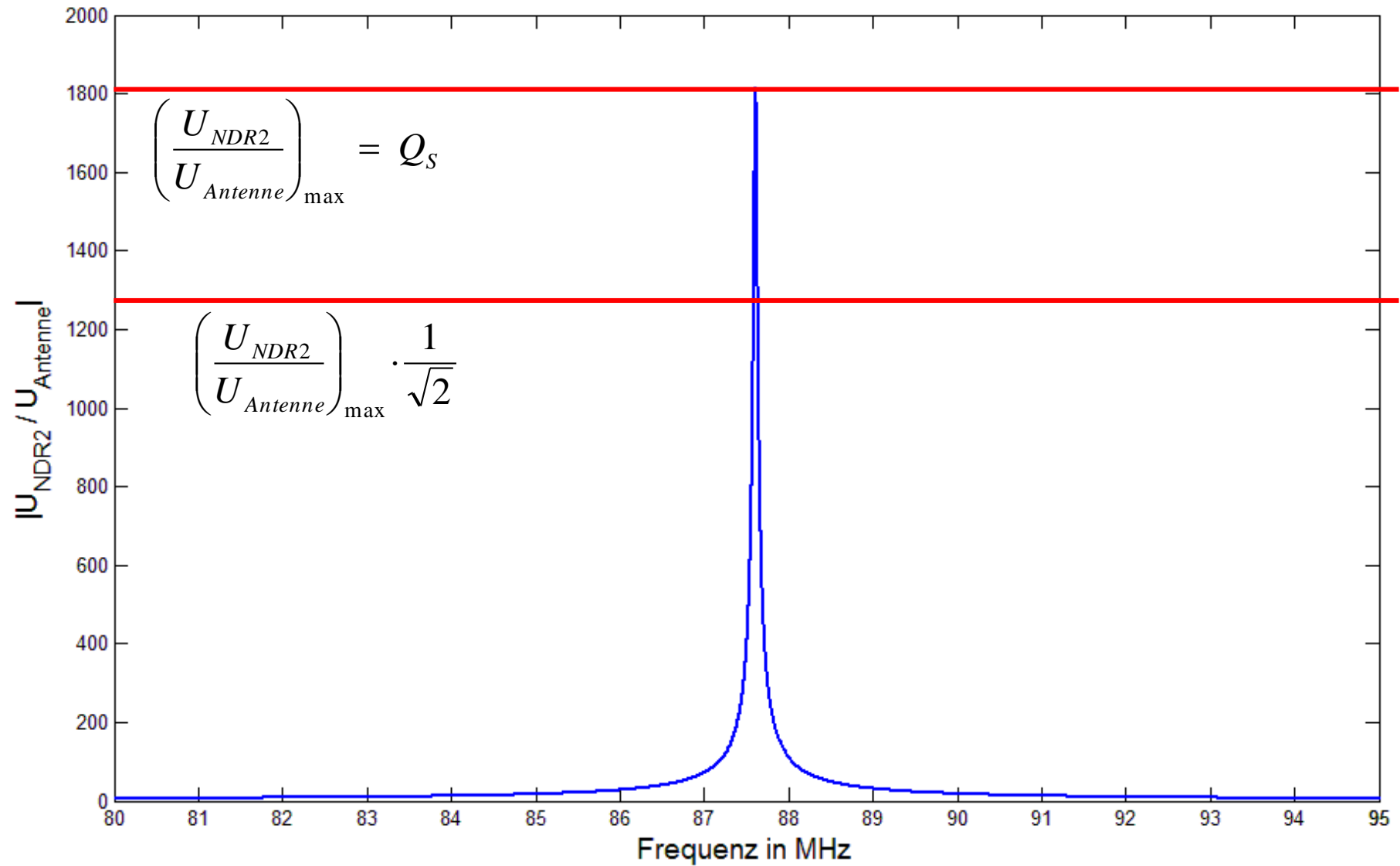
→ Verwendung des Reihenschwingkreises als Spannungsteiler

→ Ausnutzung der Spannungsüberhöhung an  $C$  bei  $\omega_0$

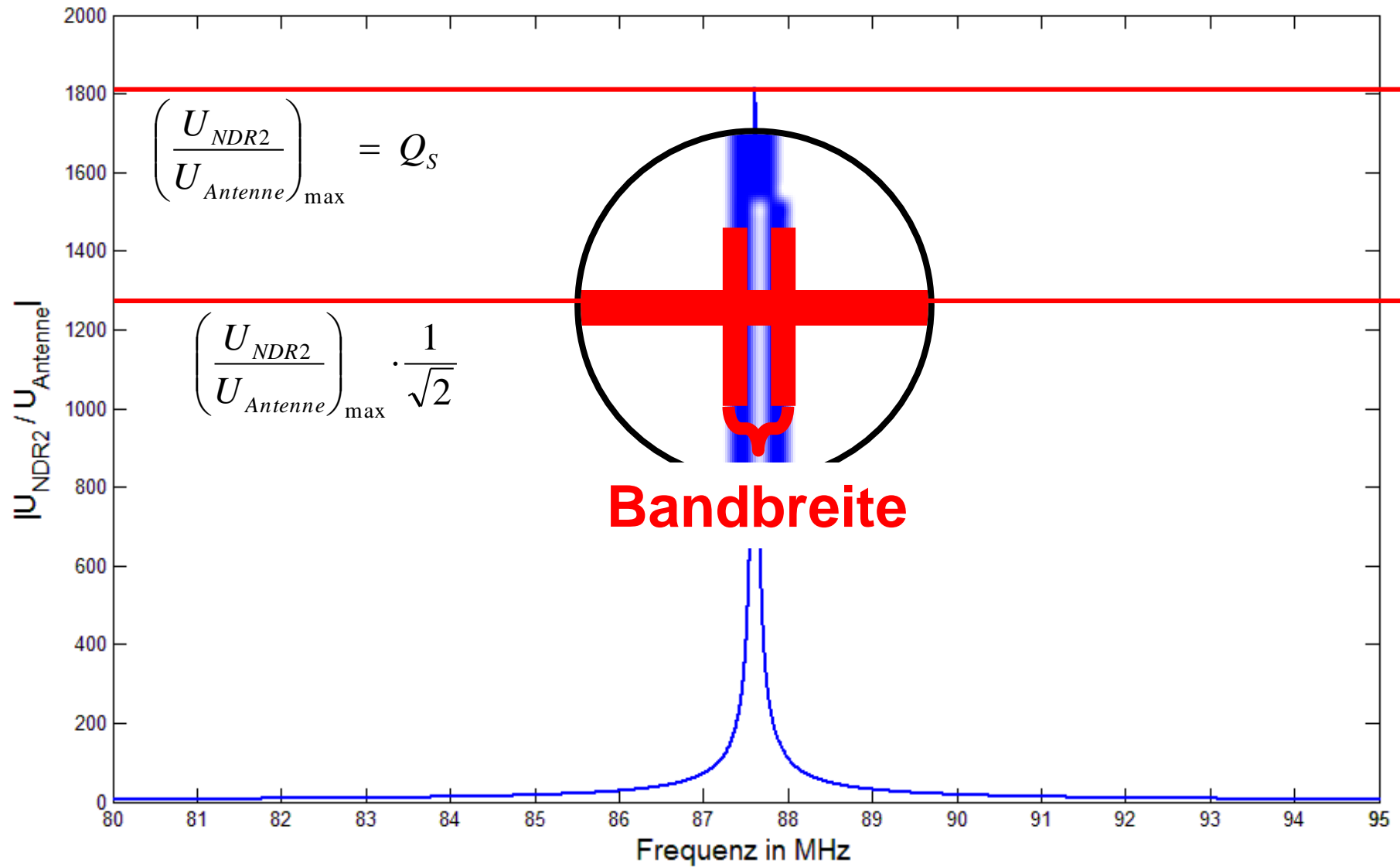
# Notizen

# Notizen

# Beispiel NDR 2



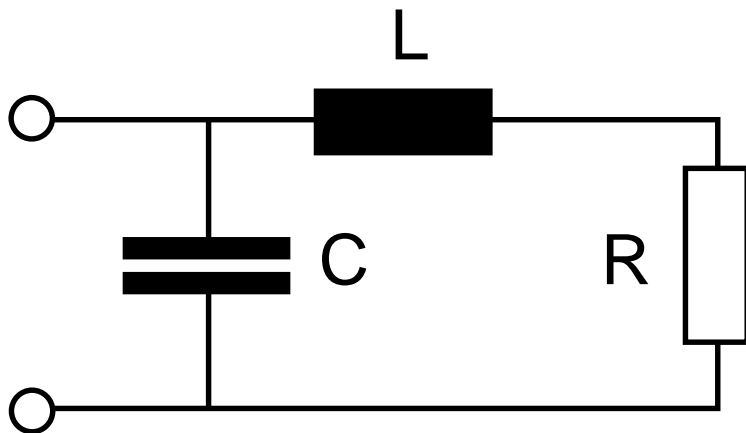
# Beispiel NDR 2



# Quiz zu Schwingkreisen I

Welche der folgenden Aussagen trifft für die Schaltung zu?

- (a) Die Schaltung zeigt Phasenresonanz bei  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ .
- (b) Die Schaltung zeigt keine Phasenresonanz.
- (c) Hängt davon ab .... (wovon?).



$$\text{Im} \{ \underline{Y}(\omega) \} = 0$$

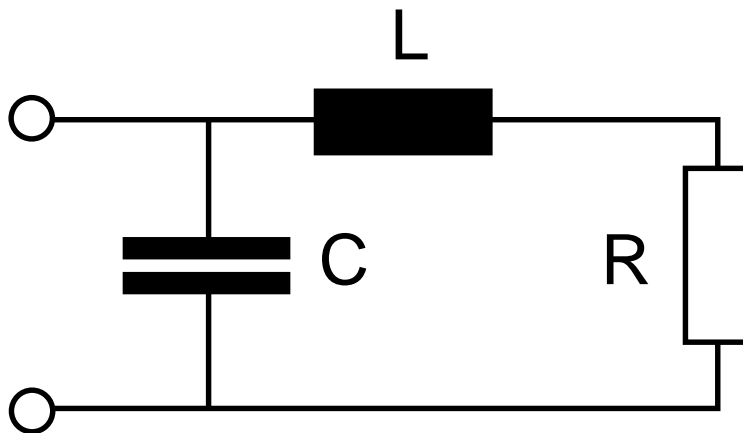
$$\text{bei } \omega_0 = \frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - R^2}$$

$(L/C > R^2)$

# Weitere Schwingkreise

**Achtung:** Aus den drei grundlegenden Elementen R, L und C lassen sich weitere einfache Schwingkreise konstruieren, die sich weder wie der einfache Reihen- noch wie der einfache Parallelschwingkreis verhalten!

Beispiel aus ET-II Klausur 9/08:



$$\text{Im} \{ \underline{Y}(\omega) \} = 0$$

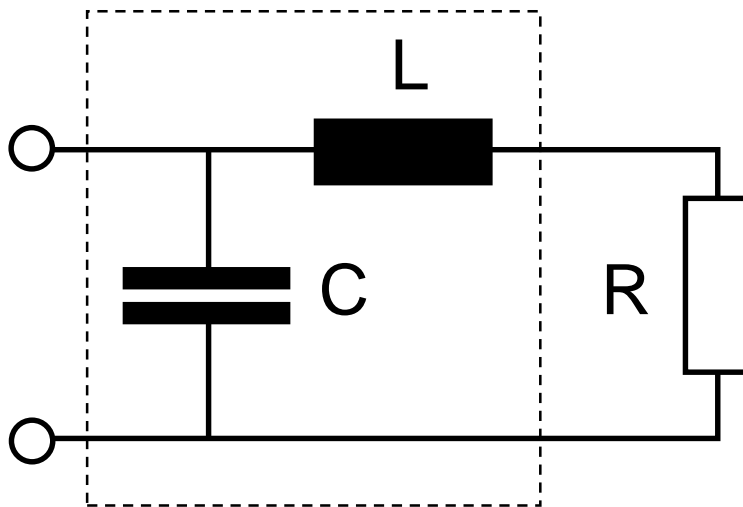
$$\text{bei } \omega_0 = \frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - R^2}$$

$$(L/C > R^2)$$

# Schwingkreis als Anpassnetzwerk I

In der Resonanz zeigt der Schwingkreis ein interessantes Verhalten, denn seine (reine reelle) Impedanz ist dann:

$$\underline{Z} = \frac{1}{R} \cdot \frac{L}{C} > \frac{1}{R} \cdot R^2 = R \quad !!!$$



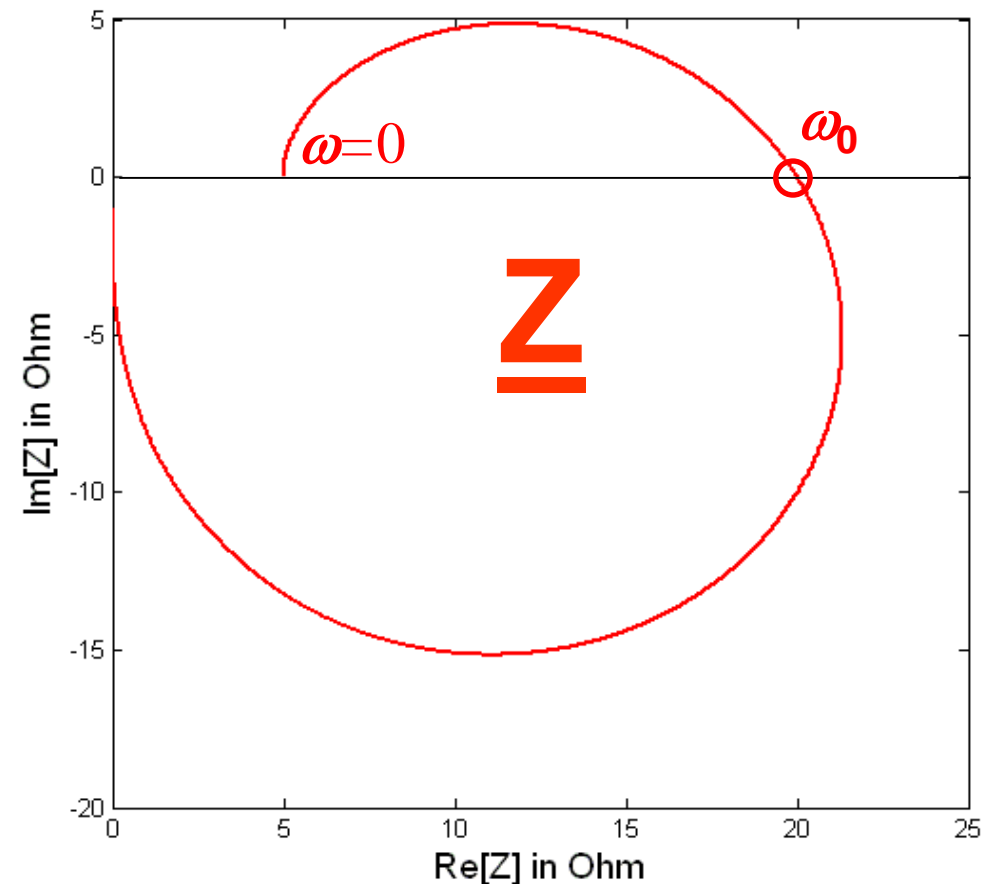
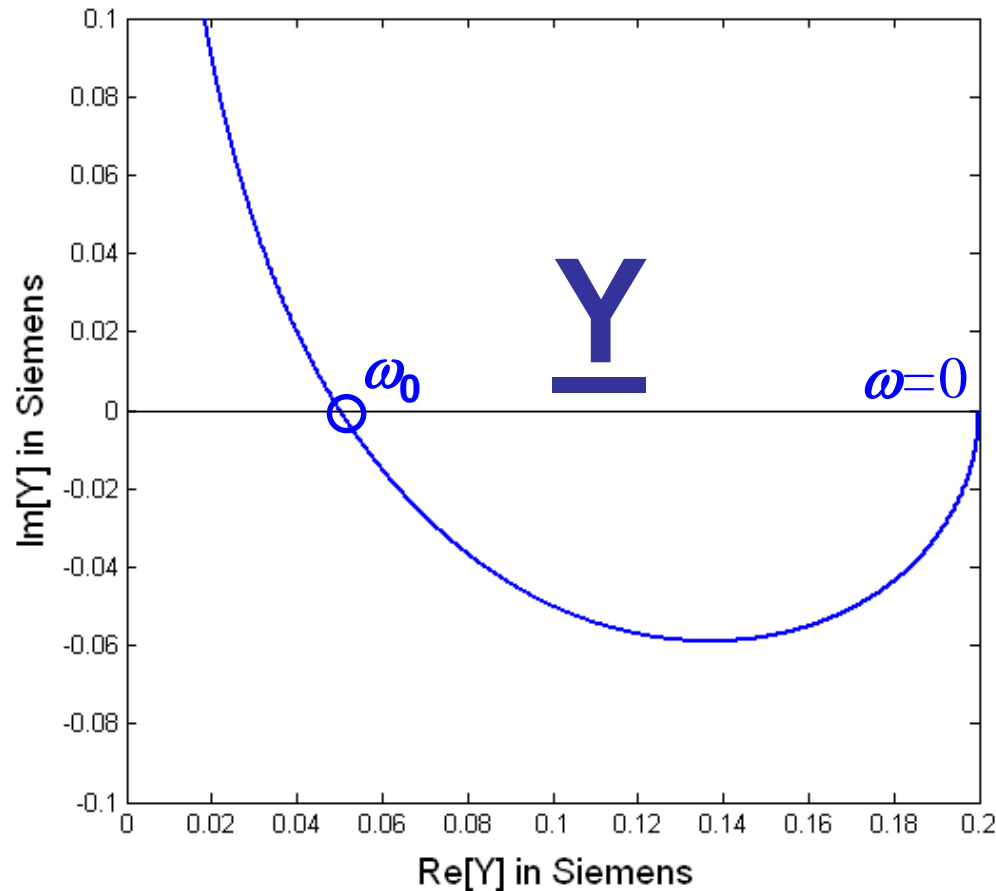
$$\omega_0 = \frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - R^2}$$

( $L/C > R^2$ )

Anpassnetzwerk ("Matching Network")

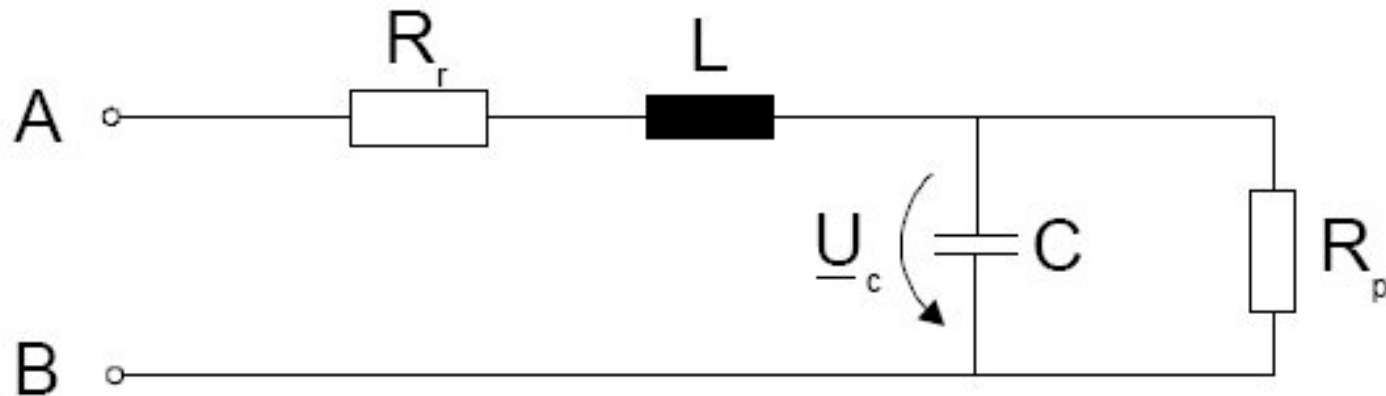
# Schwingkreis als Anpassnetzwerk II

$$L = 1 \text{ mH}, C = 10 \text{ } \mu\text{F}, R = 5 \text{ } \Omega, \omega_0 = 8660 \text{ rad/s}$$



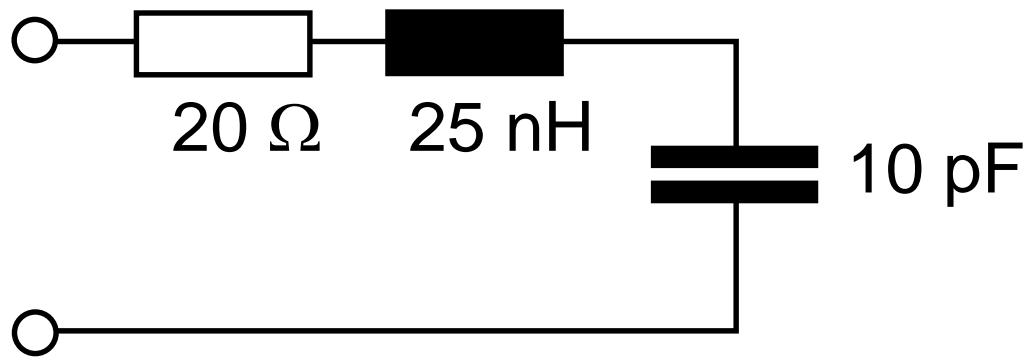
Man sieht leicht, dass die reelle Impedanz der Schaltung in der Resonanz größer ist als die Impedanz bei  $\omega = 0$ .

# Der „belastete“ Schwingkreis



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{1 - \frac{L}{R_p^2 C}} \quad (R_p^2 \geq L/C)$$

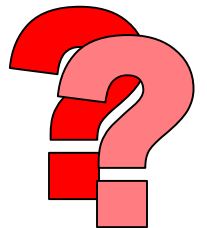
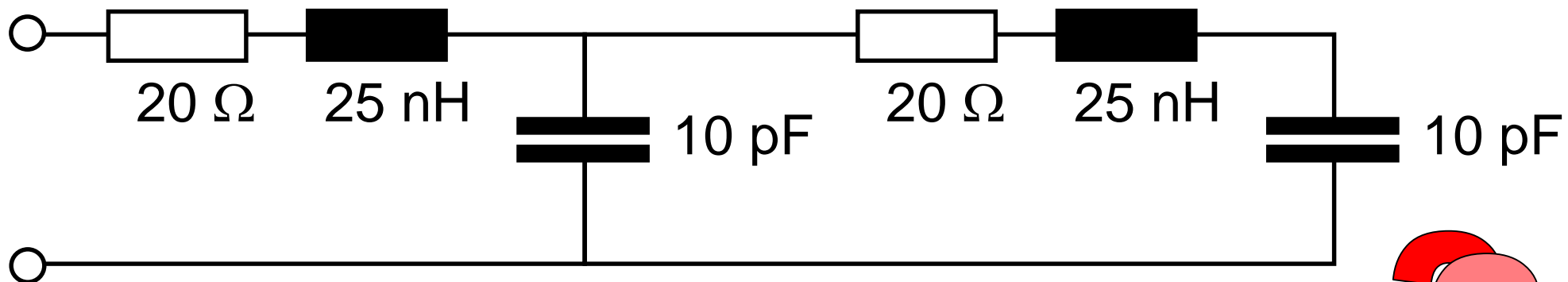
# Gekoppelte Schwingkreise I



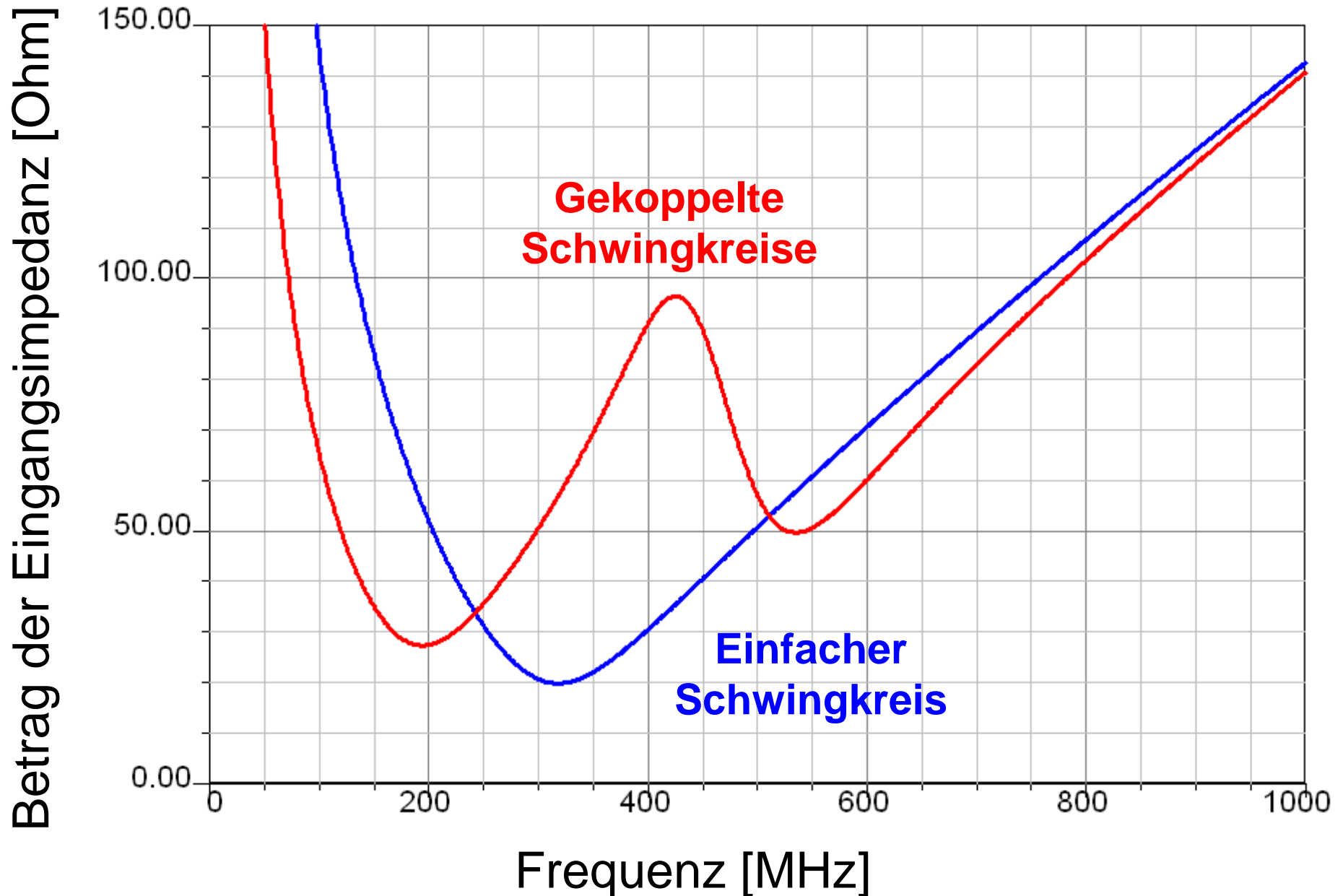
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{25\text{ nH} \cdot 10\text{ pF}}} \approx 318\text{ MHz}$$

$$Q_s = \frac{\sqrt{25\text{ nH} / 10\text{ pF}}}{20\Omega} = 2,5$$

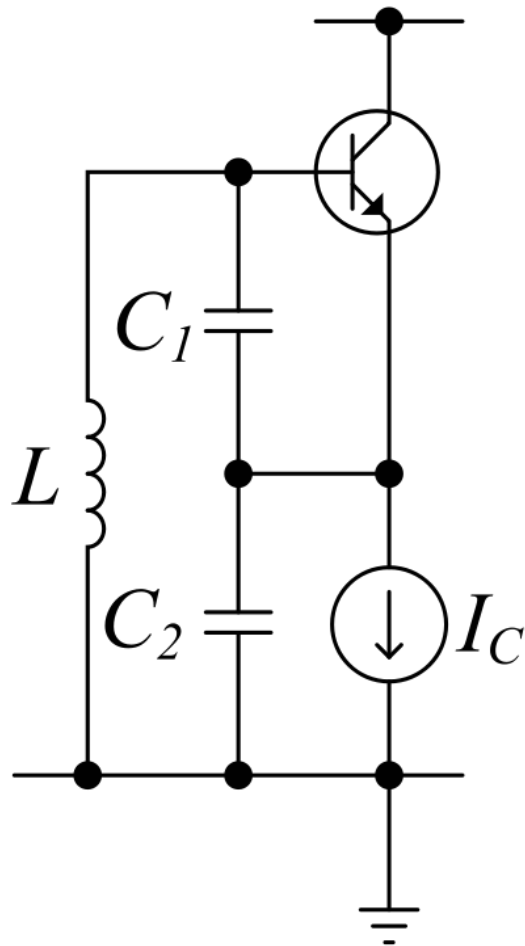
$$\text{Minimum } (Z_{\text{Ein}}) = 20\Omega$$



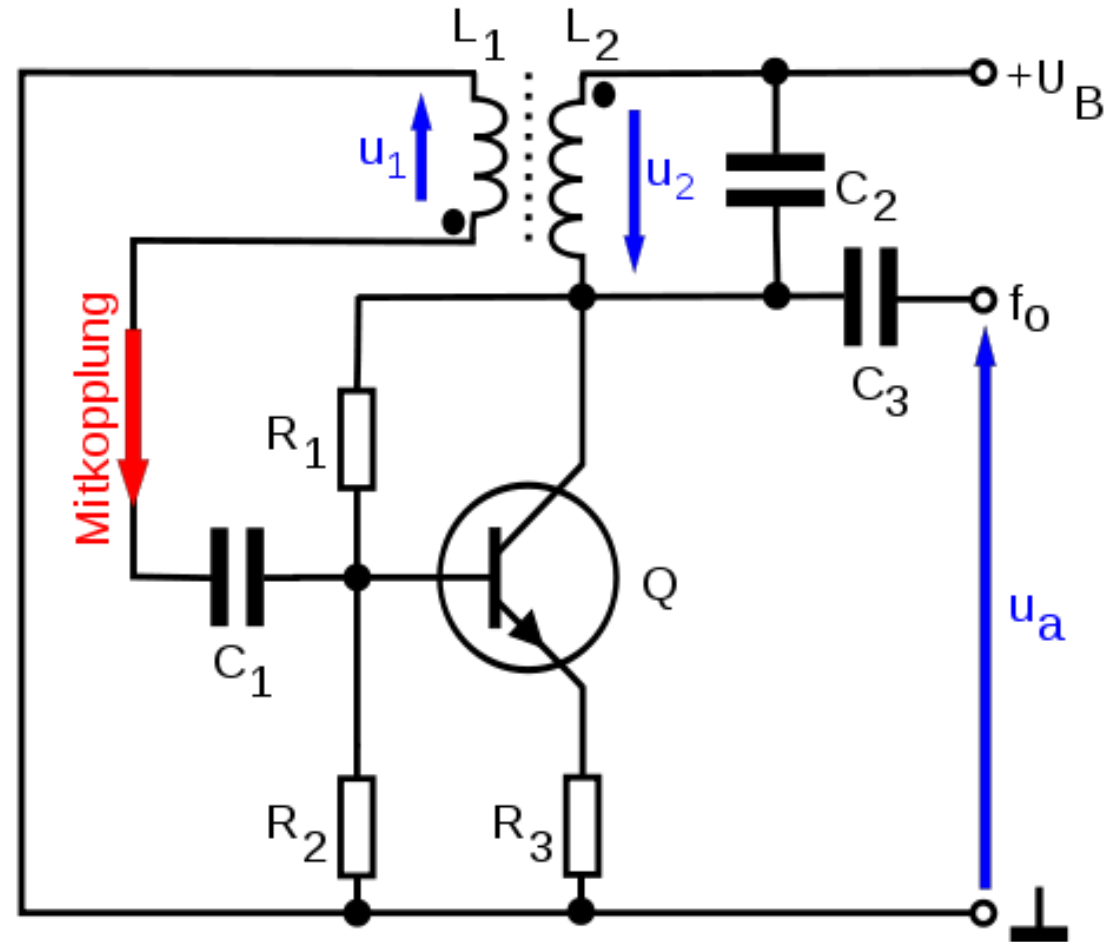
# Gekoppelte Schwingkreise II



# Weitere Anwendung von Schwingkreisen: Oszillator-Schaltungen



**Colpitts**



**Meißner**

# Quiz zu Schwingkreisen II

Können Sie einen Schaltkreis konstruieren, der bei einer festen Frequenz  $\omega_0$  mit einem R, einem L und einem C folgende Eigenschaft realisiert?

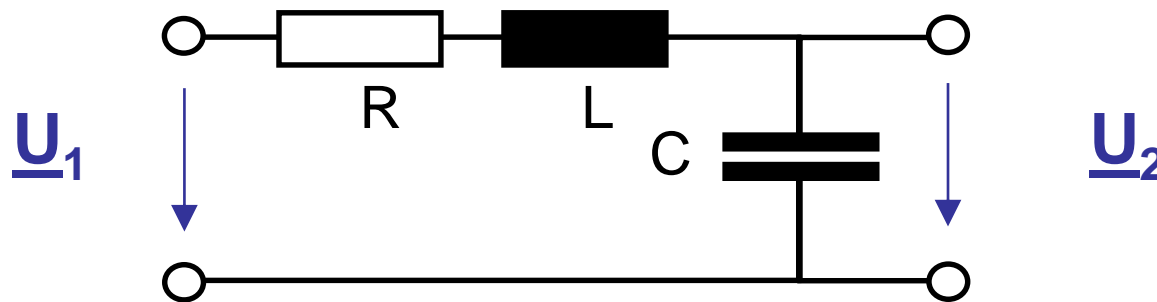


$$\underline{U}_2 = \frac{1}{j} \cdot \underline{U}_1 = \underline{U}_1 \cdot e^{-j90^\circ} \quad (\text{Phasenschieber})$$

# Quiz zu Schwingkreisen II

Eine Möglichkeit ist die folgende (Reihenschwingkreis als Spannungsteiler):

$$\underline{U}_2 = \frac{1/j\omega C}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \cdot \underline{U}_1$$



Für  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  und  $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$  gilt  $\underline{U}_2 = \frac{1}{j} \cdot \underline{U}_1 = \underline{U}_1 \cdot e^{-j90^\circ}$

# Notizen

# Notizen

## Digitale Filter

(Verarbeitung  
diskreter Signale)

## Leitungsfiter

(HF-Technik:  
Leitung als Filter)

## Ideale Filter

## Passive Filter

(RLC-Filter)

## Aktive Filter

(mit Transistoren &  
Operationsverstärkern)

## Quarzfilter

(wandeln mechanische  
in elektrische  
Schwingungen um und  
vice versa)



"Filter"

## RLC-Filter

## Reale Filter

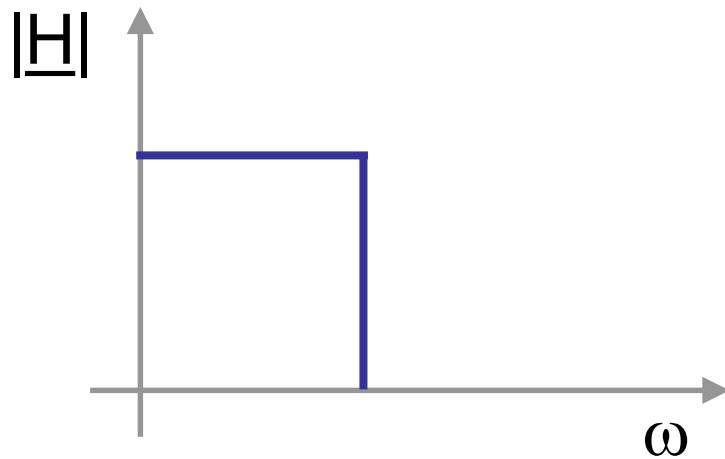
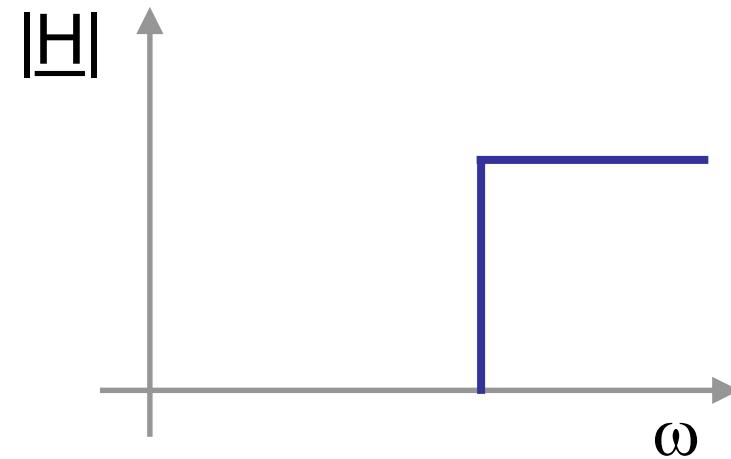
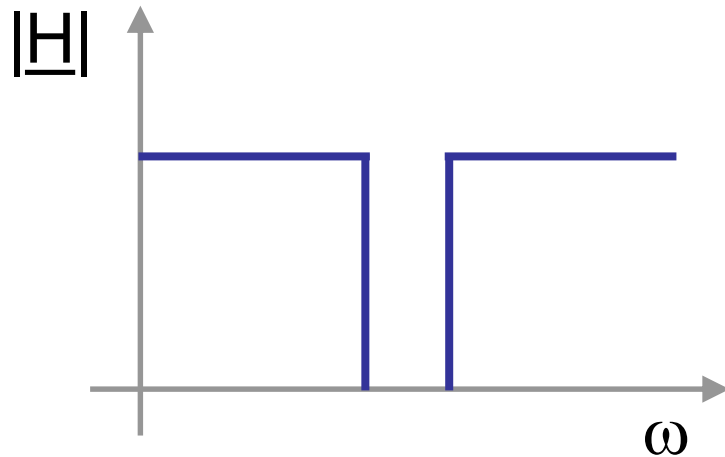
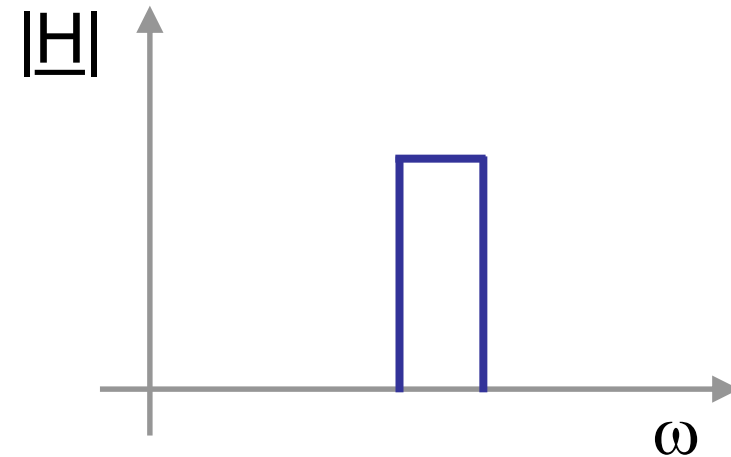
## Switched Capacitor (SC) Filter

## Analoge Filter

(Verarbeitung  
kontinuierlicher Signale)

# Grundlegende Filtertypen

## Amplitudengänge (idealisiert)

**TIEFPASS****HOCHPASS****BANDSTOPP****BANDPASS**

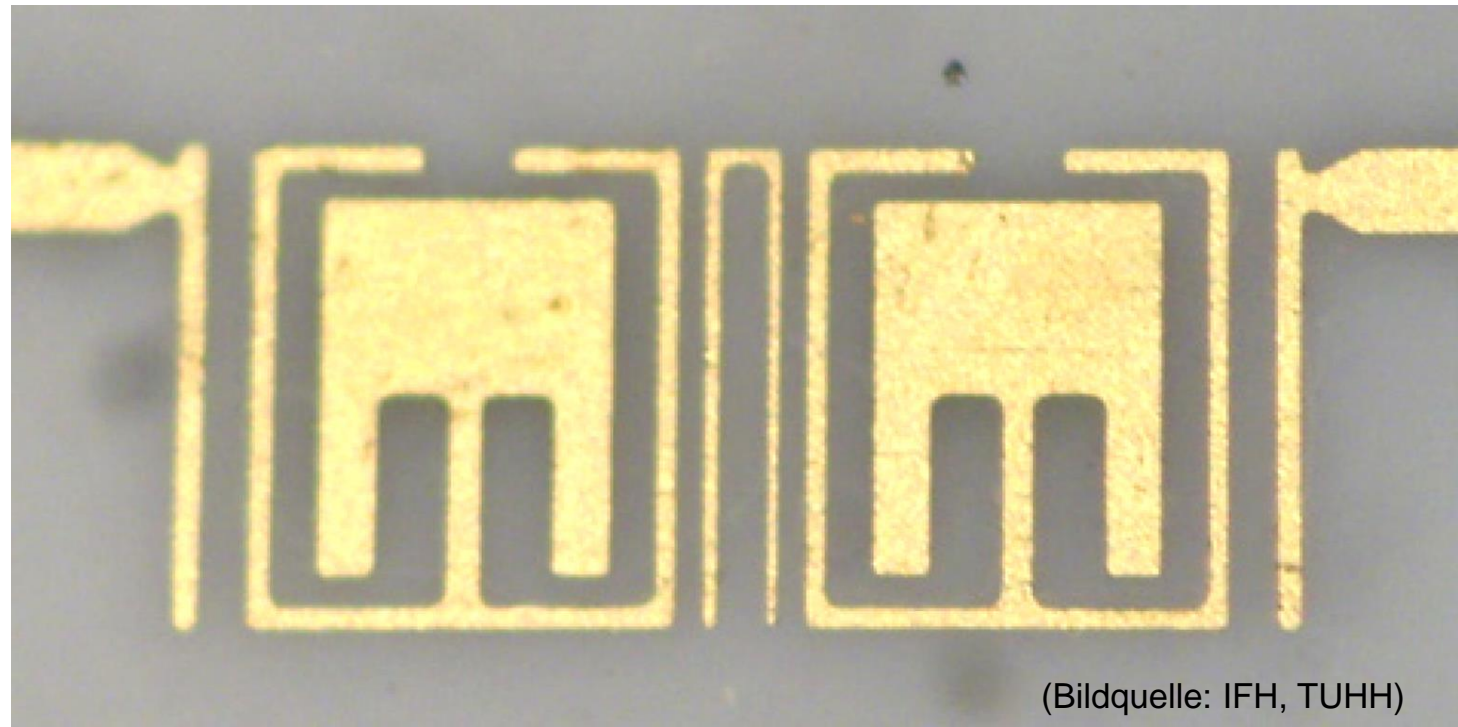
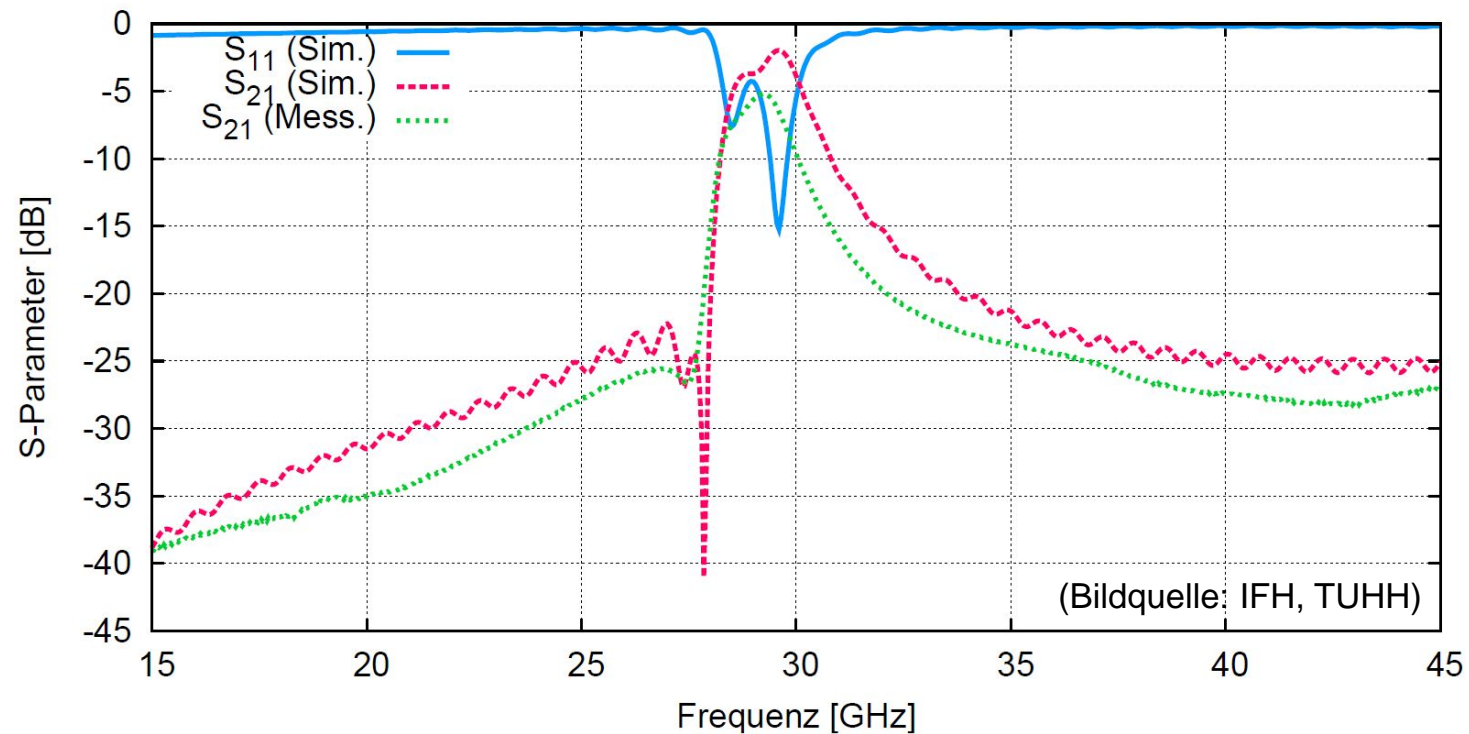
# Notizen

# Notizen

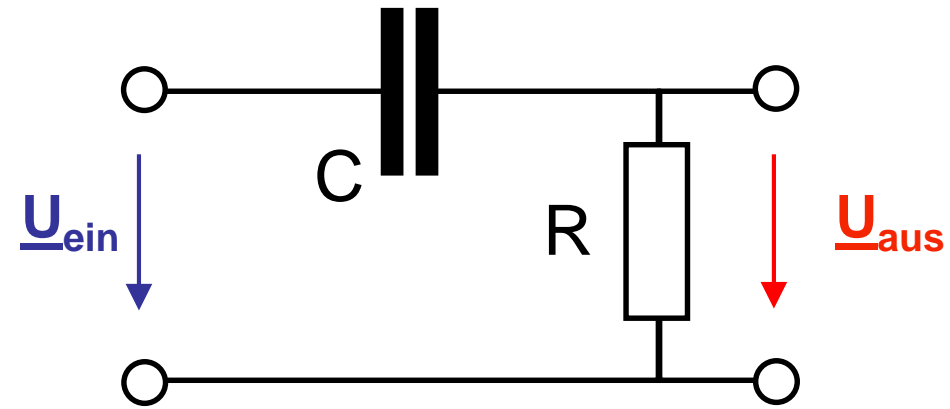
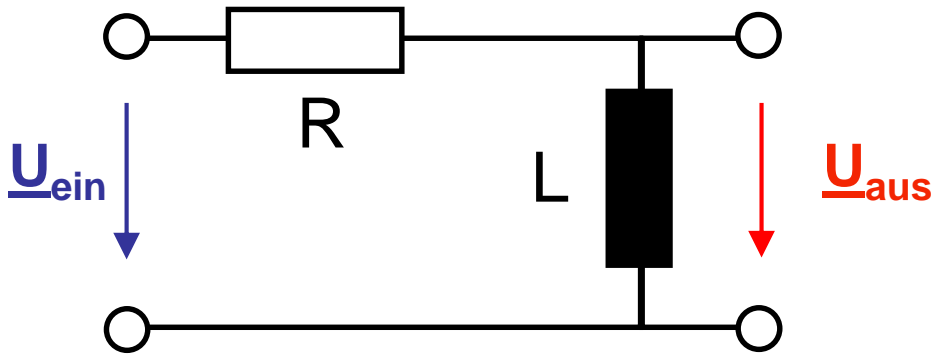
# Beispiel

Bandpass  
aus dem  
Institut für  
Hoch-  
frequenz-  
technik

(Leitungs-  
filter)

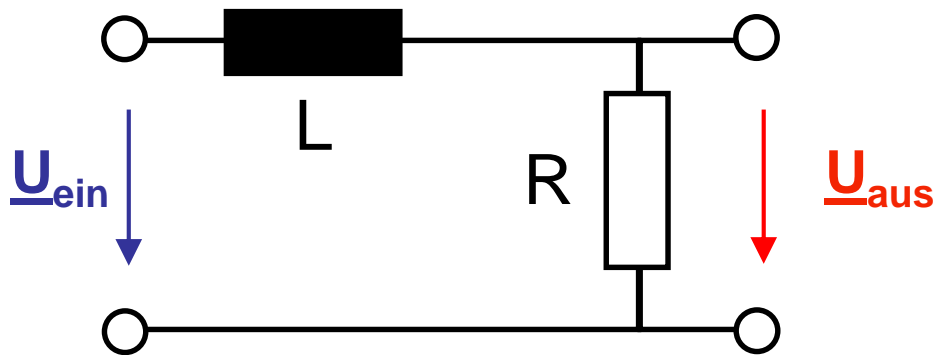


# Einfache Filter I

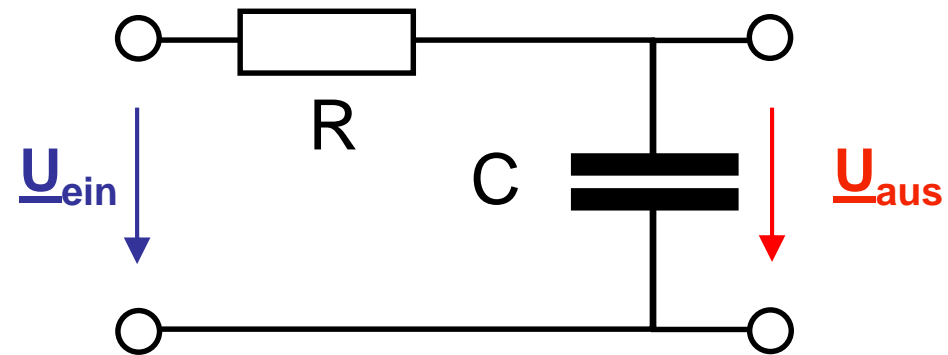


Hochpässe

Tiefpässe



$$(\omega_0 = R/L)$$



$$(\omega_0 = 1/RC)$$

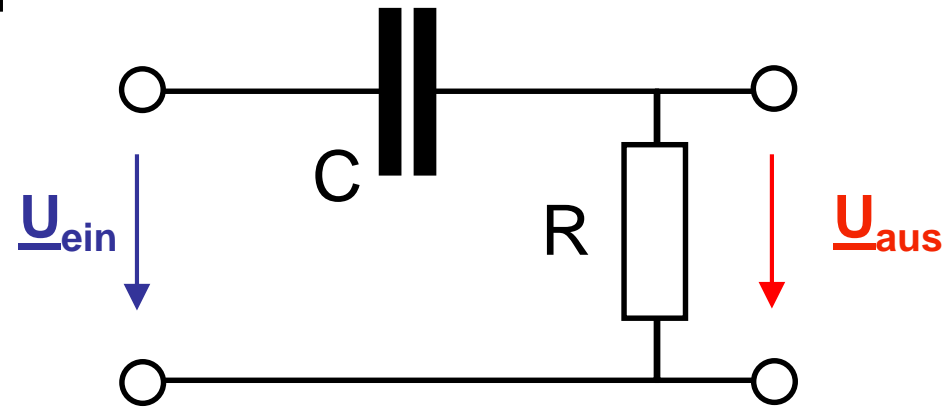
# Einfache Filter II

## RC-Hochpass

$$\underline{H}(\omega) = \frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} =$$

$$= \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_g}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_g}}$$

$RC := \frac{1}{\omega_g}$

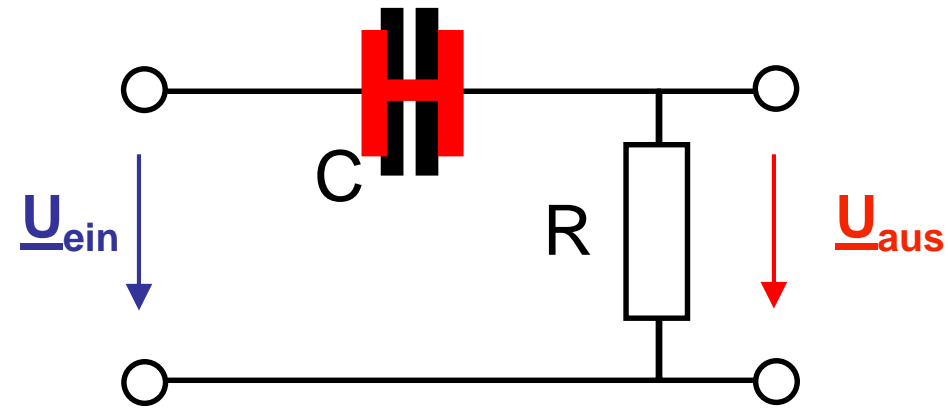
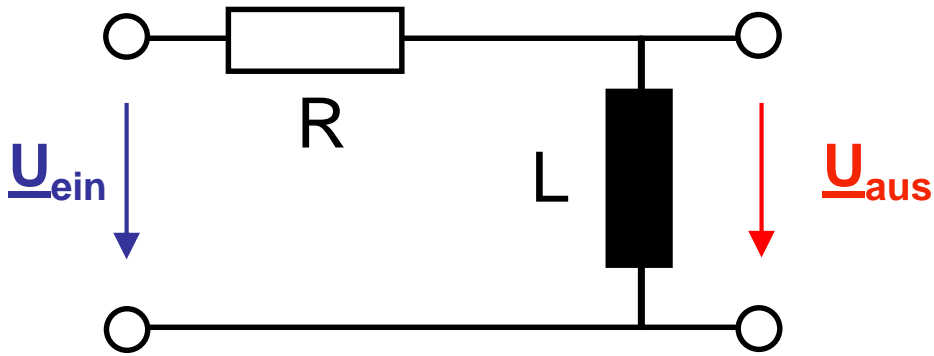


“Hochpass 1. Ordnung”

$$|\underline{H}(\omega)| = \begin{cases} \omega \rightarrow \infty & \longrightarrow & 1 \\ \omega \rightarrow \omega_g & \longrightarrow & \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\hat{=} -3 \text{ dB}) \\ \omega \rightarrow 0 & \longrightarrow & 0 \end{cases}$$

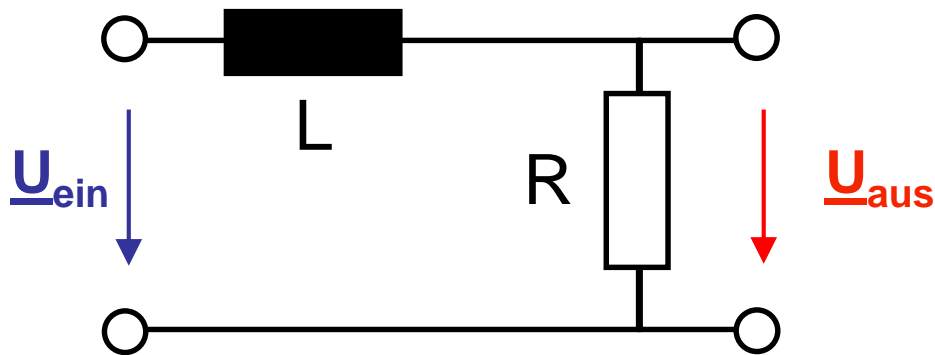


# Einfache Filter I

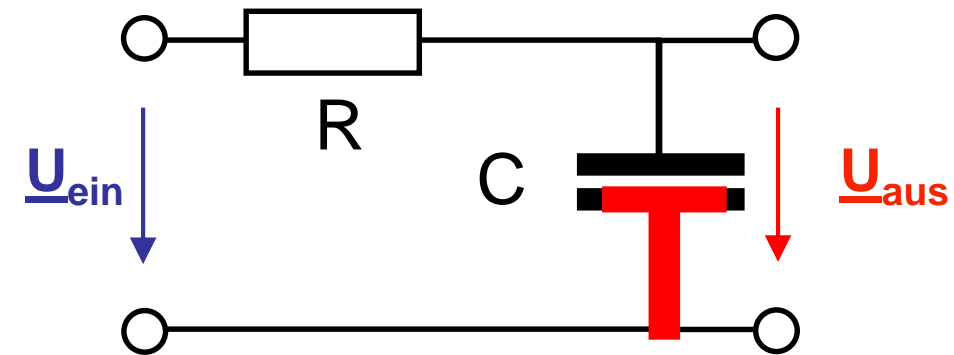


Hochpässe

Tiefpässe



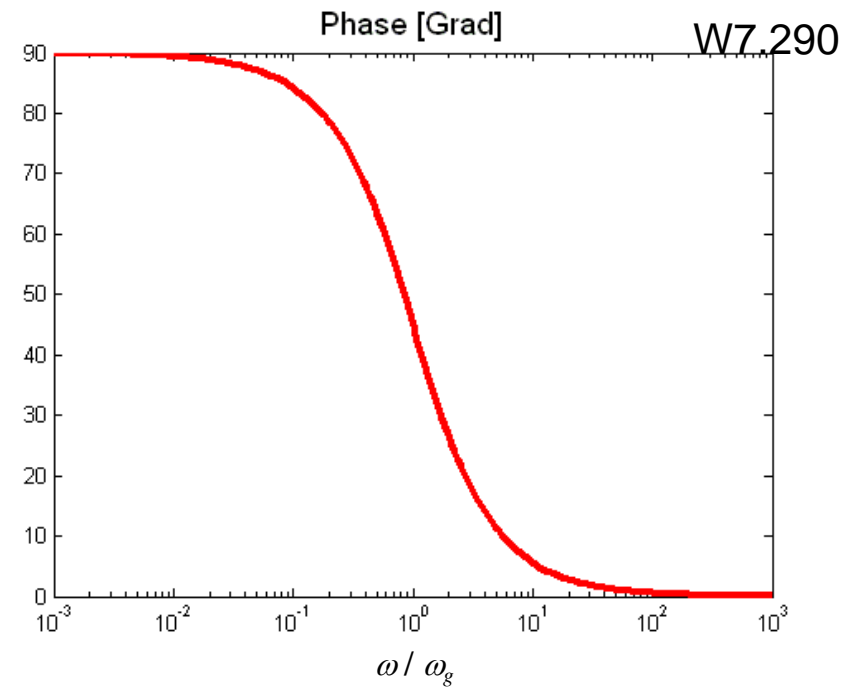
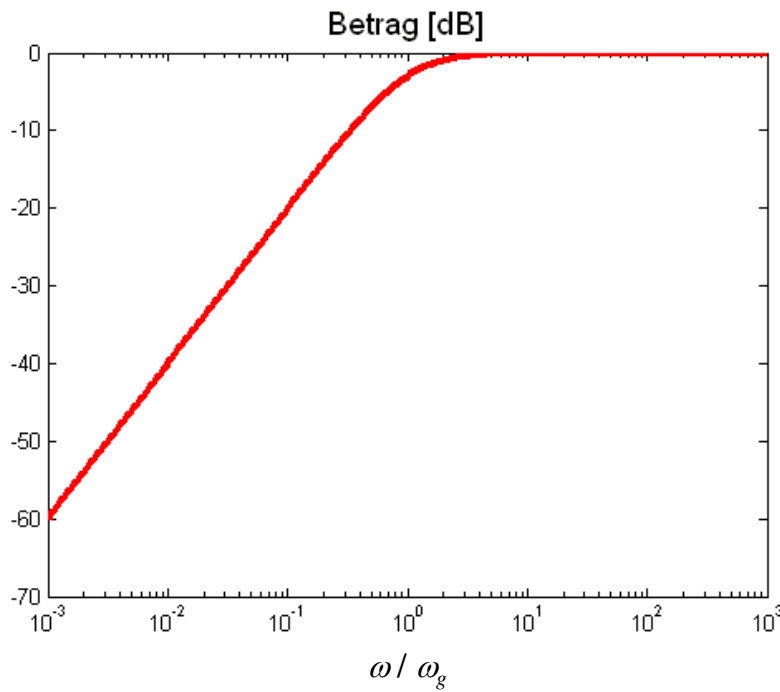
$$(\omega_g = R / L)$$



$$(\omega_g = 1 / RC)$$

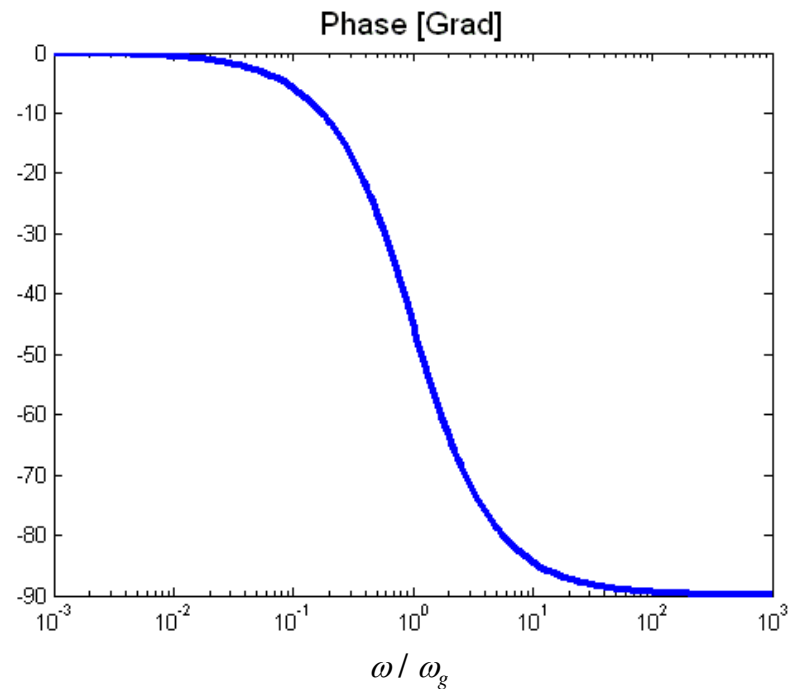
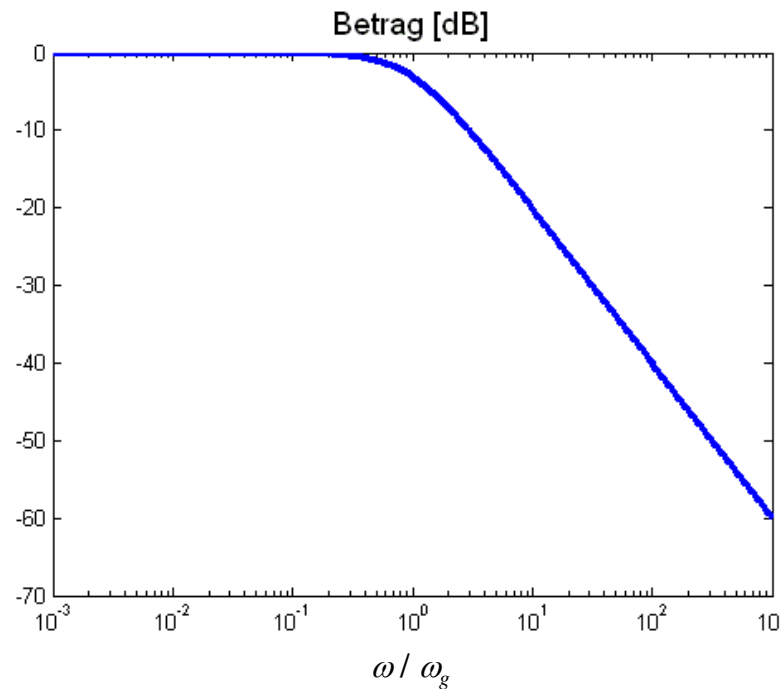
# Einfache Filter IV

typische Verläufe der Übertragungsfunktionen  
nach Betrag und Phase im Bode-Diagramm

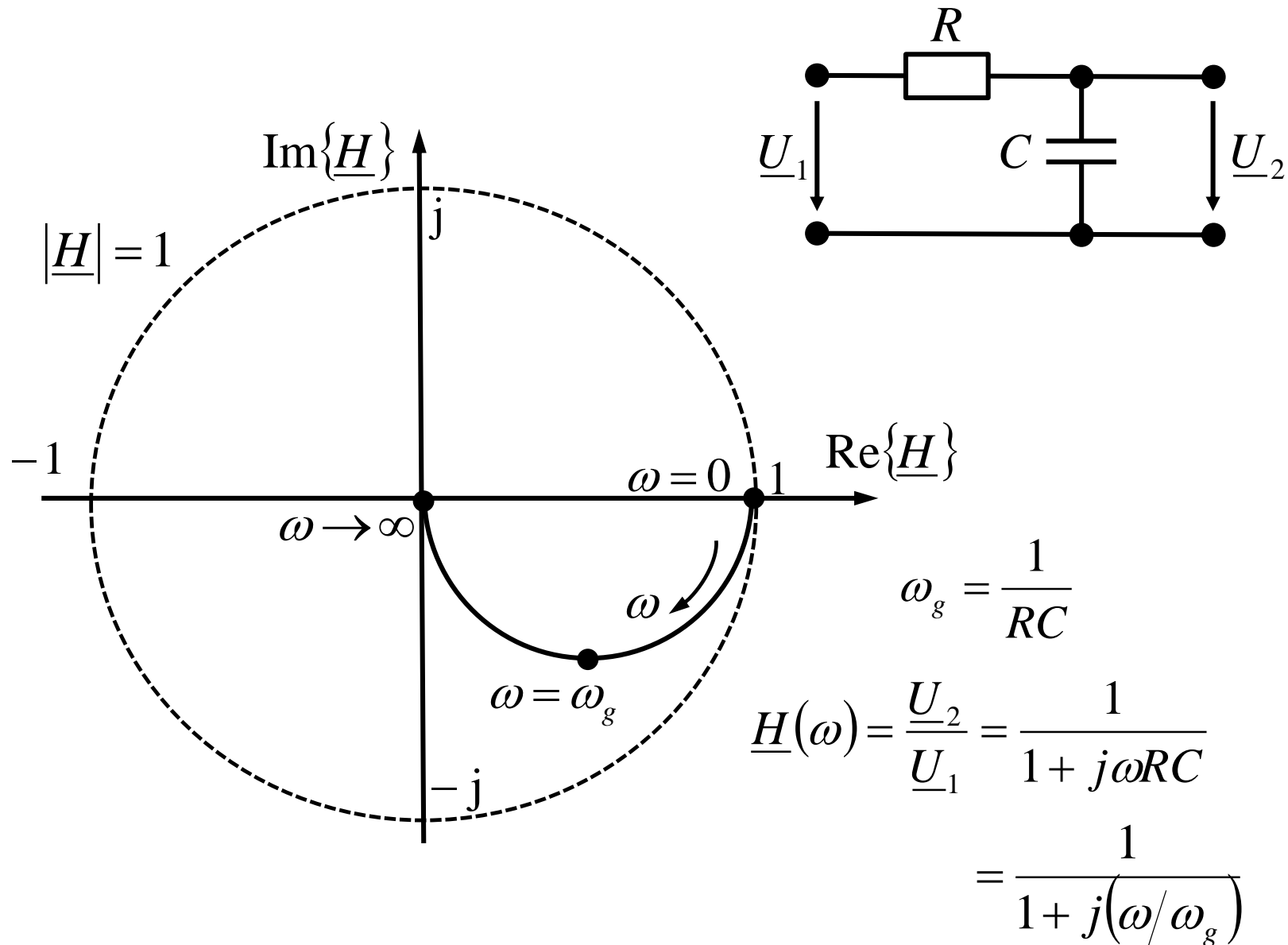


Hochpässe

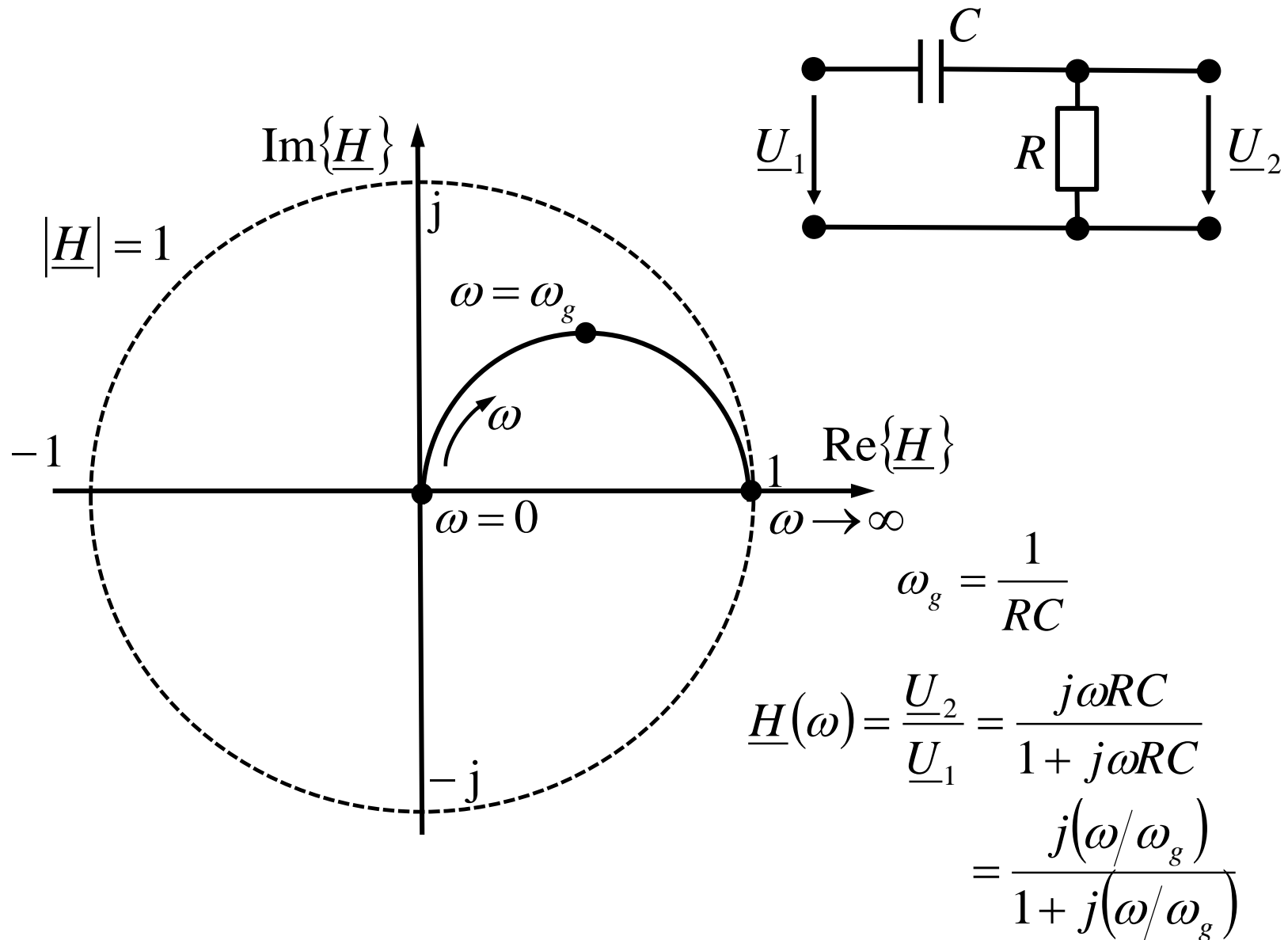
Tiefpässe



# Ortskurve – Tiefpass

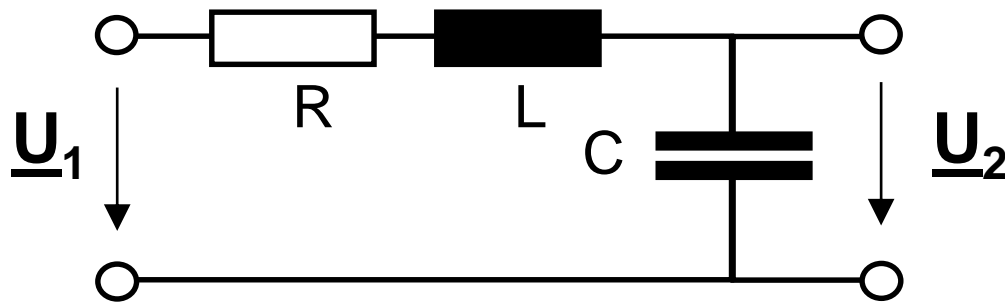


# Ortskurve – Hochpass



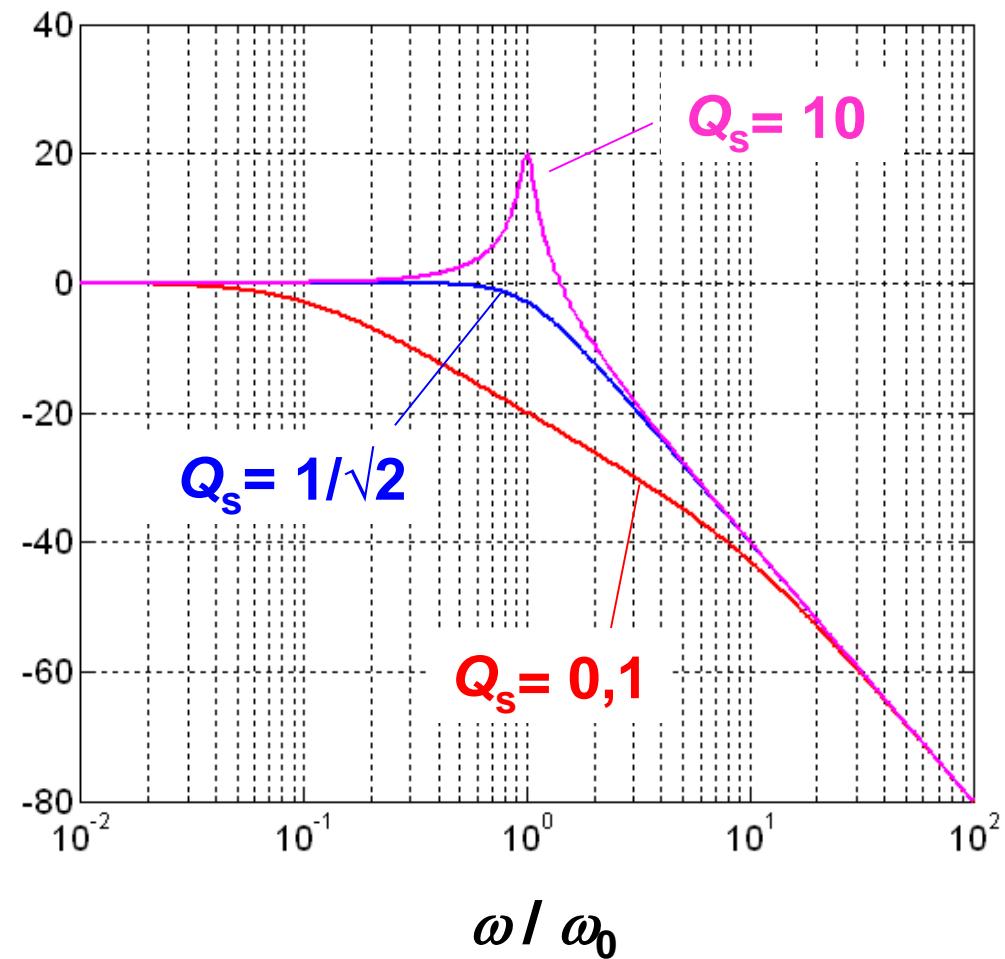
# Reihenschwingkreis als Tiefpass

(vgl. Beispiel NDR 2 – durch Wahl der Bauteilwerte dort in der Funktion als Bandpass!)



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q_s = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Betrag von  $\underline{U}_2 / \underline{U}_1$  [dB]



$$\begin{aligned} \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} &= \frac{1}{1 + j\omega CR - \omega^2 CL} \\ &= \frac{1}{1 + j \cdot \left( \frac{\omega}{Q_s \cdot \omega_0} \right) - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \end{aligned}$$

# Notizen

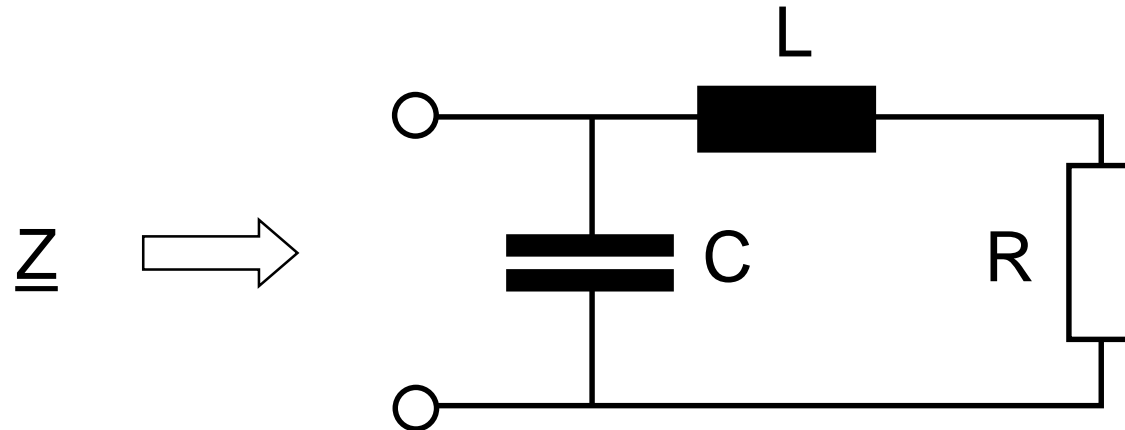
# Notizen

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Versuchen Sie zu erklären, was in einem Schwingkreis denn eigentlich „schwingt“!
2. Wie lautet die Resonanzfrequenz eines einfachen RLC-Reihen- oder Parallelschwingkreises?
3. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für alle Spannungen und Ströme eines RLC-Parallelschwingkreises, der sich in Phasenresonanz befindet!
4. Was versteht man in der Elektrotechnik im Allgemeinen unter „Güte“, was unter „Bandbreite“?
5. Was ist ein Anpassnetzwerk und wozu ist es gut?
6. Was definiert die Grenzfrequenz eines einfachen Filters?

# Übungsaufgabe 13

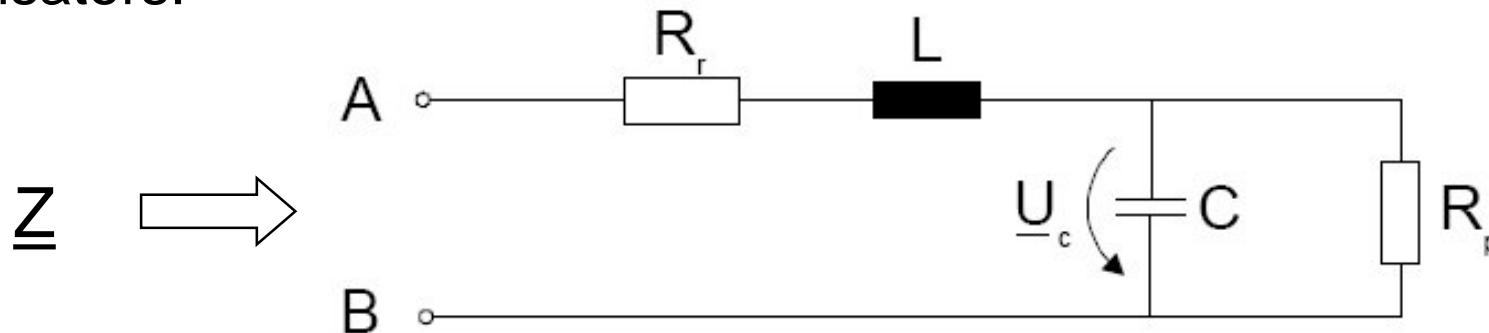
Gegeben ist nebenstehende Schaltung:



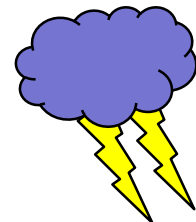
- a) Zeigen Sie, dass für  $\omega_0 = \frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - R^2}$  der Imaginärteil von  $\underline{Z}$  verschwindet!
- b) Diskutieren Sie, was passiert, wenn  $L/C \leq R^2$ !
- c) Zeigen Sie, dass gilt:  $\underline{Z}(\omega_0) = \frac{1}{R} \cdot \frac{L}{C}$  !

# Übungsaufgabe 14

Gegeben ist folgendes Ersatzschaltbild eines realen (technischen) Kondensators:



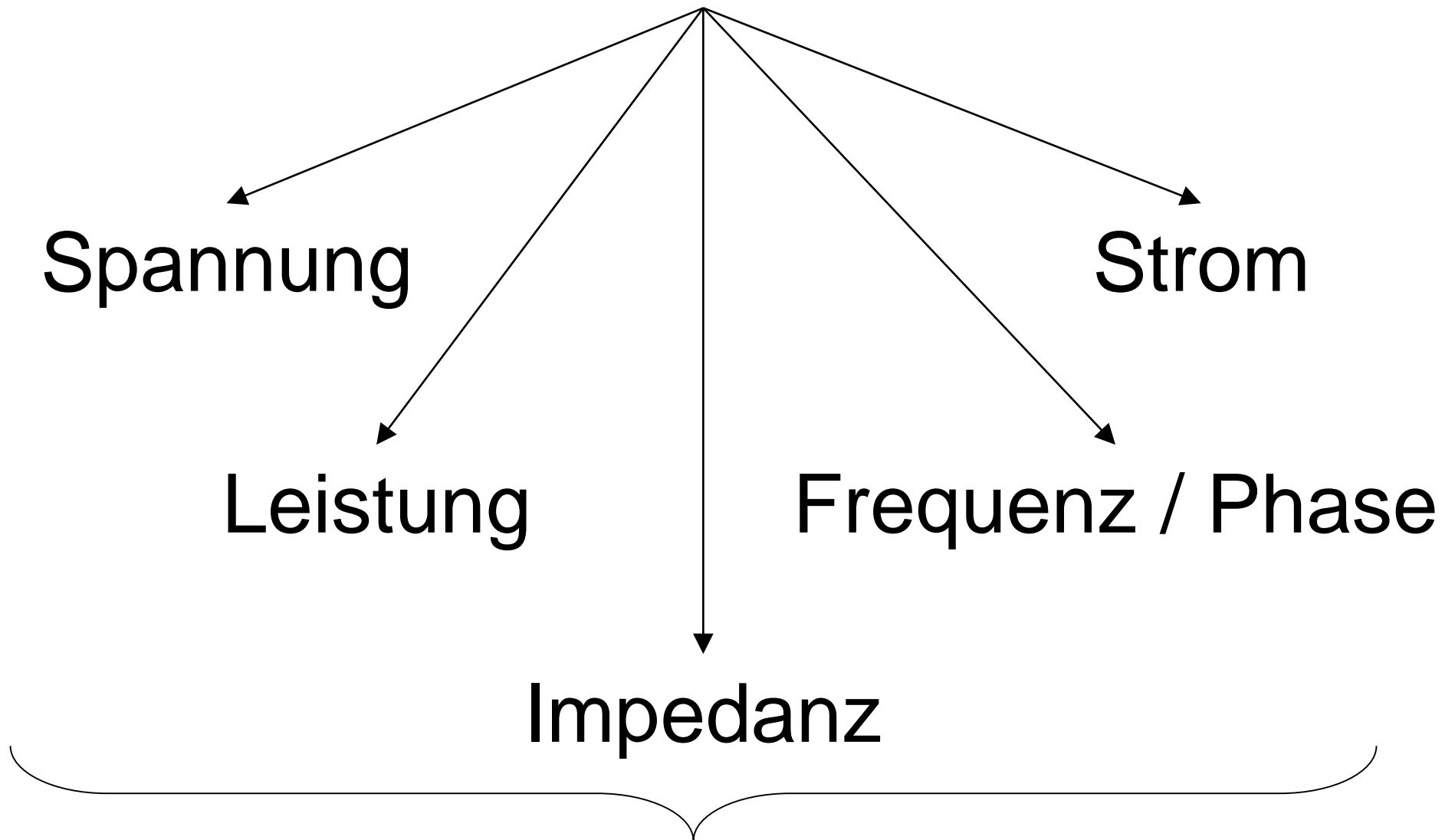
- Berechnen Sie die Kreisfrequenz  $\omega_0$ , für die der Imaginärteil von  $\underline{Z}$  an den Klemmen A, B verschwindet (Phasenresonanz)!
- Welche Abhängigkeit besteht zwischen  $\omega_0$  und  $R_r$  in der Phasenresonanz?
- Bestimmen Sie  $\underline{U}_c$  in Abhängigkeit der Gesamtspannung  $\underline{U}_0$ !
- Für welche Kreisfrequenz besitzt  $U_c$  ein Maximum (Betragsresonanz) und unter welchen Bedingungen fällt dieses mit der Phasenresonanz zusammen?



- 8 -

Wechselstrommesstechnik  
Kompensationsschaltungen  
Brückenschaltungen

# Wechselstrommesstechnik



.. in Abhängigkeit von der Zeit oder der Frequenz

# Elektrische Messtechnik-Firmen

(Auswahl, Stand 2025, 2024, 2023, 2022 bzw. 2021)



Japan, ~4100 Mitarbeiter/innen



USA, ~4000-5000 Mitarbeiter/innen



USA, ~15000 Mitarbeiter/innen



BRD, ~15000 Mitarbeiter/innen  
davon ~10000 in Deutschland

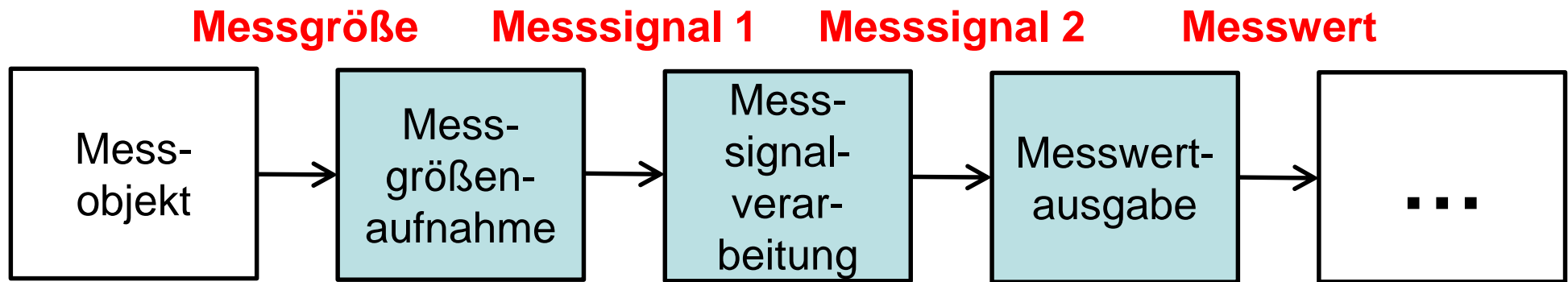


BRD, ~170 Mitarbeiter/innen



USA, ~500 Mitarbeiter/innen

# Grundlegender Aufbau von Messgeräten / Messwerken



Die Messgrößenaufnahme geschieht typischerweise mit einem **MESSAUFNEHMER** (Sensor), der ein elektrisches Signal produziert. Dieses wird durch **MESSWANDLER** (z.B. Übertrager oder Filter) oder **MESSVERSTÄRKER** in seiner Größe passend verändert (verarbeitet). Alle genannten Elemente werden auch **MESSUMFORMER** genannt.

Digitale Messgeräte enthalten Analog/Digital-Umsetzer (**ADU**) bzw. -Wandler innerhalb der Messwertverarbeitung.

# Kennlinie und Empfindlichkeit

Messgeräte verwandeln ein Eingangs- in ein Ausgangssignal:



Nach Abklingen aller transienter Vorgänge („Einschwingen“) nennt man die Zuordnungen:

$$x_{\text{aus}} = f(x_{\text{ein}}) \quad \text{KENNLINIE}$$

und

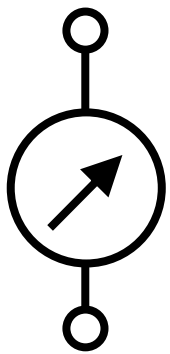
$$E = \frac{dx_{\text{aus}}}{dx_{\text{ein}}} \quad \text{EMPFINDLICHKEIT}$$

# Notizen

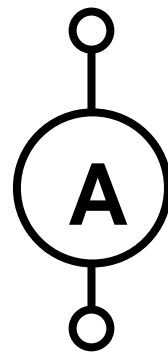
# Notizen

# Einige Schaltzeichen

Messgeräte für elektrische Größen werden direkt in die zu messende Schaltung eingefügt. Dazu besitzen sie mindestens zwei Klemmen:

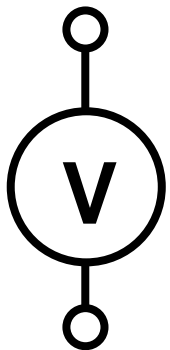


Messgerät  
allgemein

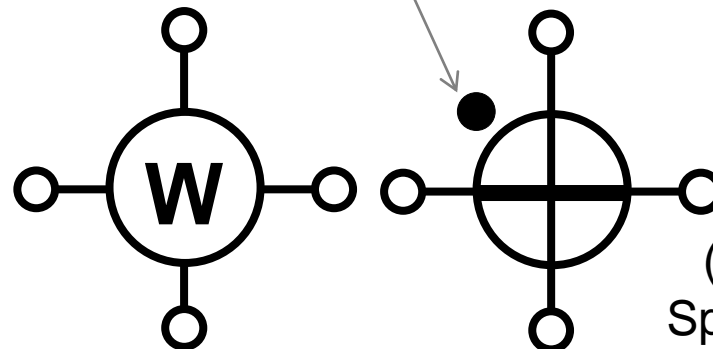


Amperemeter  
(niederohmig)

kennzeichnet Polarität  
des Spannungspfad



Voltmeter  
(hochohmig)



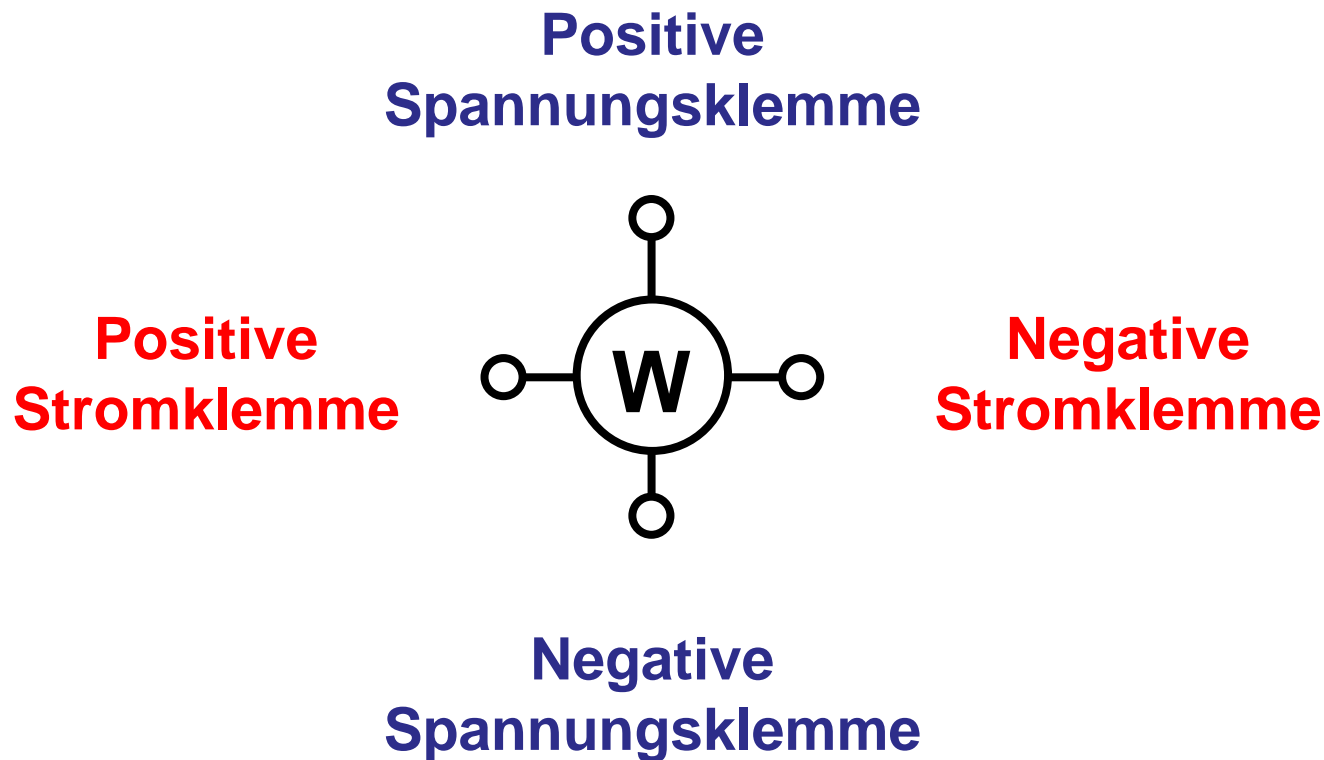
Wattmeter  
(Wirkleistungsmessgerät)

(Strompfad niederohmig,  
Spannungspfad hochohmig)

(Falls nicht anders ausgewiesen, geben Volt- und Amperemeter i.d.R. Effektivwerte an.)

# Wattmeter

Wirkleistungsmessgeräte weisen vier Klemmen auf:

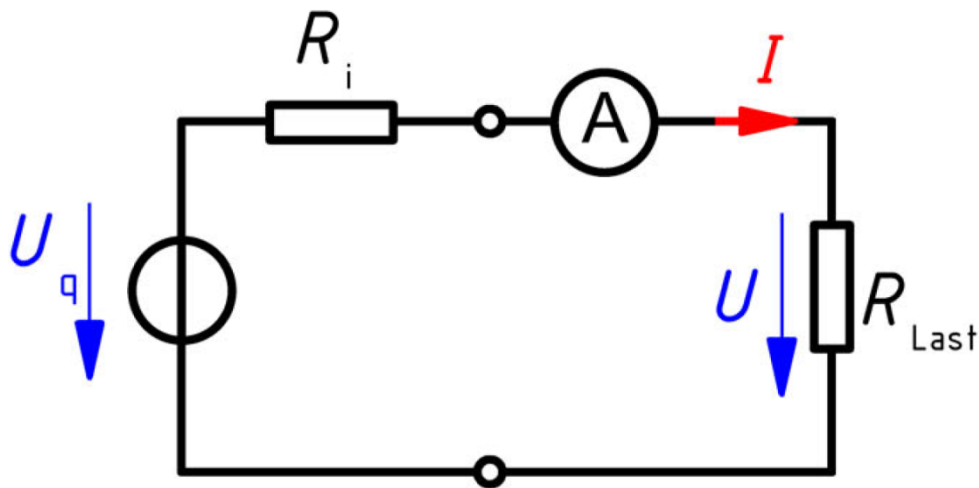


In der Anwendung werden oft die positive Spannungsklemme und eine der Stromklemmen zusammengeschaltet.

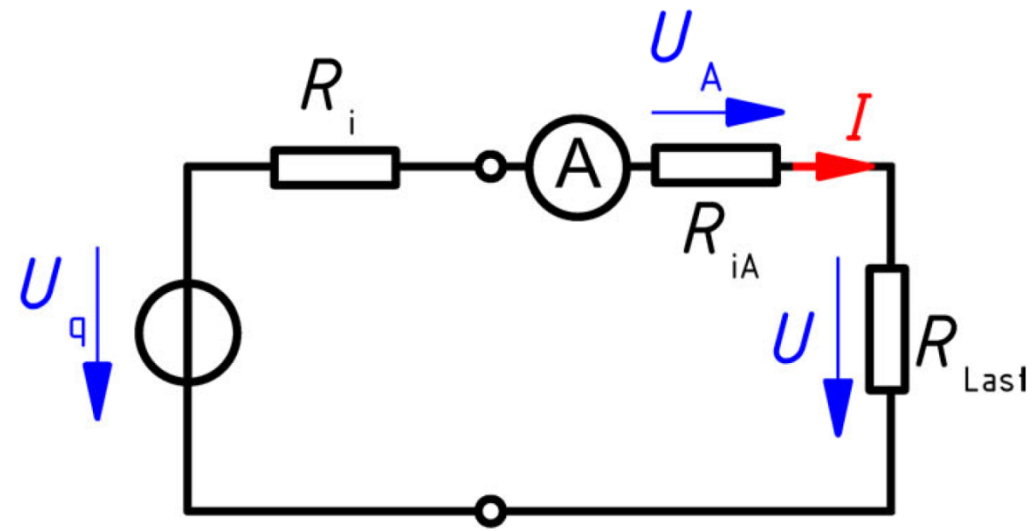
# Ideale und reale Amperemeter

Zur direkten Strommessung muss der Stromkreis aufgetrennt werden und das Amperemeter in diesen geschaltet werden:

Schaltung:



Ersatzschaltbild:



ideales Amperemeter:  $R_{iA} = 0$

reales Amperemeter:  $R_{iA} > 0$

→ Einfügen eines realen Amperemeters verringert den zu messenden Strom!

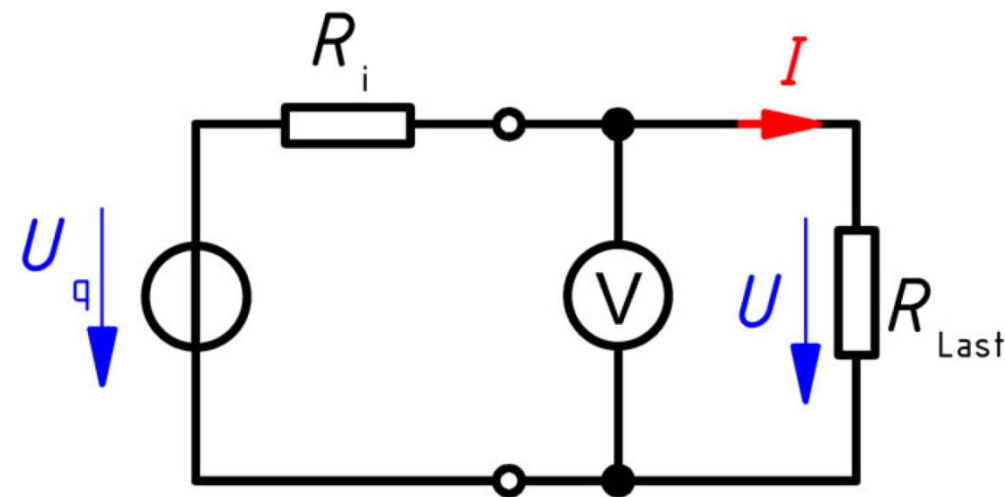
# Notizen

# Notizen

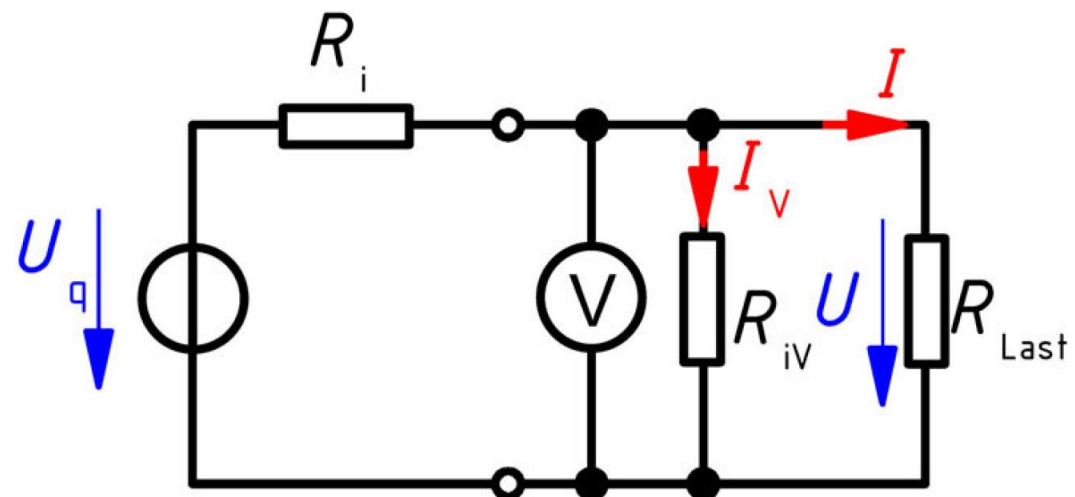
# Ideale und reale Voltmeter

Zur Spannungsmessung zwischen zwei Punkten eines Stromkreises werden die beiden Anschlüsse des Voltmeters mit den betreffenden Punkten verbunden, ohne ihn aufzutrennen:

Schaltung:



Ersatzschaltbild:



ideales Voltmeter:  $R_{iV} \rightarrow \infty$

reales Voltmeter:  $R_{iV} \gg 0$

→ Einfügen eines realen Voltmeters verringert die zu messende Spannung!

# Notizen

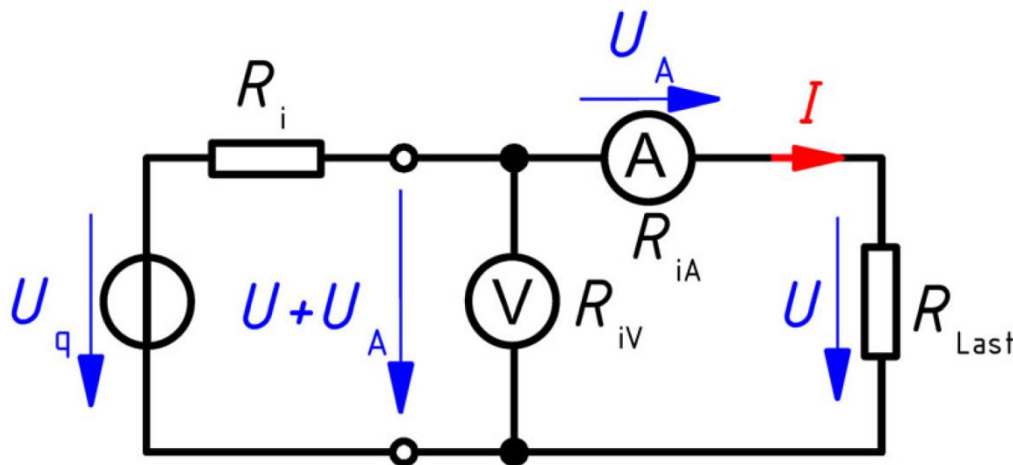
# Notizen

# Kombinationsmessung

Sollen die Klemmengrößen Strom und Spannung eines Zweipols gemeinsam gemessen werden, gibt es zwei Möglichkeiten, die Messgeräte in die Schaltung einzubringen.

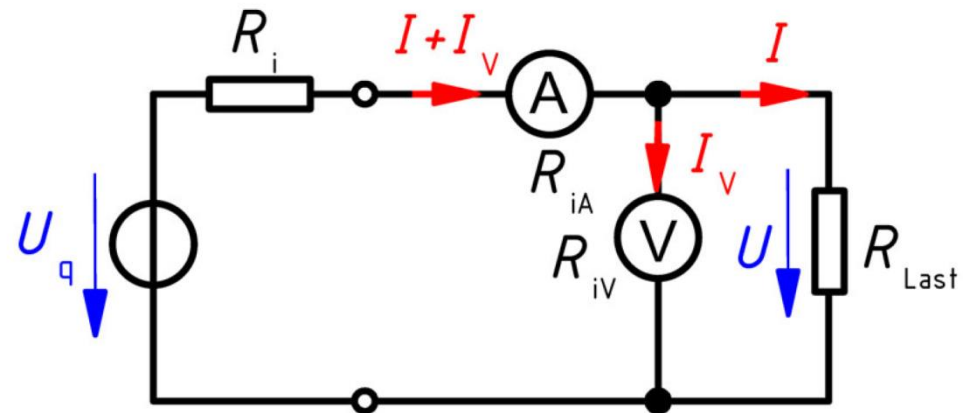
**stromrichtige Messung:**

**spannungsrichtige Messung:**



anzuwenden, wenn  $R_{iA} \ll R_{Last}$

$$\Rightarrow U_A \ll U$$



anzuwenden, wenn  $R_{iV} \gg R_{Last}$

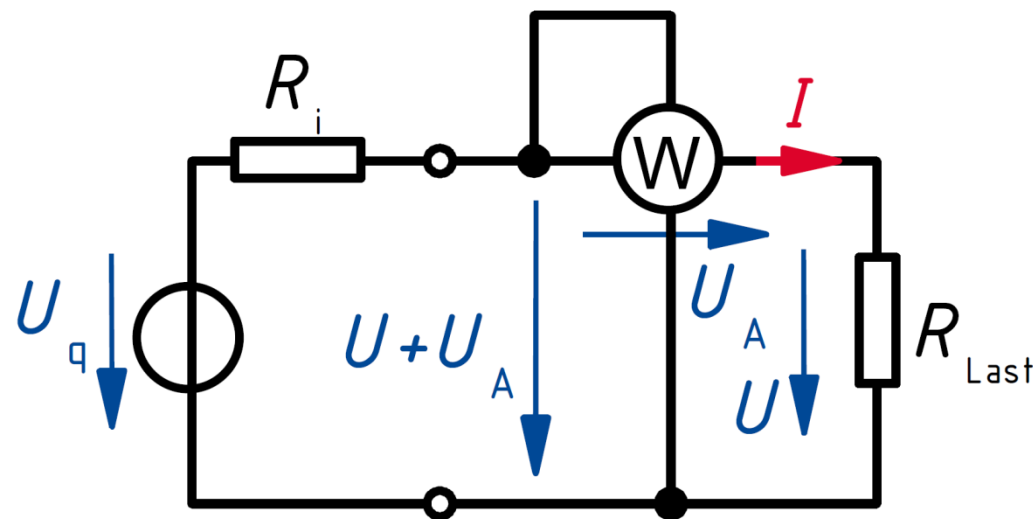
$$\Rightarrow I_V \ll I$$

# Leistungsmessung

Die Messung der Wirkleistung mit einem Wattmeter kann strom- oder spannungsrichtig erfolgen.

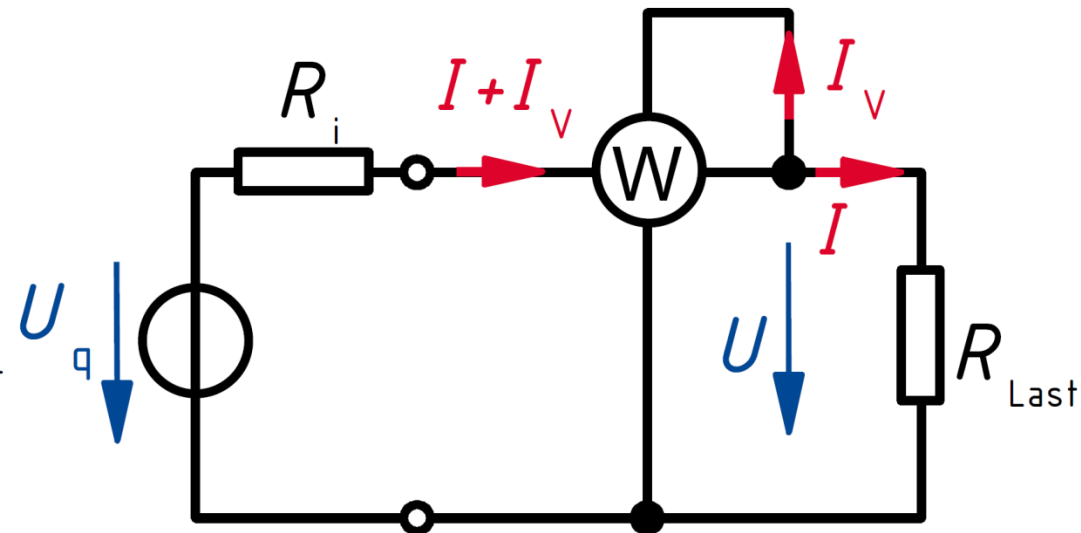
**stromrichtige Messung:**

**spannungsrichtige Messung:**



anzuwenden, wenn  $R_{iA} \ll R_{Last}$

$$\Rightarrow U_A \ll U$$



anzuwenden, wenn  $R_{iV} \gg R_{Last}$

$$\Rightarrow I_V \ll I$$

# Elektromechanische Messgeräte I

Messwerke ohne digitale Signalverarbeitung;

## → **Drehspulmesswerk (Galvanometer)**

Stromdurchflossene Spule drehbar im Feld eines Permanentmagneten. Messung des arithmetischen Mittelwertes des Spulenstromes, Gleichstrommessung. In Kombination mit einem vorgeschalteten Gleichrichter auch zur Gleichrichtwertmessung von Wechselströmen geeignet.

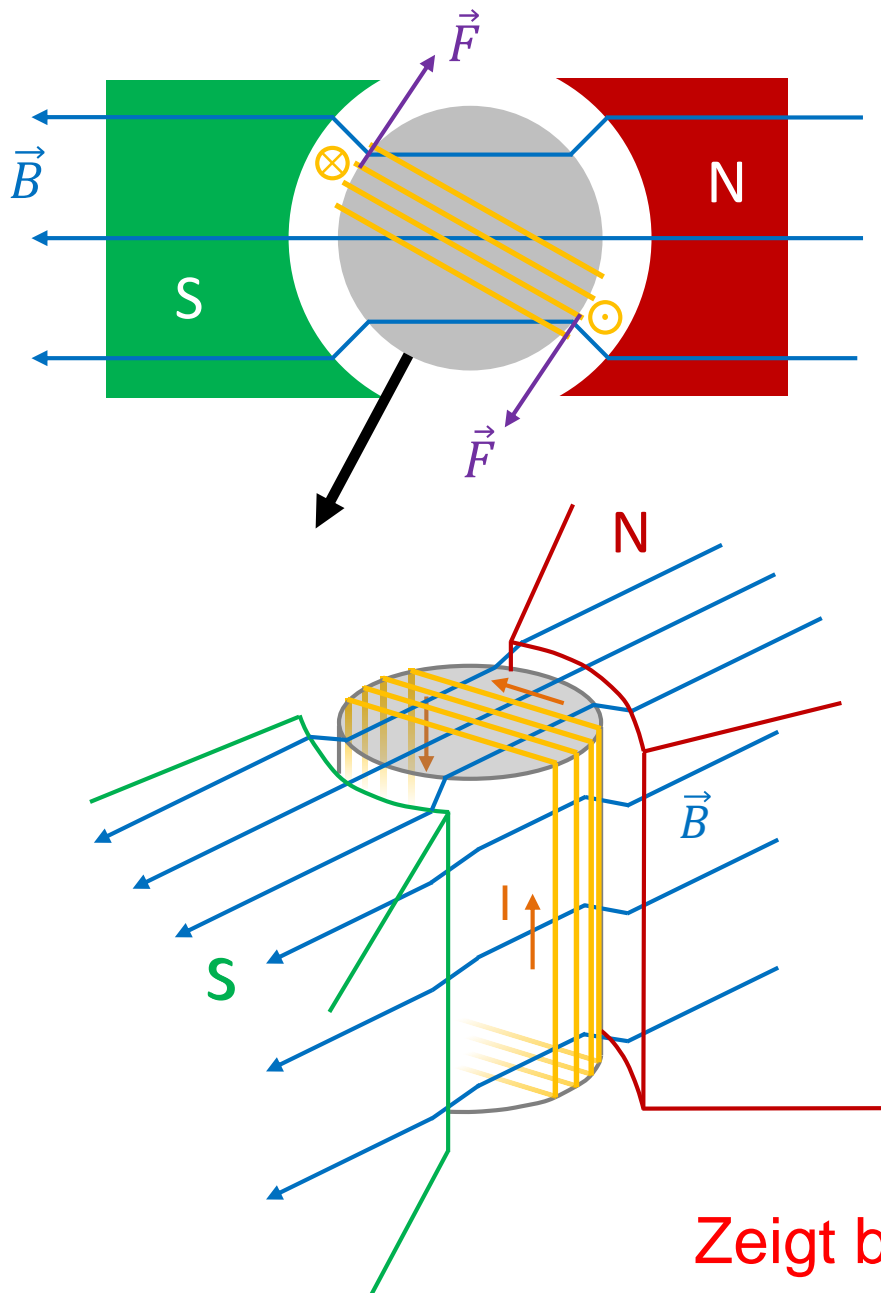
## → **Drehspulquotientenmesswerk (Kreuzspulmesswerk)**

Ähnlich wie Drehspulmesswerk, wobei zwei Spulen in einem Winkel zueinander auf einer Achse im Feld des Magneten sitzen. Messung des Quotienten von Gleichströmen.

## → **Elektrodynamisches Messwerk (Dynamometer)**

Ähnlich wie Drehspulmesswerk, wobei das Magnetfeld durch einen Elektromagneten erzeugt wird (zweiter Spulenstrom). Ausschlag proportional zum Produkt der beiden Spulenströme. Hauptanwendung in der Leistungsmessung von Gleich- und Wechselströmen (zweiter Spulenstrom proportional zu einer Spannung).

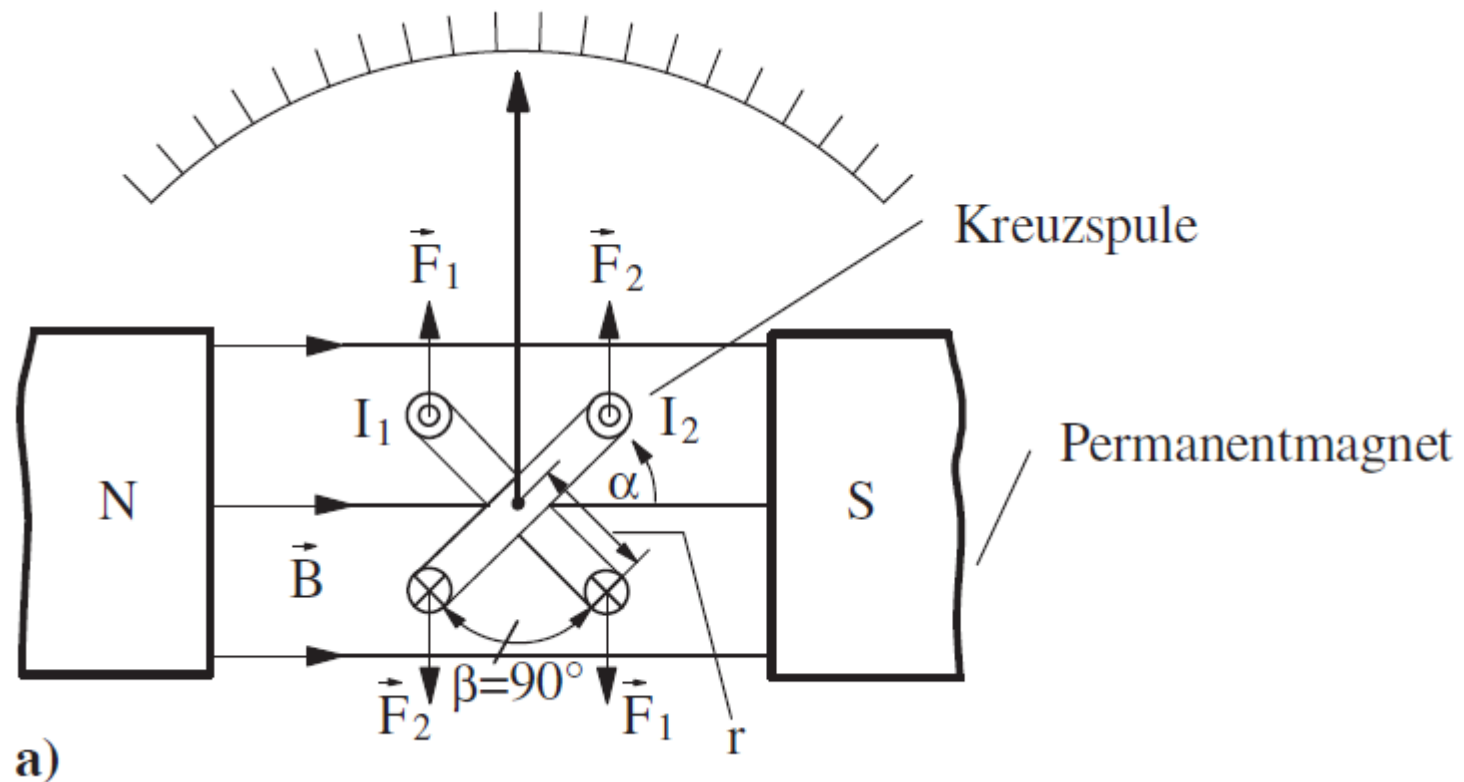
# Galvanometer-Prinzip



Kraft auf die stromdurchflossenen Leiter der Drehspule im Magnetfeld (**Lorentzkraft**) führt zu Drehung. Ein Zeiger ist fest mit der Spule verbunden. Eine an der Spule angebrachte Spiralfeder erzeugt ein Rückstellmoment. Aus der Gleichgewichtsbedingung beider Drehmomente folgt ein proportionaler Zusammenhang zwischen dem zu messenden Strom und dem Ausschlag (Winkel) des Zeigers ( $\rightarrow$  lineare Skala).

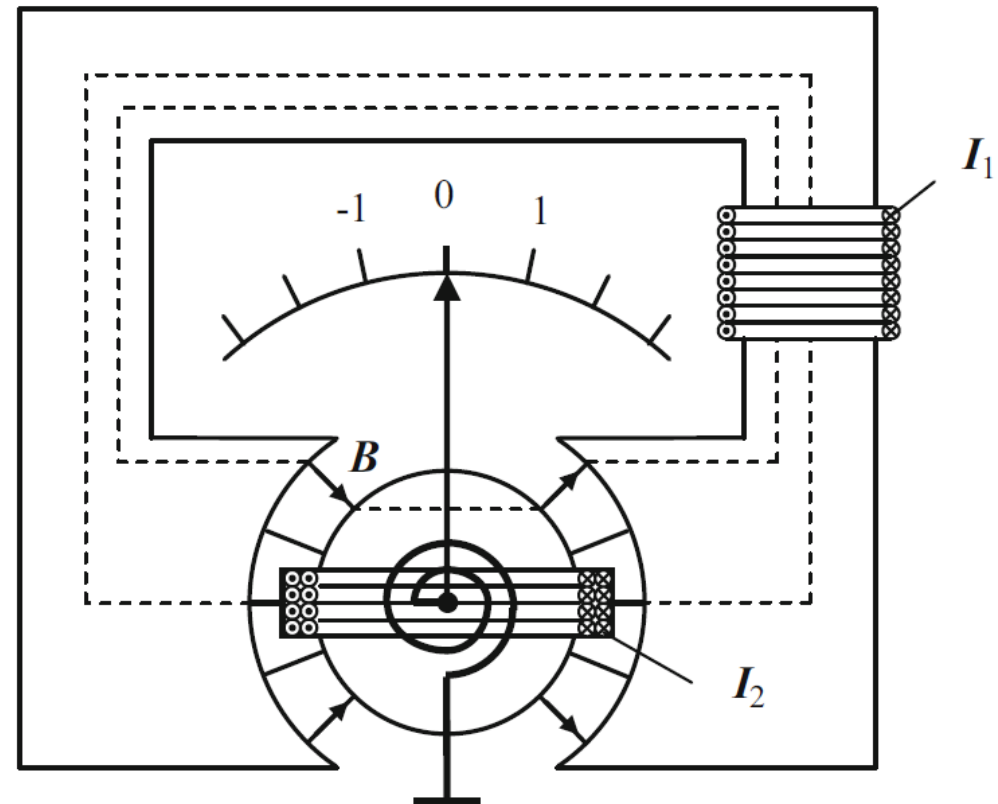
**Zeigt bei Wechselströmen den Wert 0 an!**

# Drehspulquotientenmesswerk



# Elektrodynamisches Messwerk

**Abb. 4.4** Prinzipbild eines elektrodynamischen Messwerks



# Elektromechanische Messgeräte II

Messwerke ohne digitale Signalverarbeitung (Fortsetzung):

## → Dreheisenmesswerk (Weicheisenmesswerk)

Ausnutzung der gegenseitigen Abstoßung gleichsinnig magnetisierter Weicheisen im Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule. Messung des Effektivwertes von Strömen.

## → Drehmagnetmesswerk

„Komplentär“ zu Drehspulmesswerk aufgebaut: Drehbarer Permanentmagnet im Feld eines Elektromagneten. Messung des arithmetischen Mittelwertes des Spulenstromes.

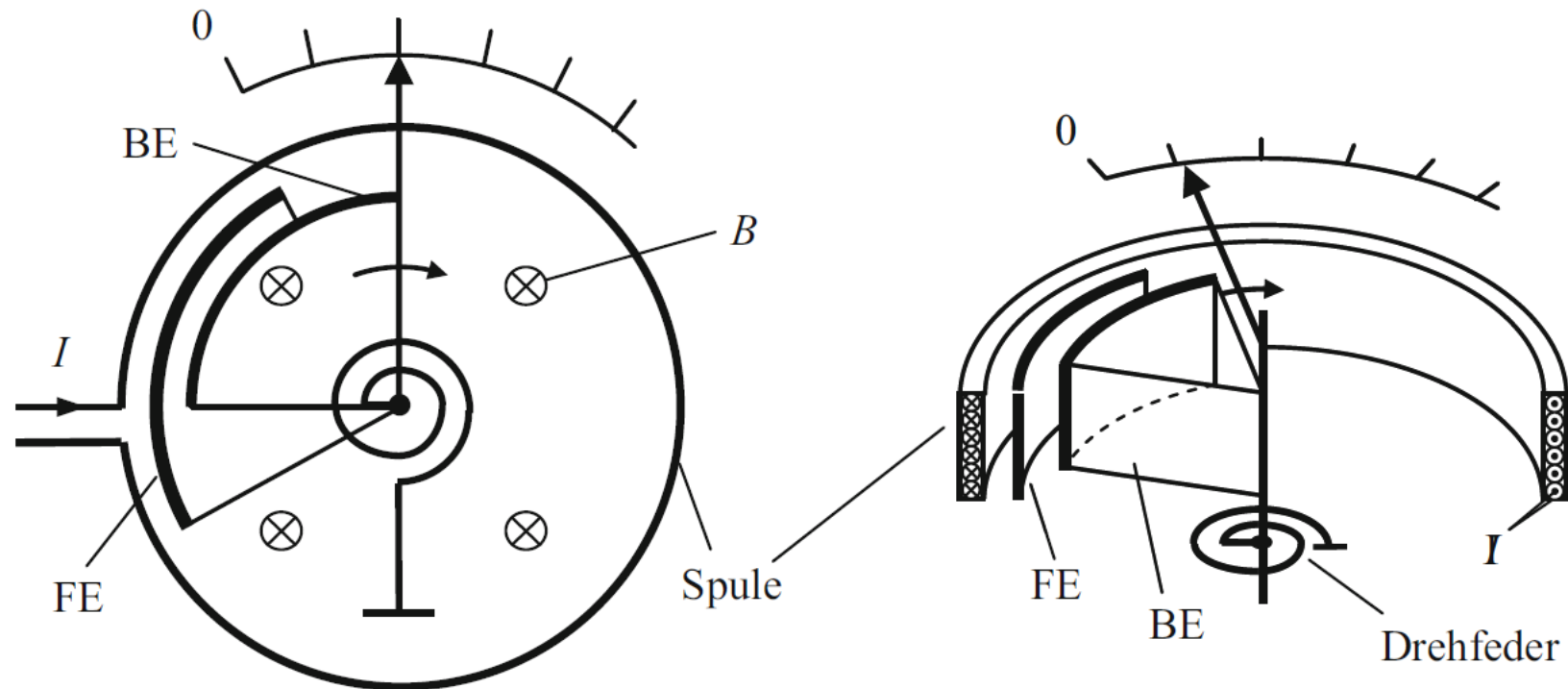
## → Elektrostatisches Messwerk

Ausnützen der elektrostatischen Anziehungskraft von Elektroden. Messung des Effektivwertes von Spannungen.

## → Induktionsmesswerk (Ferraris-Zähler)

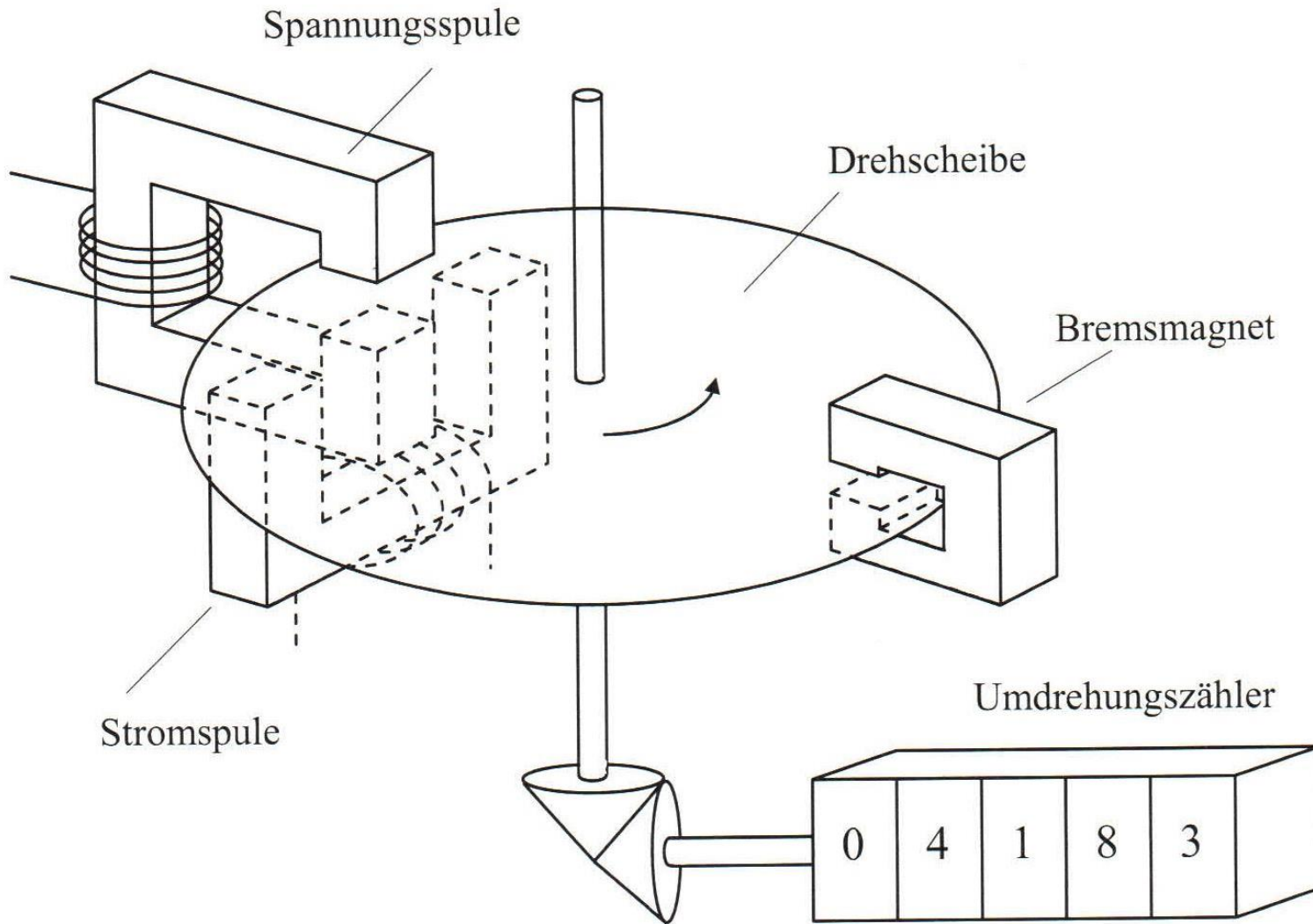
Induktion von Wirbelströmen in einer Aluminiumscheibe, die sich im Bremsfeld eines Permanentmagneten drehen kann. Leistungsmessung für Wechselströme.

# Dreheisenmesswerk



**Abb. 4.2** Aufbau des Dreheisenmesswerks: Aufsicht und Schnitt,  $I$  Spulenstrom,  $B$  Induktion der Spule, FE feststehendes Eisenplättchen, BE bewegliches Eisenplättchen

# Ferraris-Zähler I



**Bild 7.24**  
Prinzipieller Aufbau eines Induktionszählers

# Ferraris-Zähler II

„Der Ferraris-Zähler besteht aus einer Spannungs- und einer Stromspule, die eine Drehscheibe antreiben, einem Bremsmagneten und dem Umdrehungszähler. Der Verbraucherstrom  $I_V$  fließt durch die Stromspule und erzeugt einen proportionalen magnetischen Fluss  $\phi_I$ . Die Verbraucherspannung  $U_V$  liegt an der Spannungsspule und erzeugt den Fluss  $\phi_U$ . Durch konstruktive Maßnahmen wie Spuleninduktivitäten und magnetische Nebenschlüsse wird erreicht, dass  $\phi_U$  der Spannung  $U_V$  um  $90^\circ$  nacheilt, während  $\phi_I$  in Phase zu  $I_V$  ist. Die Flüsse führen zu induzierten Scheibenströmen (Wirbelströmen) in der Drehscheibe, die mit den jeweils anderen Flüssen ein antreibendes Drehmoment  $M_a$  auf die Scheibe ausüben. Man kann zeigen, dass unter den genannten Voraussetzungen das antreibende Moment proportional zur Wirkleistung des Verbrauchers ist:

$$M_a = k_1 \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V$$

Die Drehscheibe wird durch den Dauermagneten gebremst, da die bei der Drehung induzierten Wirbelströme der Bewegung entgegenwirken. Das Bremsmoment ist proportional zur Drehzahl  $n$

$$M_b = k_2 \cdot n.$$












Aus dem Momentengleichgewicht  $M_a = M_b$  folgt, dass die Drehzahl  $n$  proportional zur Wirkleistung des Verbrauchers ist:

$$n = \frac{k_1}{k_2} \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi_V = k \cdot P_V.$$

Die Integration über die Zeit erfolgt über ein mechanisches Zählen der Umdrehungen. Der Zählerstand ist ein Maß für die elektrische Energie.“

**Quelle: T. Mühl, „Einführung in die Elektrische Messtechnik“, © Springer Vieweg, 2020**

# Schaltzeichen elektrischer Messgeräte

Schaltzeichen	Meßwerk	Meßgröße		Skalenfunktion
	Drehspul-	$I, U$	–	$\alpha = k \cdot \bar{i}$ arith. Mittelwert
	Drehspul- mit Gleichrichter	$I, U$	$\approx$	$\alpha = k \cdot  \bar{i} $ Gleichrichtwert
	Drehspul- mit Thermoumformer	$I$	$\approx$	$\alpha = k \cdot I^2$ Effektivwert
	Dreheisen-	$I, (U)$	$\approx$	$\alpha = f(I^2)$ Effektivwert
	Drehmagnet-	$I, U$	–	$\alpha = k \cdot \bar{I}$ arith. Mittelwert
	Kreuzspul-	$R$	–	$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$
	Elektro- dynamisches-	$P$	$\approx$	$\alpha = f(I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_{12})$
	Elektro- statisches-	$U$	$\approx$	$\alpha = f(U^2)$ Effektivwert
	Hitzdraht- Bimetall-	$I$	$\approx$	$\alpha = f(I^2)$ Effektivwert
	Induktions-	$W$	$\sim$	$\sigma = k \cdot \int I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_{12} dt$
	elektrodynamisches Quotienten-	$\cos \varphi$	$\sim$	$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}, \varphi_{13}, \varphi_{23}\right)$

Die Skalenfunktion  $\alpha$  stellt den Zusammenhang zwischen Meßgröße und Zeigerausschlag dar.  $k$  ist jeweils eine Gerätekonstante.

Quelle: R. Kories, H. Schmidt-Walter, „Taschenbuch der Elektrotechnik“, © Edition Harri Deutsch, 2022

# Digitale Messgeräte

Moderne Messgeräte mit digitaler Signalverarbeitung:

## → **Digital-Multimeter (DMM)**

Universelles Messgerät für Ströme, Spannungen und Widerstände. Für genaue Messung von Impedanzen werden so genannte LCR-Messgeräte eingesetzt.

## → **Digitale Leistungsmesser**

Berechnung der Leistung aus der digitalen Messung von Strom und Spannung.

## → **Digitale Oszilloskope**

Erfassung und Darstellung von Spannungen oder Strömen im Zeitbereich

## → **Spektrumanalysatoren**

Erfassung und Darstellung von Spannungen oder Strömen im Frequenzbereich.

## → **Netzwerkanalysatoren**

Bestimmung der Netzwerkparameter (z.B. Übertragungsfunktion) eines Bauteils im Frequenzbereich.

# Beispiel: Smart Meter

„Ein intelligentes Messsystem besteht aus einer modernen Messeinrichtung und einer Kommunikationseinheit (Smart-Meter-Gateway). Das Smart-Meter-Gateway ermöglicht, dass die intelligenten Messsysteme relevante Messdaten erfassen, verarbeiten und sicher versenden können.“

So kann man etwa mit dem Smartphone seinen Stromverbrauch im Blick behalten.



# Digitales Leistungsmessgerät

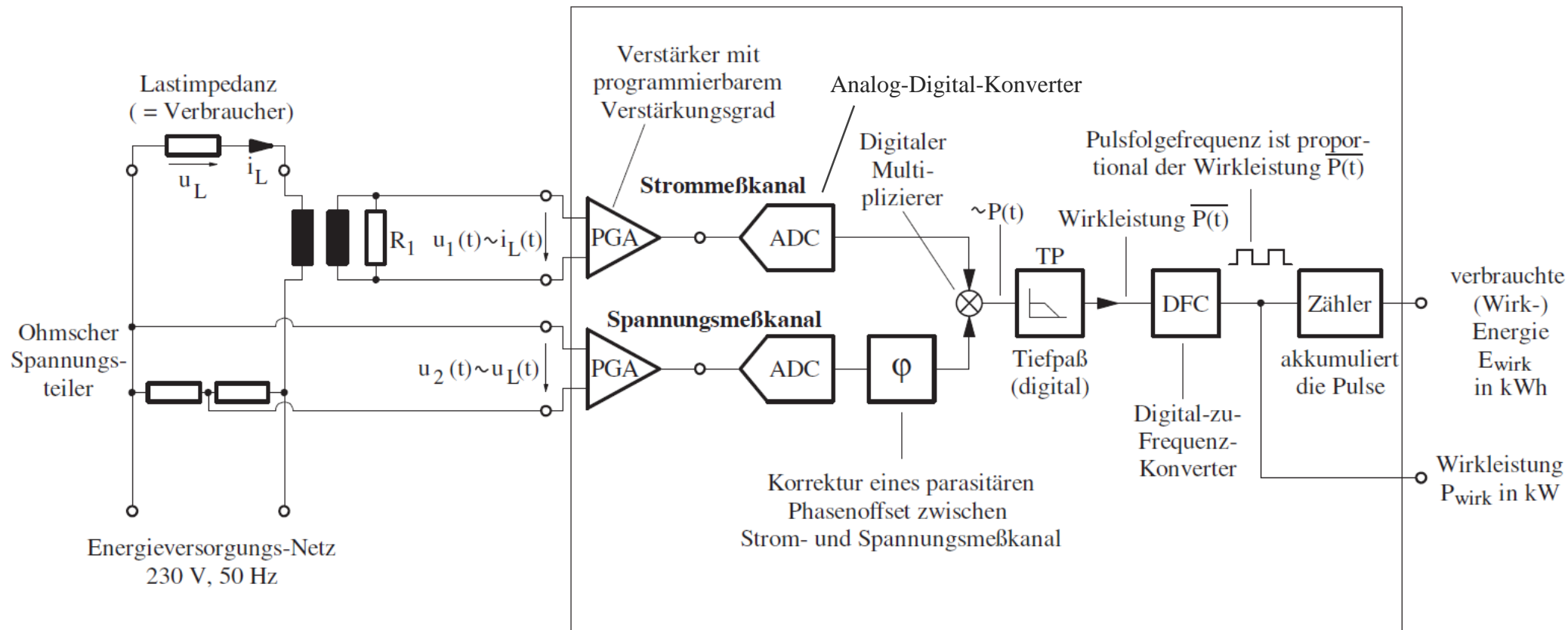
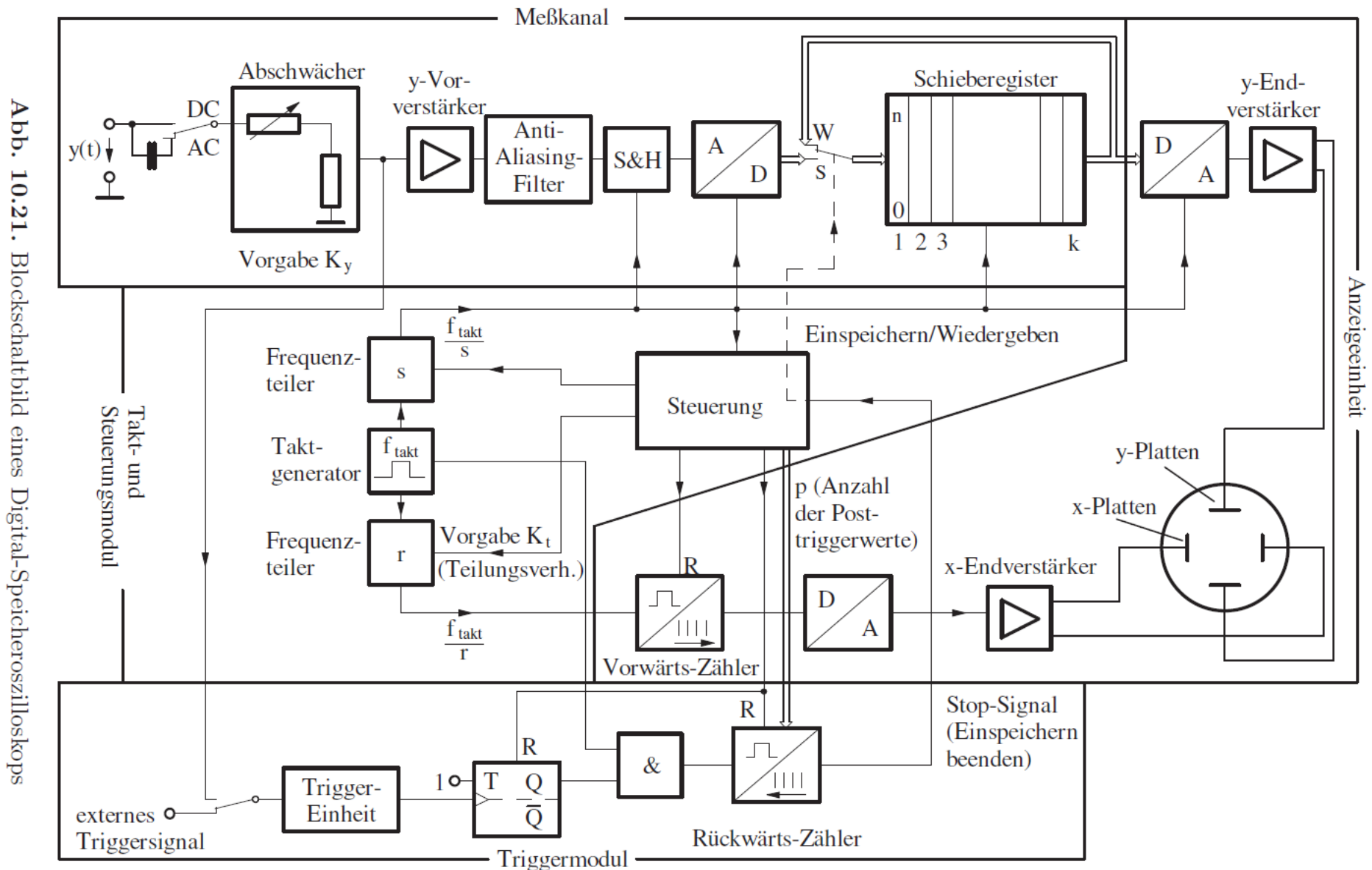


Abb. 11.84. Vereinfachtes Blockschaltbild eines typischen ICs zur Leistungs- bzw. Energiemessung mit digitaler Signalverarbeitung

# Digitales Sampling-Oszilloskop





**TUHH**  
Technische  
Universität  
Hamburg

## Elektrotechnisches Versuchspraktikum

### Versuch Nr. 5:

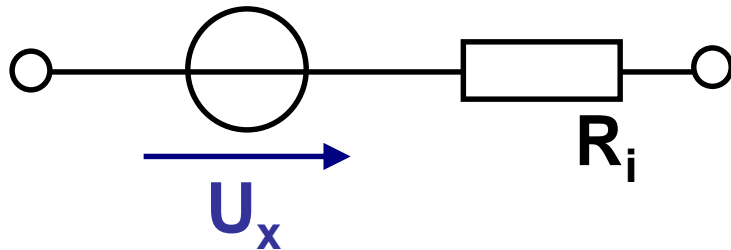
Leistung im Wechselstromkreis

### Veranstaltungsort:

Institut für Elektrische Energietechnik  
Harburger Schloßstraße 22a  
21079 Hamburg

# Quiz zur Spannungsmessung

Wie könnte man die Quellspannung einer realen Spannungsquelle ohne Fehler durch reale Messgeräte ermitteln?



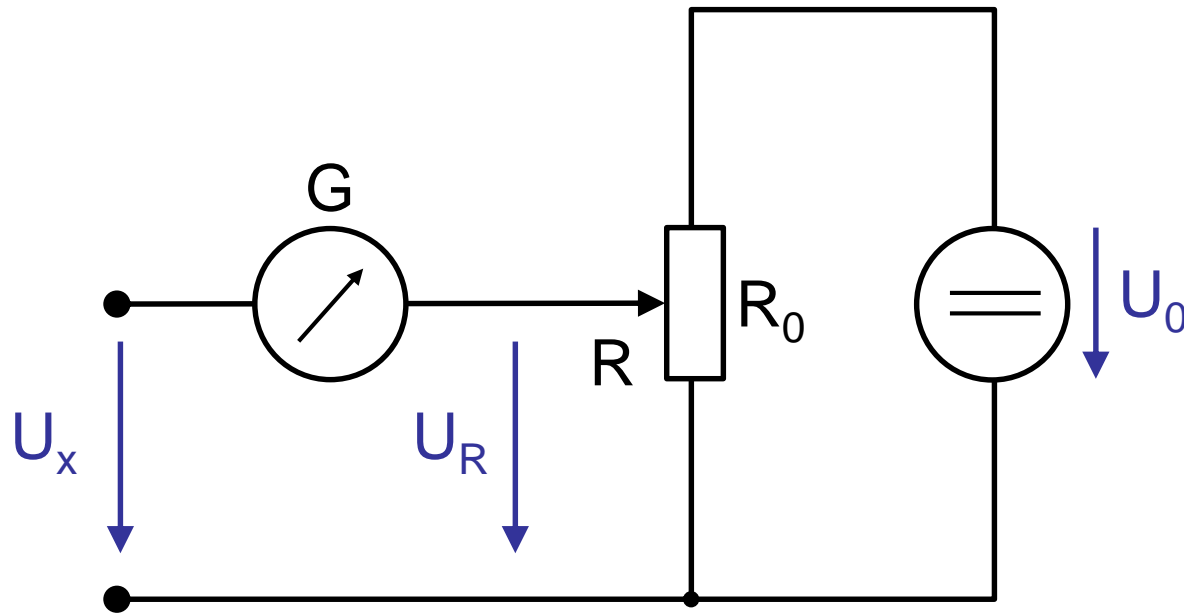
$$U_x = ?$$

... z.B. durch eine **Kompensationsschaltung!**

„Damit kann die Beeinflussung des Messvorganges durch das Messgerät infolge seiner nicht-idealen Innenimpedanz eliminiert werden. **Ströme und Spannungen werden dabei leistungslos gemessen**, d.h. Ströme ohne Spannungsabfall über den Messkontakten und Spannungen ohne (Parallel)-Ströme durch ein angeschlossenes Spannungsmessgerät. Die von klassischen Messgeräten jedoch stets benötigte Energie wird dabei einer Hilfsquelle und nicht, wie bei Standardmessungen üblich, der zu messenden Schaltung entnommen. Der Hauptvorteil der Kompensatoren besteht also darin, dass bei der Messung keine Belastung des Messkreises erfolgt. Infolge der rückwirkungsfreien Messung wird eine sehr hohe Messgenauigkeit erreicht.“

# Gleichspannungskompensation

zu messende  
Spannung

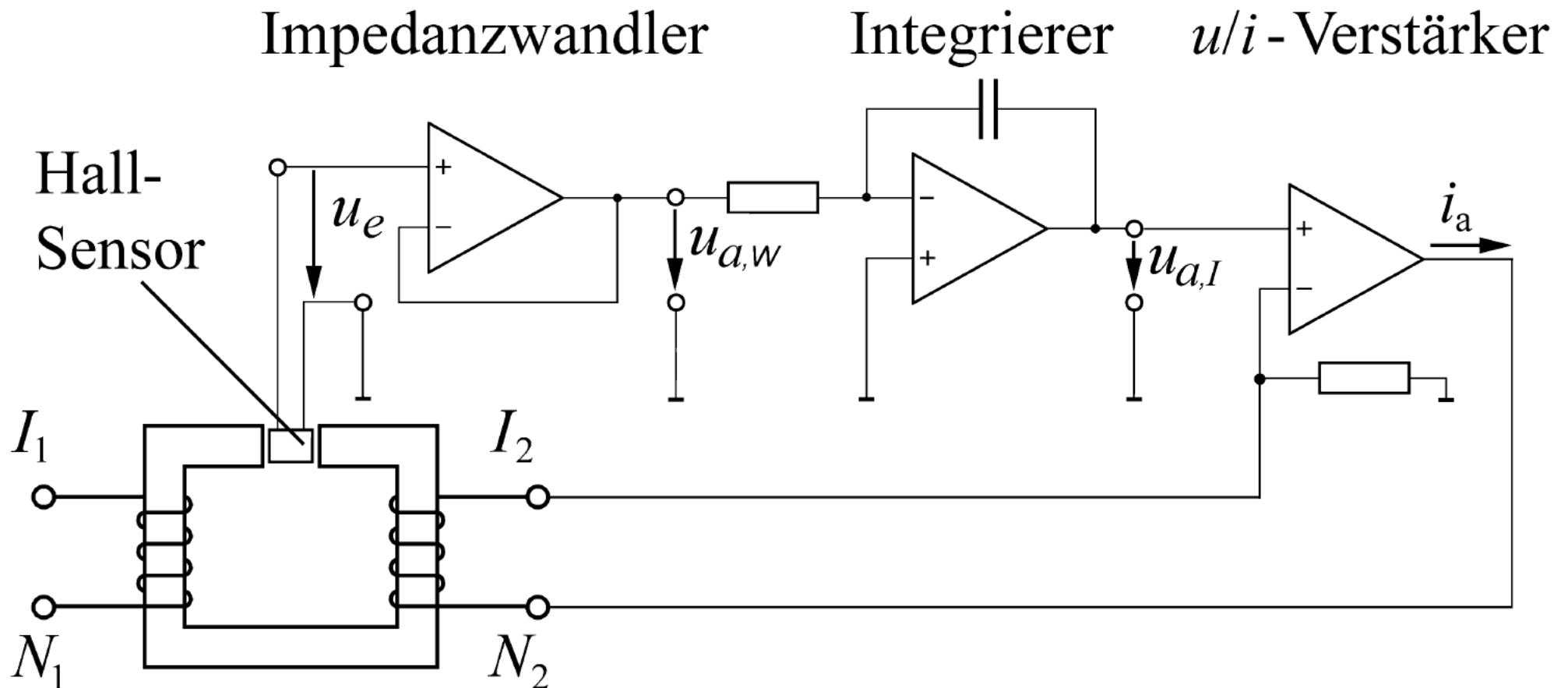


Der Abgriff des Widerstandes wird so lange verändert, bis das Galvanometer  $G$  stromlos ist. Es folgt damit

$$U_X = U_R = \frac{R}{R_0} U_0.$$

Bei bekannten Größen  $U_0$ ,  $R_0$  und  $R$  kann  $U_X$  ohne einen durch den Leistungsverbrauch eines Messgerätes hervorgerufenen Fehler bestimmt werden.

# Kompensationsschaltung für die Strommessung I



**Bild 2.75** Strommessung mit Hall-Sensor im Kompensationsverfahren

Quelle: E. Schröder, L. M. Reindl, B. Zagar,  
 „Elektrische Messtechnik“, © Carl Hanser Verlag, München, 2014

# Kompensationsschaltung für die Strommessung II

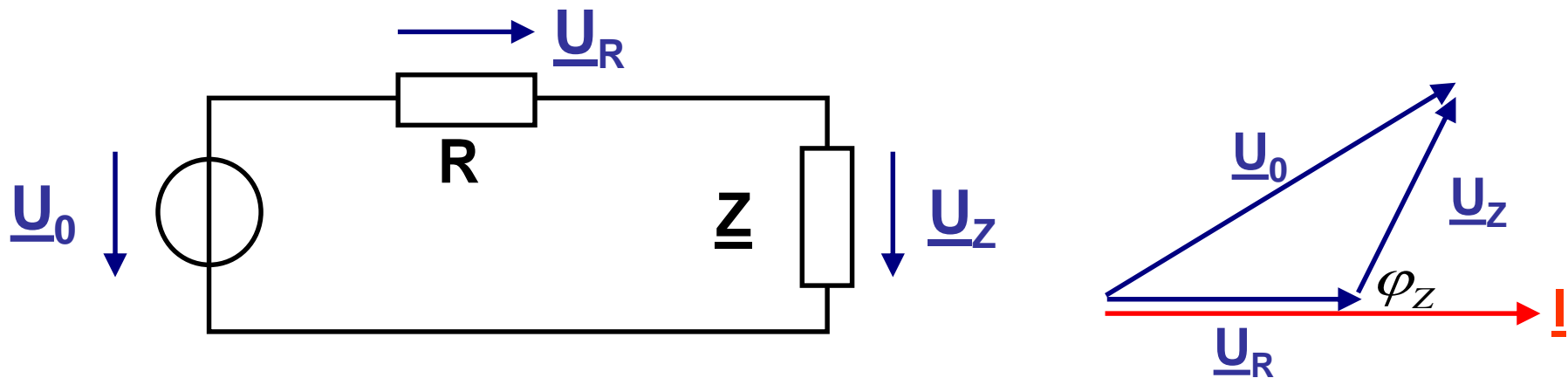
„Zur potenzialfreien Messung eines Stroms  $I_1$  wird dieser durch die Wicklung eines Elektromagneten geschickt. Dessen magnetische Induktion  $B$  wird mit einer Hall-Sonde bestimmt. Bei konstantem Steuerstrom  $I$  ist die Hall-Spannung  $U$  ein Maß für den Strom  $I_1$ .

Um den Einfluss des Eisenkreises auf die Messgenauigkeit auszuschalten, empfiehlt es sich, die gezeigte Kompensationsanordnung zu verwenden. Hier trägt der Eisenkern zwei Spulen. Die eine mit der Windungszahl  $N_1$  wird von dem zu messenden Strom  $I_1$ , die andere mit der Windungszahl  $N_2$  von dem Kompensationsstrom  $I_2$  durchflossen. Die zweite Spule ist so angeschlossen, dass ihr Magnetfeld dem der ersten Spule entgegenwirkt. Die resultierende magnetische Induktion wird mit einem Hall-Sensor erfasst. Die Hallspannung geht auf einen Impedanzwandler, dessen Ausgangsspannung  $u_{a,w}$  wiederum auf einen Integrierer. Dieser verändert über den  $u/i$ -Verstärker dessen Ausgangsstrom  $i_a = I_2$  so lange, bis die Hallspannung bei  $N_1 I_1 = N_2 I_2$  verschwindet und dadurch der Ausgangsstrom  $I_2$  nicht mehr verstellt wird. Der Strom  $I_2$  bleibt auch bei  $u_e=0$  erhalten. Aus  $I_2$ ,  $N_1$  und  $N_2$  lässt sich dann  $I_1$  berechnen.“

**Quelle: E. Schrüfer, L. M. Reindl, B. Zagar,  
„Elektrische Messtechnik“, © Carl Hanser Verlag, München, 2014**

# Quiz zur Impedanzmessung

Wie könnte man aus der Kenntnis der Effektivwerte der drei Spannungen unten und des Wertes von  $R$  die unbekannte Impedanz  $\underline{Z}$  bestimmen (3-Spannungsmessverfahren)?



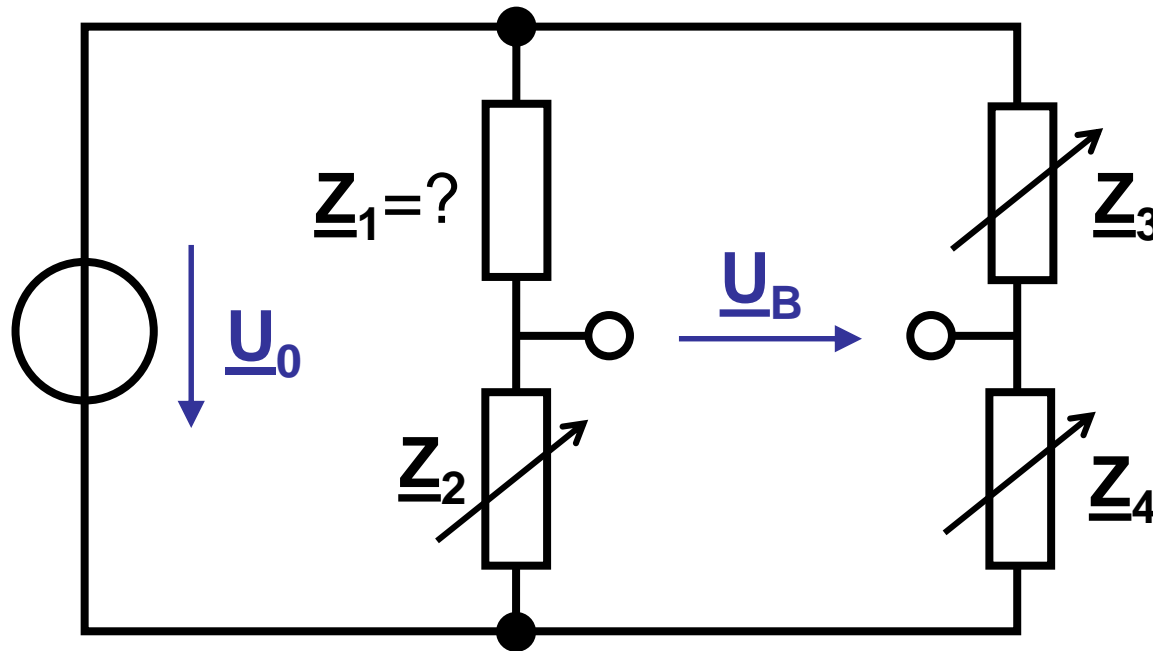
Kosinussatz:

$$U_0^2 = U_R^2 + U_Z^2 - 2 \cdot U_R U_Z \cdot \cos(180^\circ - \varphi_Z) \Rightarrow |\varphi_Z|$$

$$U_Z = Z \cdot I = Z \cdot \frac{U_R}{R} \Rightarrow Z$$

# Wechselstrom-Messbrücke I

Allgemeine Wechselstrom-Messbrücke:



bei Abgleich gilt:

$$\underline{U}_B = \underline{U}_0 \cdot \underbrace{\left( \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} \right)}_{\neq 0} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_2 \cdot (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) = \underline{Z}_4 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$$

$\Rightarrow$  Abgleichbedingung ( $\underline{U}_B = 0$ ):

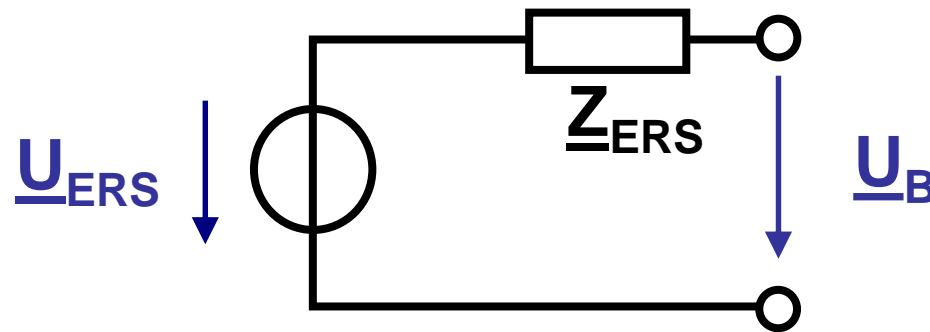
$$\underline{Z}_1 / \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 / \underline{Z}_4 \quad \text{bzw.} \quad \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_2$$

# Notizen

# Notizen

# Wechselstrom-Messbrücke II

Äquivalente Darstellung der Wechselstrom-Messbrücke in Bezug auf die Brückenspannung:



Hierbei gilt gemäß Herleitung in Kap. 5:

$$\underline{U}_{\text{Ers}} = \underline{U}_0 \cdot \left( \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} \right) \quad \underline{Z}_{\text{Ers}} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}$$

# Typen von Messbrücken I

Unterscheidung nach verwendeten Impedanzen:

## → **Wheatstone-Brücke**

Alle Impedanzen rein ohmsch (Gleichstrom-Messbrücke). Messung von Widerständen.

## → **Maxwell-Brücke**

Zwei Impedanzen ohmsch-induktiv, zwei ohmsch. Messung von (realen) Spulen.

## → **Maxwell-Wien-Brücke**

Eine Impedanz ohmsch-induktiv, eine ohmsch-kapazitiv, zwei ohmsch. Messung von (realen) Spulen. Einfacher herzustellen als Maxwell-Brücke.

## → **Wien-Brücke**

Zwei Impedanzen ohmsch-kapazitiv, zwei ohmsch. Messung von (realen) Kondensatoren.

# Typen von Messbrücken II

Unterscheidung nach verwendeten Impedanzen (Fortsetzung):

## → Schering-Brücke

Zwei Impedanzen ohmsch-kapazitiv, eine kapazitiv, eine ohmsch. Messung von (realen) Kondensatoren für hohe Spannungen.

## → Wien-Robinson-Brücke

Zwei Impedanzen ohmsch-kapazitiv, zwei ohmsch. Messung von Frequenzen.

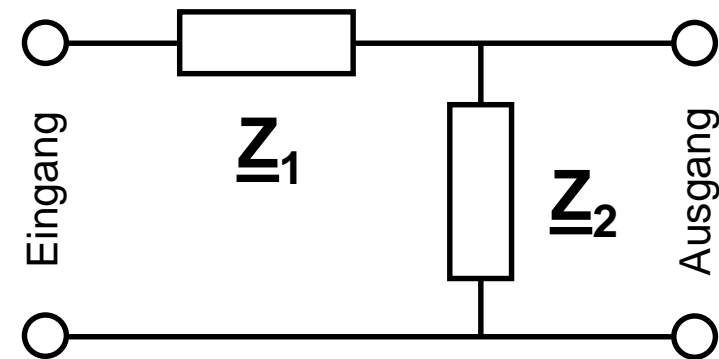
## → Ausschlags-Brücke

Zwei Impedanzen rein imaginär, zwei ohmsch. Messung von Impedanzänderungen von kapazitiven oder induktiven Sensoren. Je nach Anzahl der variablen Elemente unterscheidet man:

- Vollbrücken (vier variable Elemente)
- Halbbrücken (zwei variable Elemente)
- Viertelbrücke (eine variable Impedanz)

# Quiz zur Kalibration

Messleitungen können für tiefe Frequenzen oft durch folgendes Ersatzschaltbild angenähert werden:



Durch welche zwei einfachen Messungen mit einem Impedanzmessgerät können Sie  $\underline{Z}_1$  und  $\underline{Z}_2$  bestimmen?

$$\underline{Z}_{LL} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

(bei leerlaufendem,  
d.h. unbelastetem Ausgang)

$$\underline{Z}_{KS} = \underline{Z}_1$$

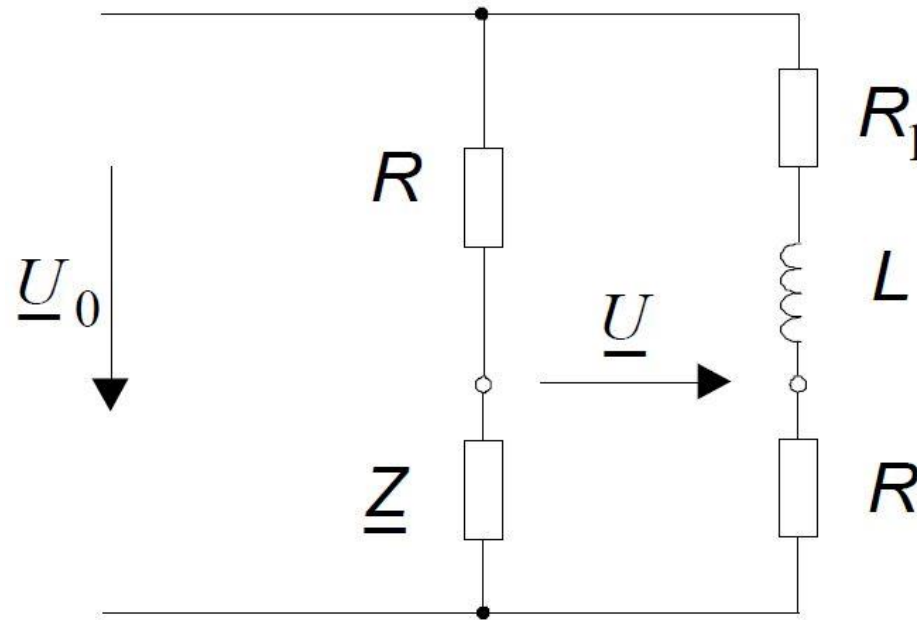
(bei kurzgeschlossenem  
Ausgang)

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Was versteht man unter einem realen bzw. idealen Strommessgerät? Was unter einem realen bzw. idealen Spannungsmessgerät?
2. Beschreiben Sie, wie man „spannungsrichtig“ bzw. „stromrichtig“ Wirkleistung misst!
3. Ist der Strompfad eines Leistungsmessgerätes nieder- oder hochohmig? Wie verhält sich der Spannungsmesspfad?
4. Erklären Sie, worin der Vorteil von so genannten Kompensationsmessverfahren liegt!
5. Welches Kraftgesetz liegt der Funktionsweise von Galvano- und Dynamometern zugrunde?

# Übungsaufgabe 15

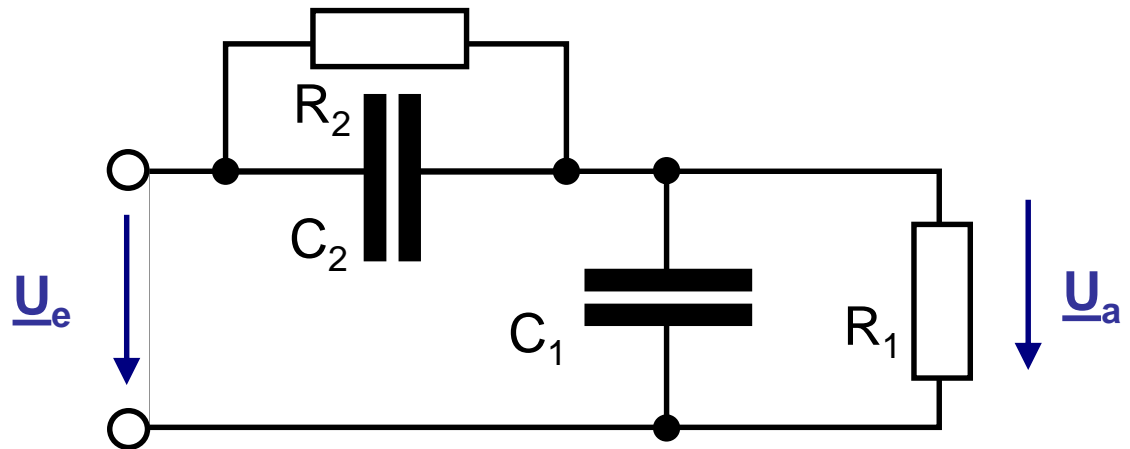
Gegeben ist nebenstehende Brückenschaltung:



- Berechnen Sie die Impedanz  $\underline{Z}$  in Abhängigkeit der anderen Bauteile so, dass die Brückenspannung  $\underline{U}$  zu Null wird (Abgleich)!
- Geben Sie eine Schaltung inkl. Dimensionierung der Bauteile für  $\underline{Z}$  an, die einen frequenzunabhängigen Abgleich bewirkt!
- Berechnen Sie für diesen Fall die Ersatzimpedanz  $\underline{Z}_{\text{Ers}}$  der Brücke (komplexer Reiheninnenwiderstand) nach Real- und Imaginärteil!

# Übungsaufgabe 16

Gegeben ist nebenstehende Schaltung (Oszilloskopeingang mit Tastkopf / Kompensationsschaltung):



a) Berechnen Sie allgemein den komplexen Frequenzgang:

$$\underline{H}(\omega) = \underline{U}_a(\omega) / \underline{U}_e(\omega)$$

- b) Bestimmen Sie die Bedingungen für die Tastkopfelemente  $R_2$  und  $C_2$  so, dass  $\underline{H}(\omega)$  frequenzunabhängig wird!
- c) Welche Elementwerte müssen demgemäß für  $R_2$  und  $C_2$  gewählt werden, falls  $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $C_1 = 20 \text{ pF}$  sind und  $\underline{H}(\omega) = 0,1$  sein soll?

- 9 -

Elektrische Energieversorgung

Leitungen

Ideale Übertrager

Reale Übertrager

# Elektrische Energieversorgung in der BRD

- ▶ Bruttoverbrauch pro Jahr  $\approx$  495 Milliarden kWh (2025)
- ▶ Rang 9 im weltweiten Vergleich (2023)
- ▶ Erzeugeranteil der erneuerbaren Energien  $\sim$ 58% (2025)
  - ... der Kohle  $\sim$ 21%
  - ... der Kernkraft 0%
- ▶ Verteilung des Stromverbrauchs:

Industrie:	40-45%
Gewerbe, Handel, Dienstleistungen:	20-25%
Haushalte:	25-30%
Verkehr:	2-3%
- ▶ Grober Schätzwert für Haushalte:  $\sim$ 8,8 kWh pro Tag

(Quellen: BDEW, Stat. Bundesamt, Umweltbundesamt,  
weltenergierrat.de, AG Energiebilanzen, statista.com und andere)

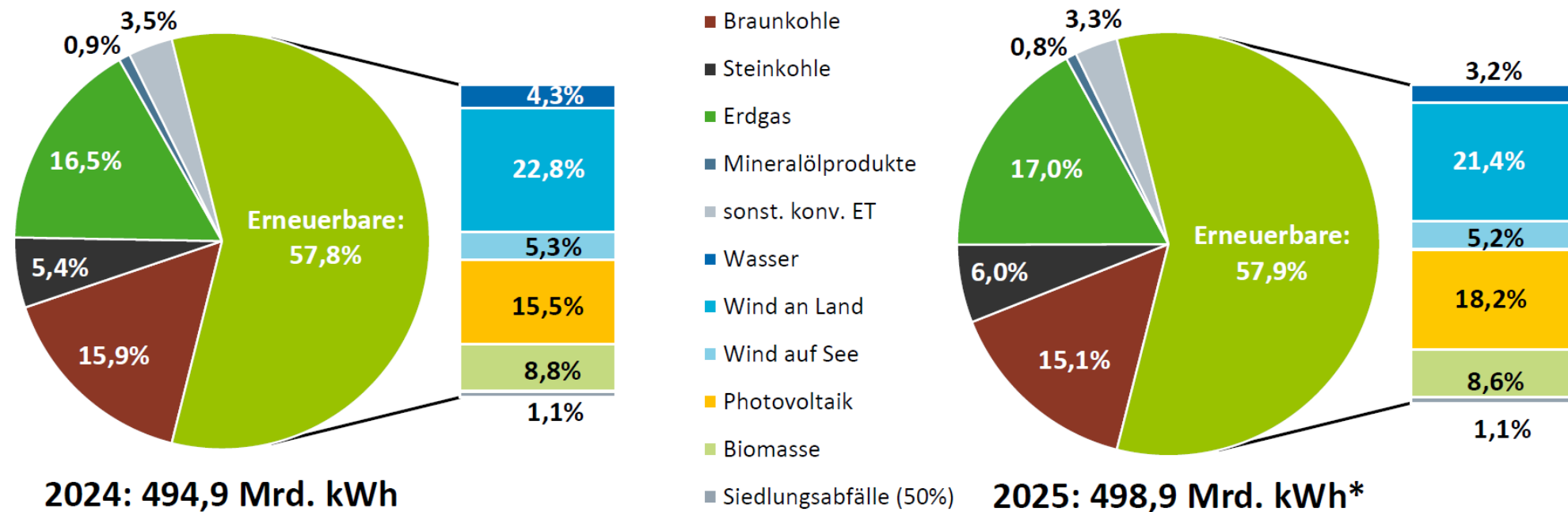
# Geschichtliche Meilensteine

- 1831** Bericht über die Induktion durch Faraday
- 1866** Siemens entdeckt das dynamoelektrische Prinzip
- 1879** Edison perfektioniert die Glühlampe
- 1882** Edison baut 600-kW-Gleichstromkraftwerk in NY,  
Tesla baut eine zweiphasige Drehstrommaschine
- 1885** Erster Transformator nach heutigem Verständnis
- 1891** 15-kV-Fernübertragung (175 km, Lauffen-Frankfurt)
- ...
- 2023** Anteil Erneuerbarer Energien an der Brutto-  
Stromerzeugung in Deutschland erstmals über 50%

# Brutto-Stromerzeugung in der BRD in 2025: 498,9 Mrd. kWh

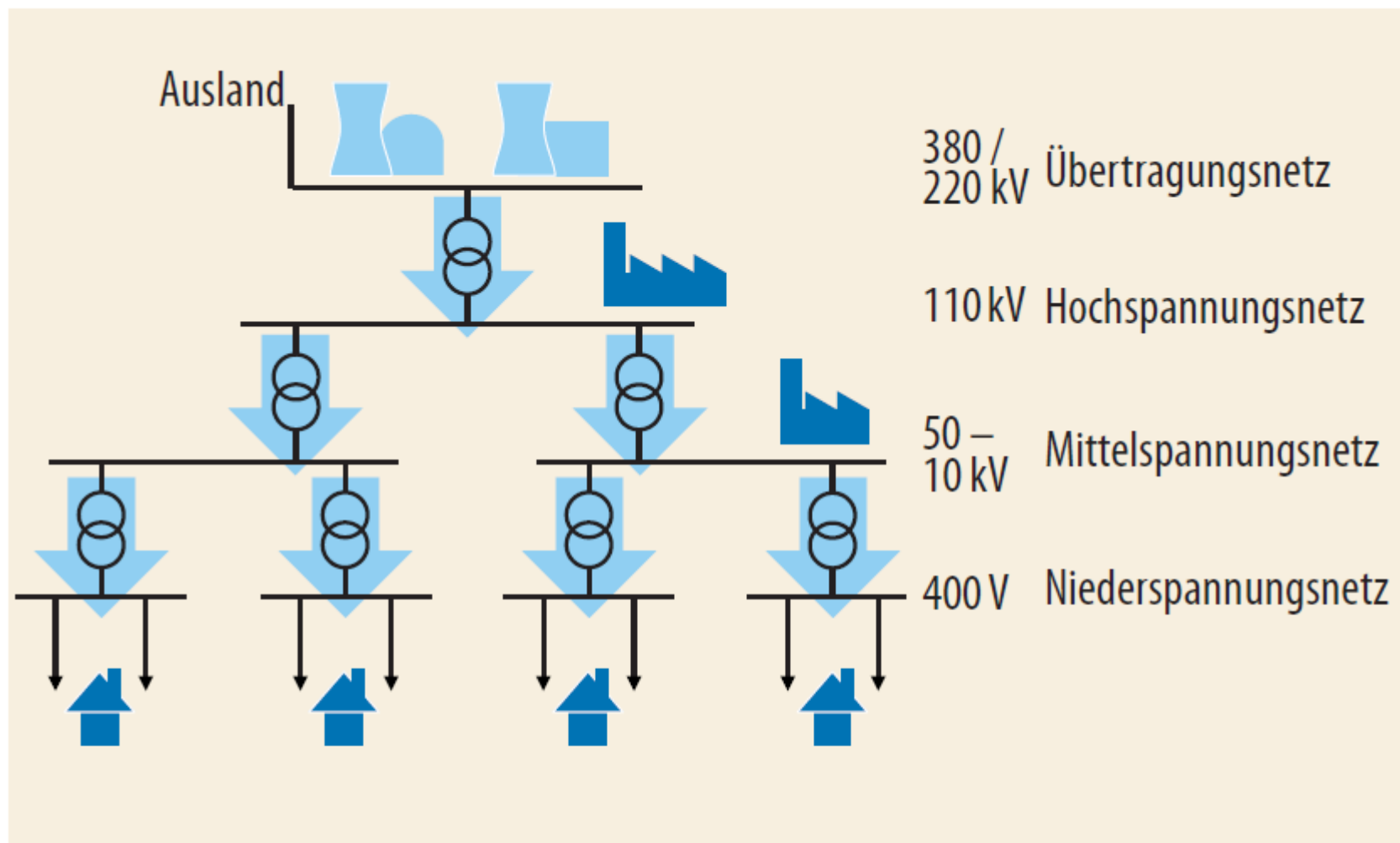
## Bruttostromerzeugung nach Energieträgern in Deutschland

Vorjahresvergleich

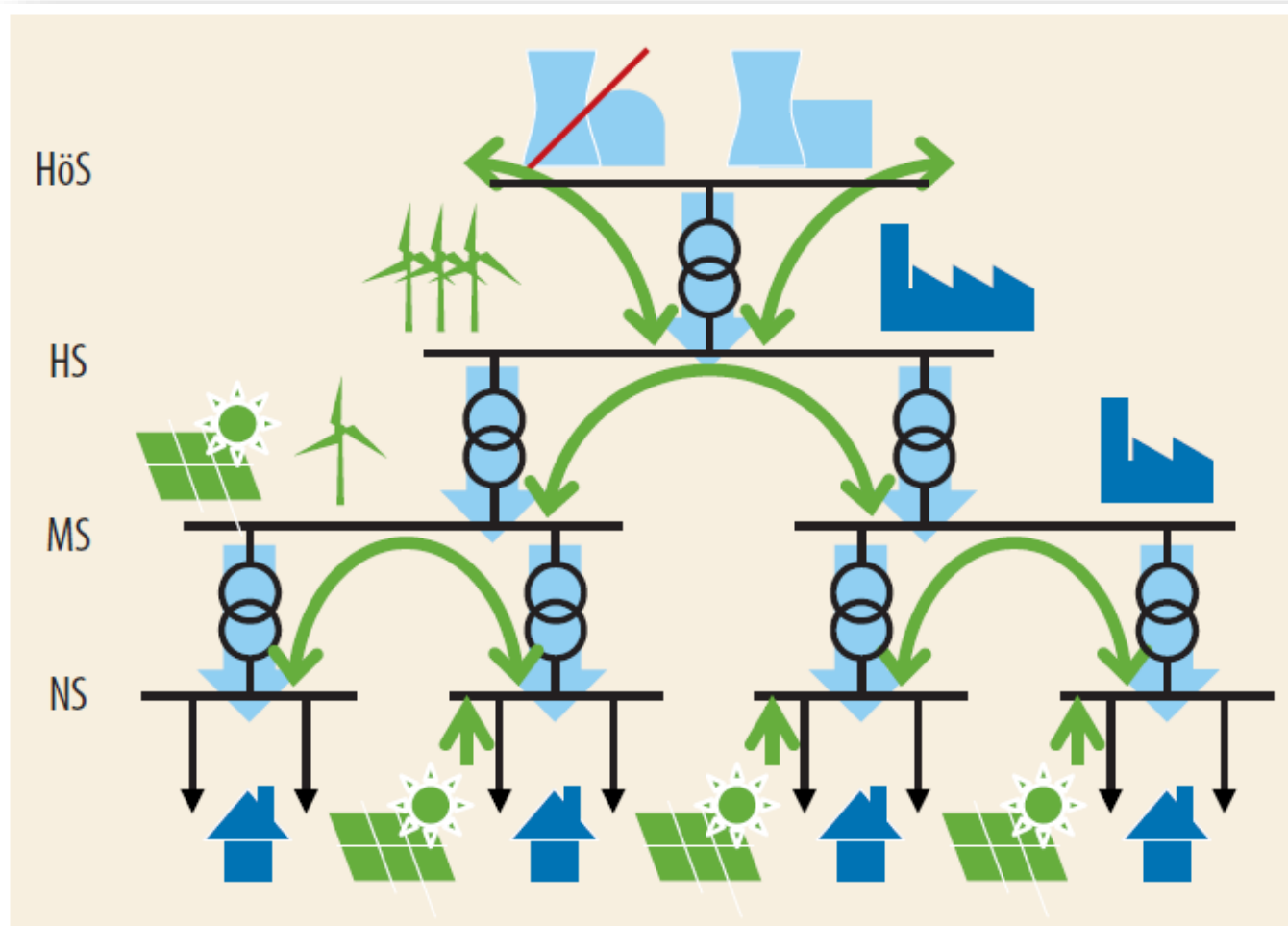


Quellen: DEBRIV, Destatis, ENTSO-E, ZSW, BDEW; Stand 12/2025

\* vorläufig, teilweise geschätzt; Rundungsdifferenzen



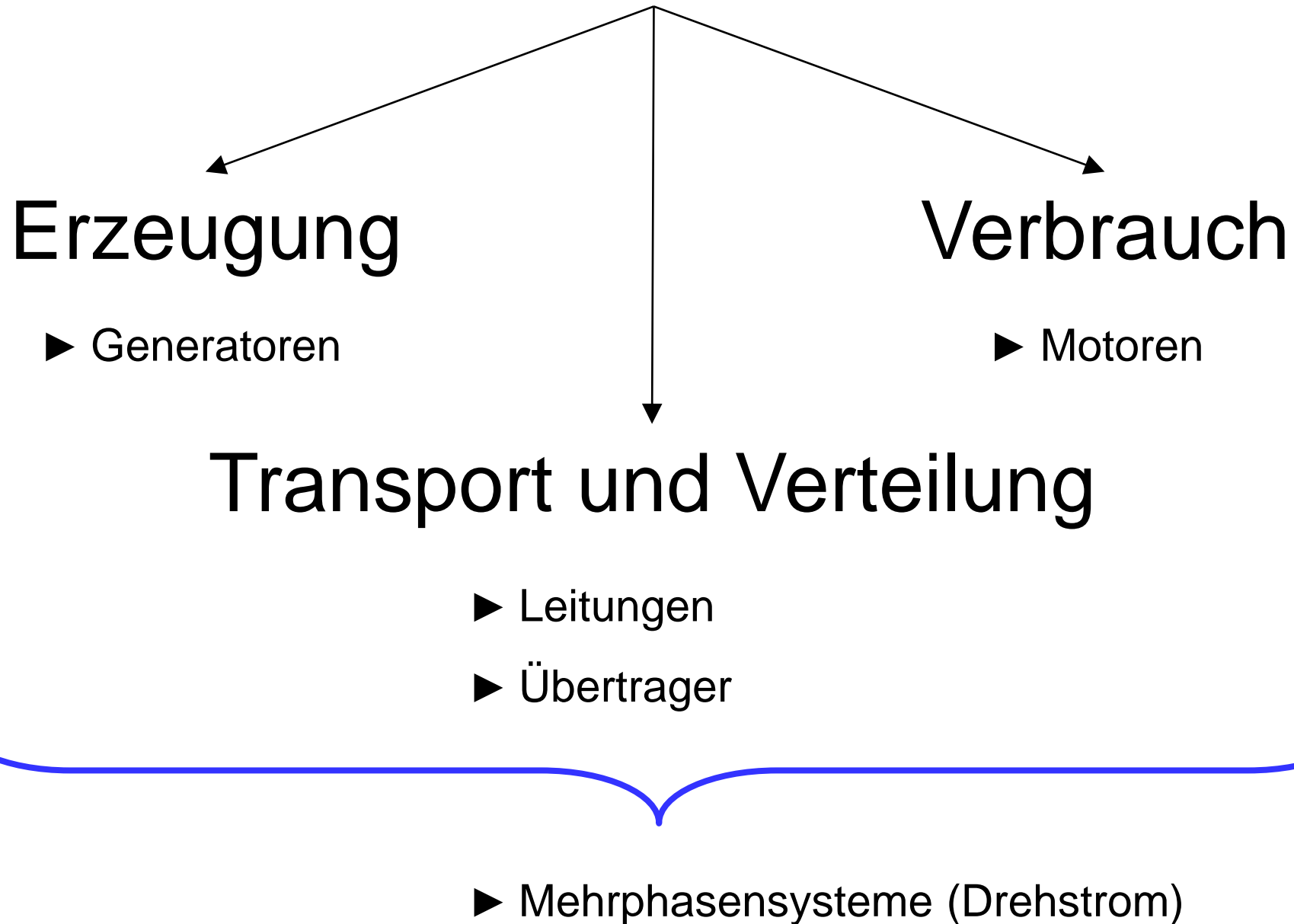
**Abb. 1** Historisch haben sich in Deutschland und Europa vier Spannungsebenen entwickelt. Jede davon erfüllt individuelle Aufgaben, die sich im Zuge der Energiewende nun verändern.



**Abb. 4** Früher wurde der Strom in das Höchstspannungsnetz (HÖS) eingespeist und von dort nach unten verteilt. Heute speisen die erneuerbaren Energien insbesondere in die anderen drei Netzebenen ein, sodass Hoch-, Mittel- und Niederspannungsnetz die Energie nicht nur verteilen, sondern auch einsammeln.

Quelle: P. Wittenberg, „Der Wandel der Stromnetze“,  
Physik Journal 13 (2014) Nr. 4

# Elektrische Energietechnik



# Einige Fachbegriffe

## **Nennwerte (nominal values)**

Nennwerte bezeichnen die vom Hersteller oder Betreiber spezifizierten Werte physikalischer Größen einer Anlage im Normalbetrieb (gekennzeichnet mit Index „n“).

## **Bemessungswerte (rated values)**

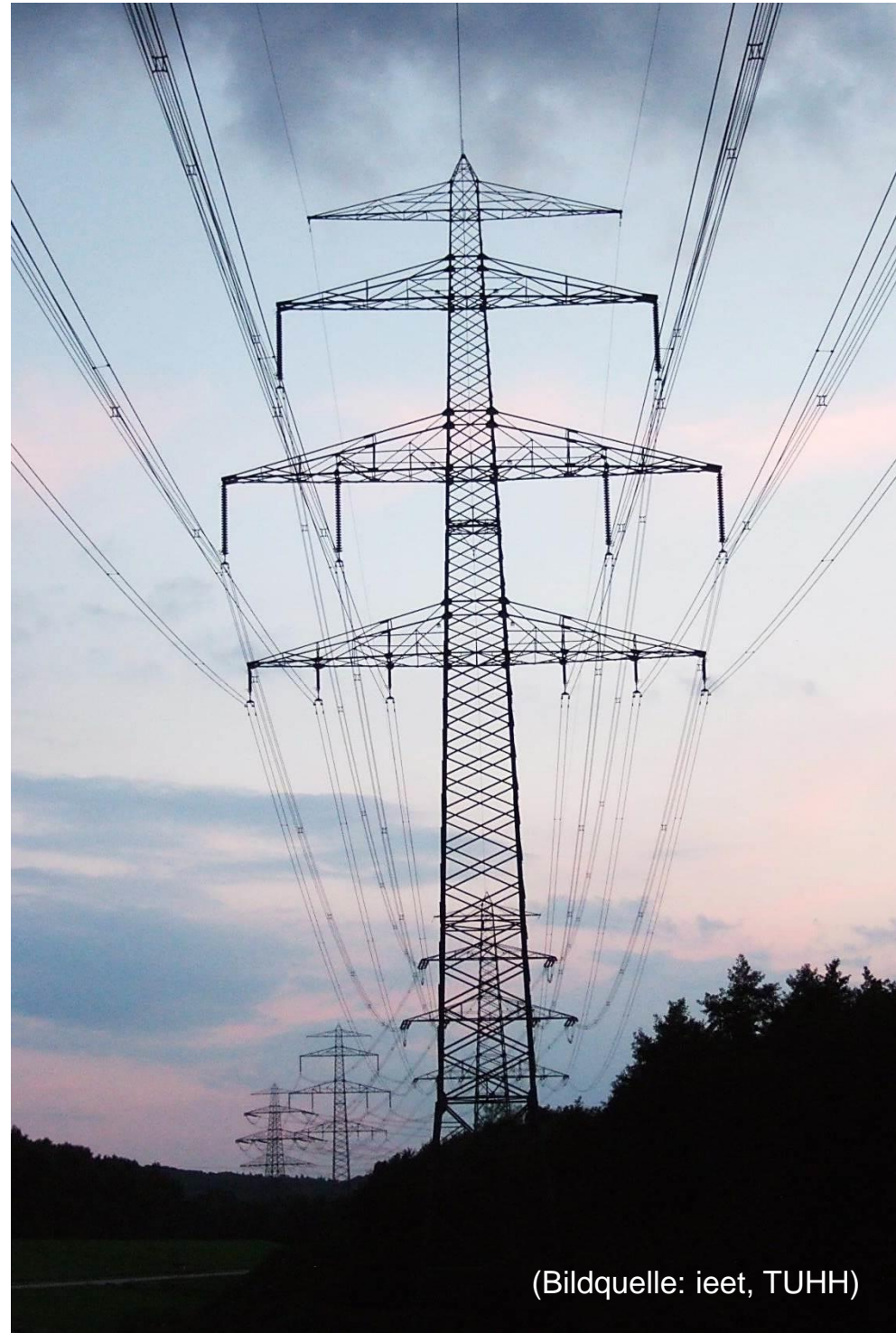
Bemessungswerte bezeichnen die im Dauerbetrieb maximal zulässigen Werte physikalischer Größen einer Anlage, die zu keiner Beeinträchtigung führen (gekennzeichnet mit Index „r“).

# Leitungen

Leitungen, deren Länge in der Größenordnung der elektromagnetischen Wellenlänge (oder darüber) liegen, zeigen Wellenphänomene.

Ihre exakte mathematische Behandlung erfolgt in der Leitungstheorie, TET II und Elektrische Energiesysteme I.

Leitungen zur Energieübertragung können genähert mit einfachen Ersatzschaltbildern behandelt werden.



(Bildquelle: ieeet, TUHH)

# Notizen

# Notizen

# Kurze Leitung mit Verbraucher I

Beispiel-Kennwerte für eine Freileitung:

$$R' = 0,1 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$L' = 1,0 \text{ mH/km}$$

$$C' = 11,1 \text{ nF/km}$$

$$\text{Länge} = 100 \text{ km}$$

$$Z_w \approx \sqrt{L'/C'} \approx 300 \text{ } \Omega$$

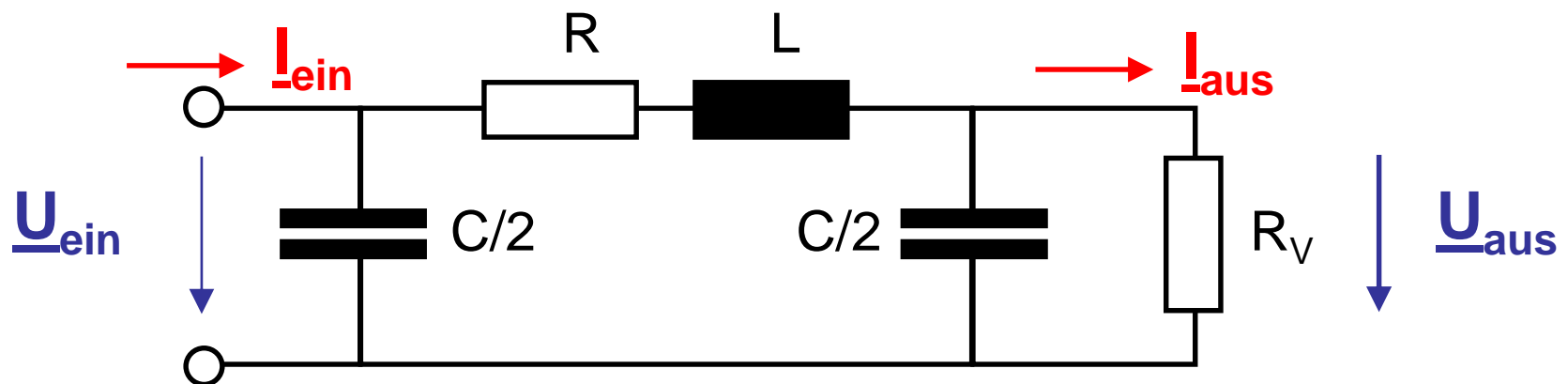
$$\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \approx 314 \text{ rad/s}$$

$$R = 10 \text{ } \Omega$$

$$L = 100 \text{ mH}$$

$$C = 1,11 \text{ } \mu\text{F}$$

Ersatzschaltbild:

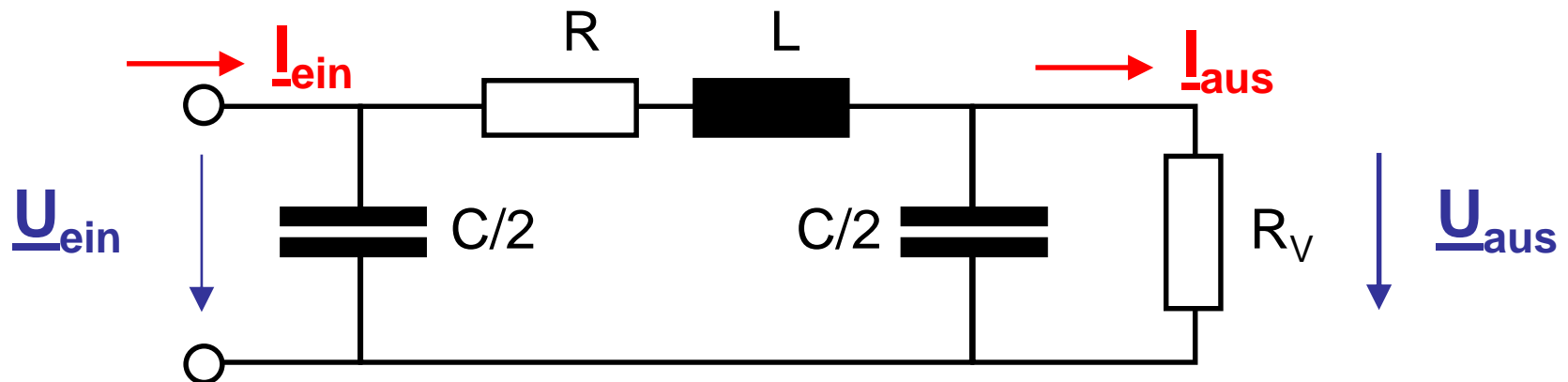


# Kurze Leitung mit Verbraucher II

Gesucht:

- Phasenwinkel der Eingangsimpedanz  $\underline{Z}_{\text{ein}} = \frac{\underline{U}_{\text{ein}}}{\underline{I}_{\text{ein}}}$
- übertragene Wirk- und Blindleistung
- $\frac{\underline{U}_{\text{aus}}}{\underline{U}_{\text{ein}}}$

jeweils als Funktion des Lastwiderstandes  $R_V$

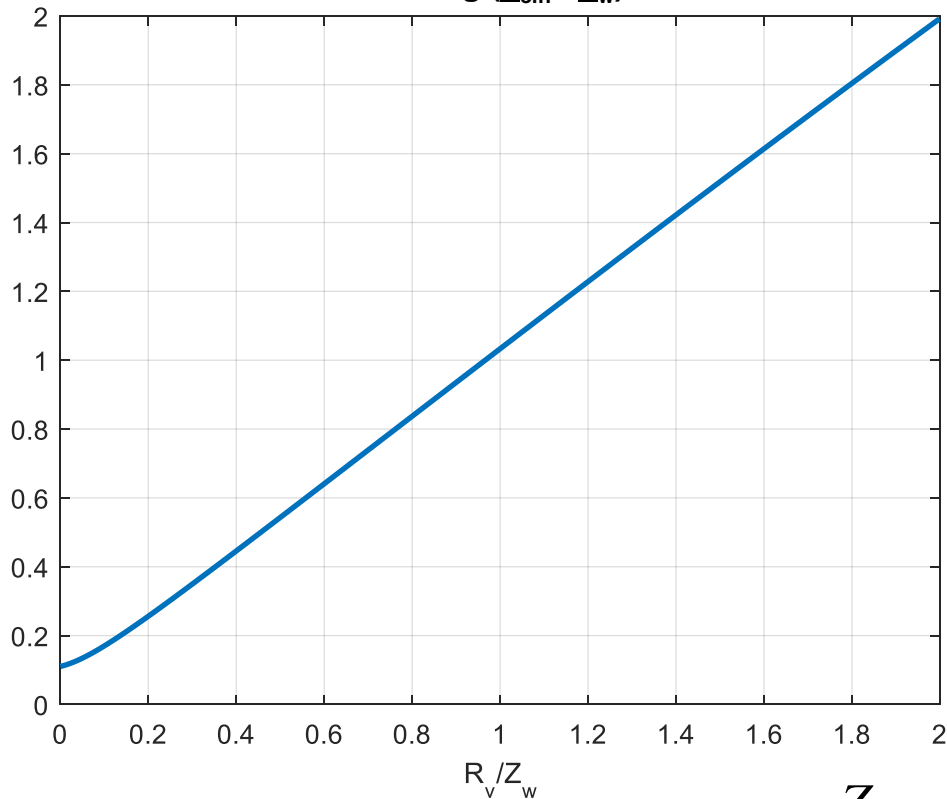


# Kurze Leitung mit Verbraucher III

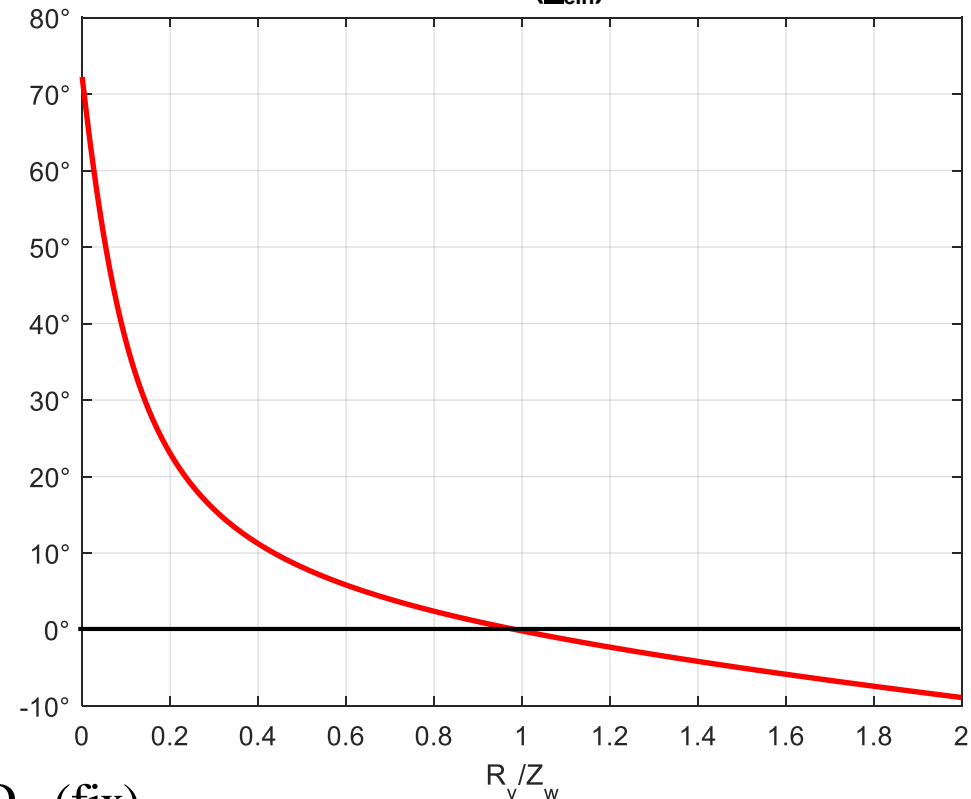
Eingangsimpedanz als Funktion des Lastwiderstandes:

$$\underline{Z}_{ein} = \frac{1}{j\omega \frac{C}{2} + \frac{1}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega \frac{C}{2} + \frac{1}{R_V}}}}$$

Betrag ( $\underline{Z}_{ein} / \underline{Z}_w$ )



Phase ( $\underline{Z}_{ein}$ )



$Z_w = 300 \Omega$  (fix)

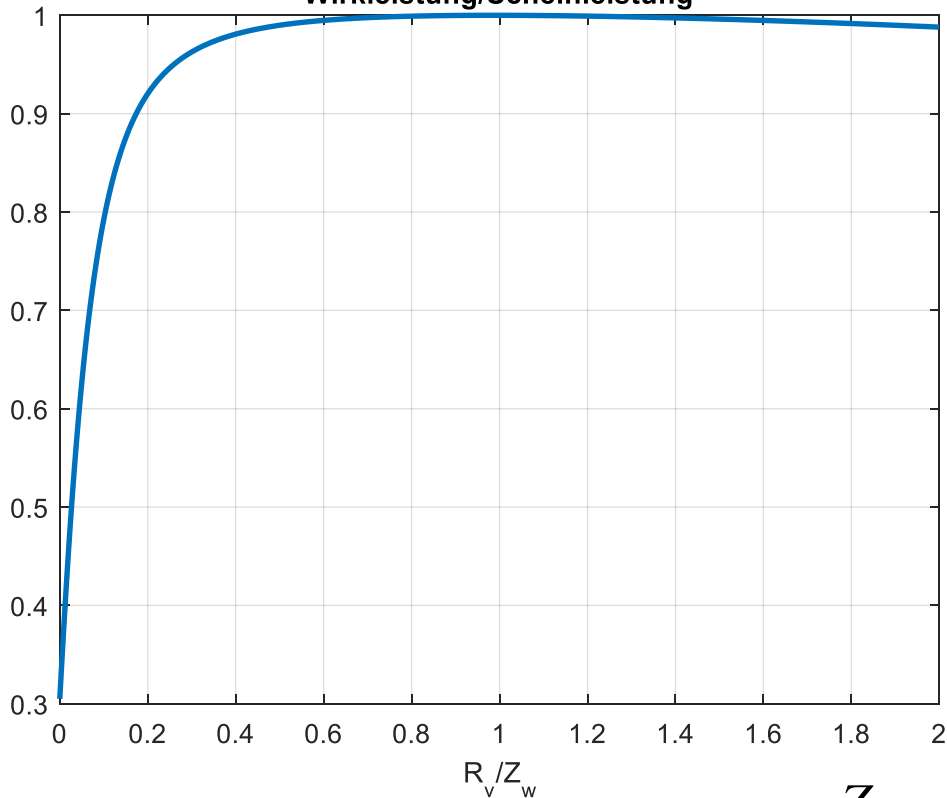
# Kurze Leitung mit Verbraucher IV

Wirk- bzw. Blindleistung als Funktion des Lastwiderstandes:

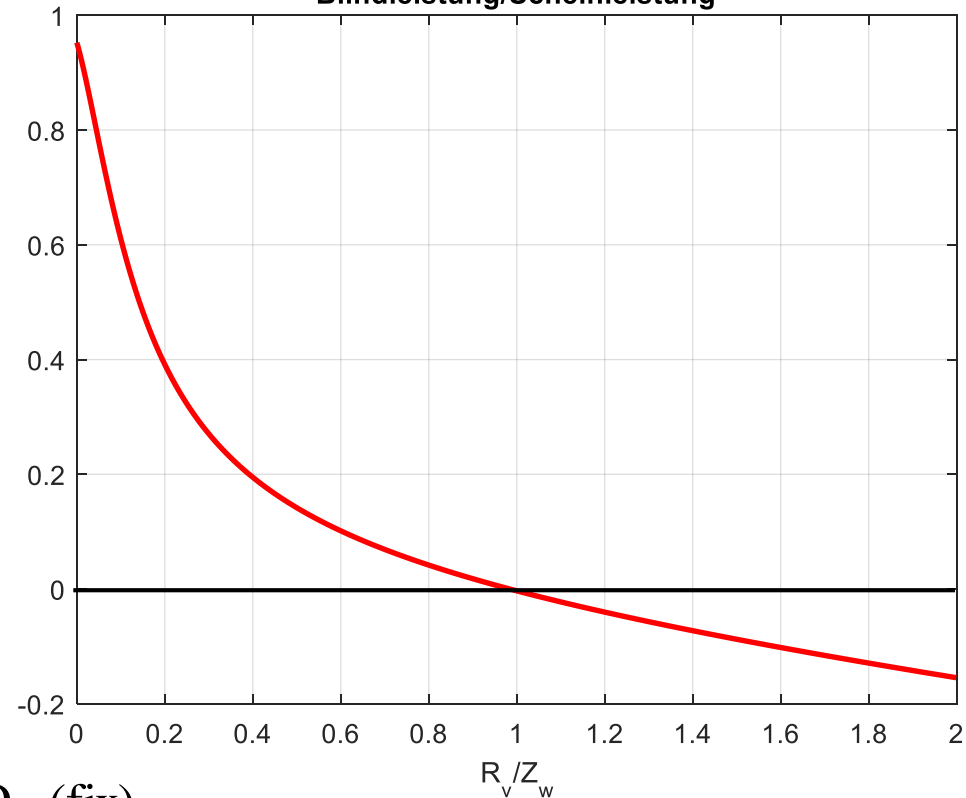
$$\underline{S} = \underline{U}_{ein} \underline{I}_{ein}^* = \frac{|\underline{U}_{ein}|^2}{\underline{Z}_{ein}^*} = \frac{|\underline{U}_{ein}|^2}{|\underline{Z}_{ein}|^2} \underline{Z}_{ein} = \frac{|\underline{U}_{ein}|^2}{|\underline{Z}_{ein}|^2} (\operatorname{Re}\{\underline{Z}_{ein}\} + j \cdot \operatorname{Im}\{\underline{Z}_{ein}\}) = P + jQ$$

$$\Rightarrow S = \frac{|\underline{U}_{ein}|^2}{|\underline{Z}_{ein}|}, \quad \frac{P}{S} = \frac{\operatorname{Re}\{\underline{Z}_{ein}\}}{|\underline{Z}_{ein}|}, \quad \frac{Q}{S} = \frac{\operatorname{Im}\{\underline{Z}_{ein}\}}{|\underline{Z}_{ein}|}$$

Wirkleistung/Scheinleistung



Blindleistung/Scheinleistung



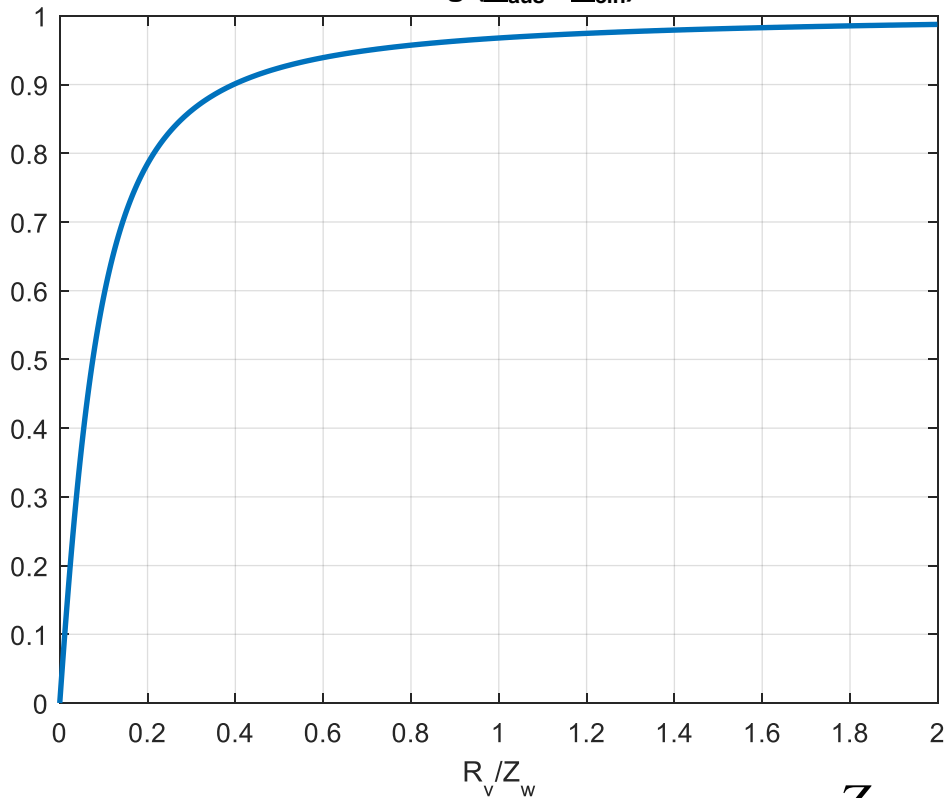
$Z_w = 300 \Omega$  (fix)

# Kurze Leitung mit Verbraucher V

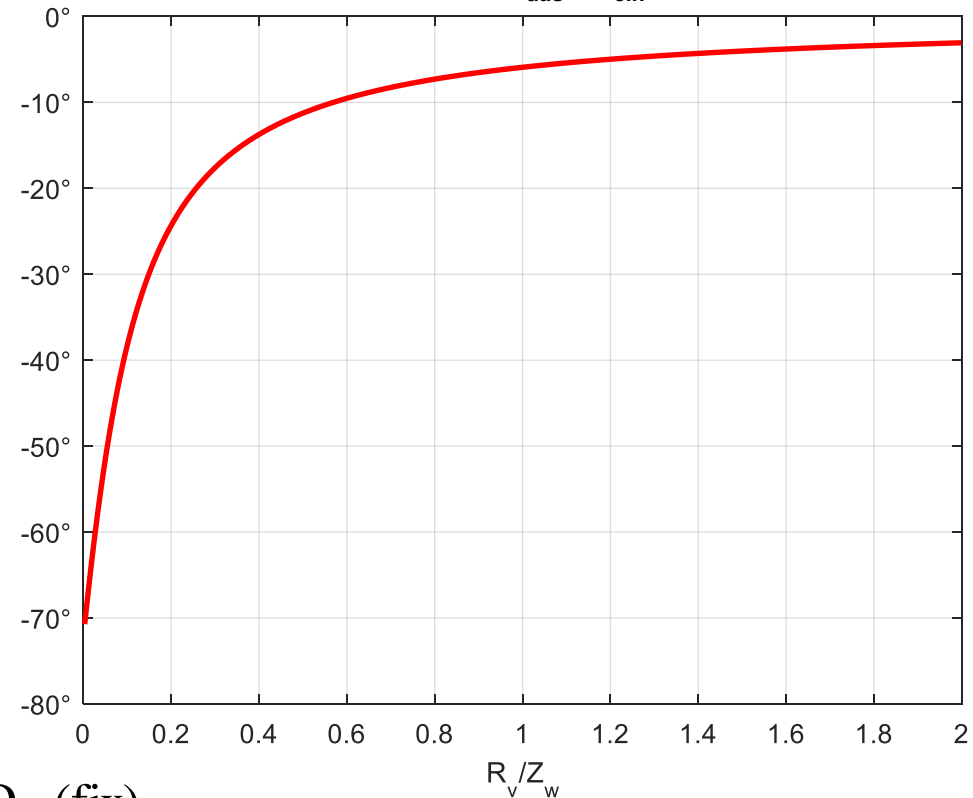
$\underline{U}_{aus} / \underline{U}_{ein}$  als Funktion  
des Lastwiderstandes:

$$\frac{\underline{U}_{aus}}{\underline{U}_{ein}} = \frac{\frac{1}{j\omega \frac{C}{2} + \frac{1}{R_V}}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega \frac{C}{2} + \frac{1}{R_V}}}$$

Betrag ( $\underline{U}_{aus} / \underline{U}_{ein}$ )



Phase ( $\underline{U}_{aus} / \underline{U}_{ein}$ )



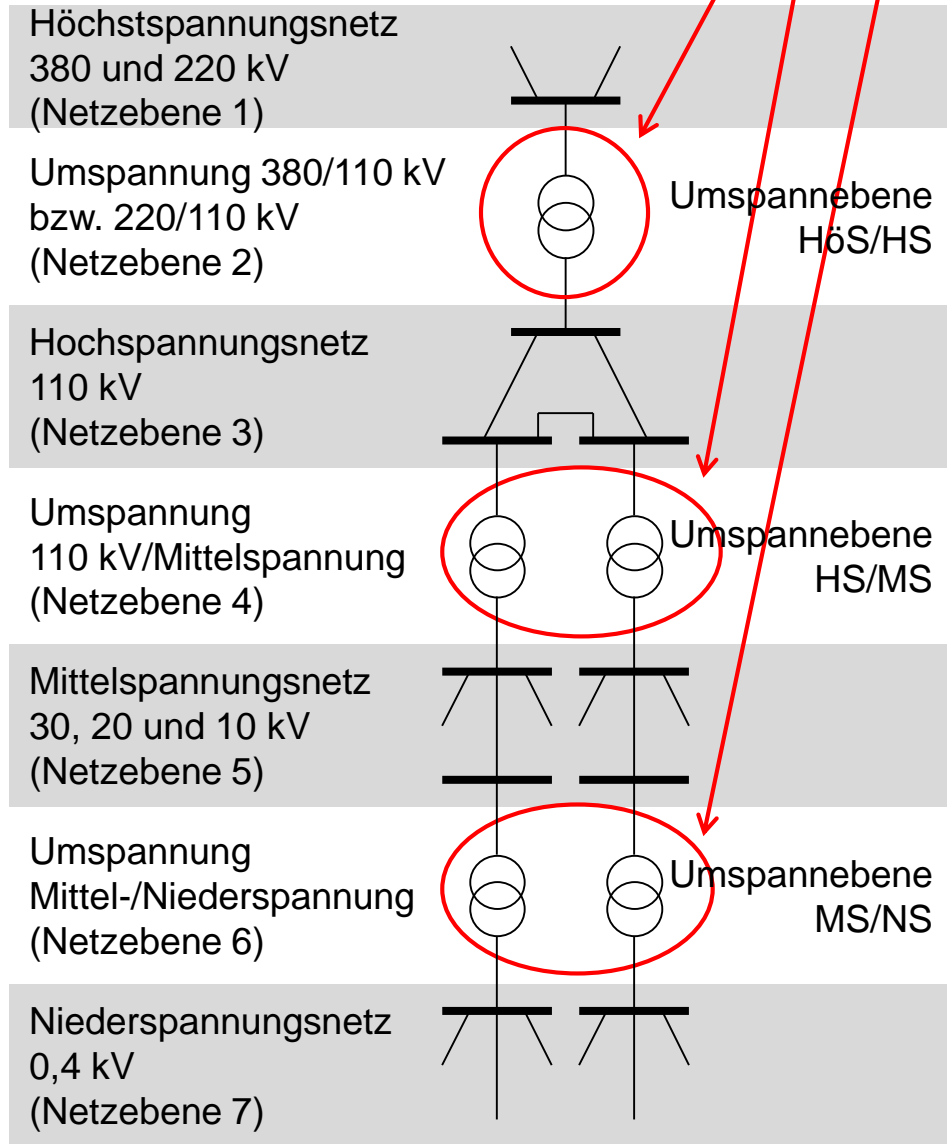
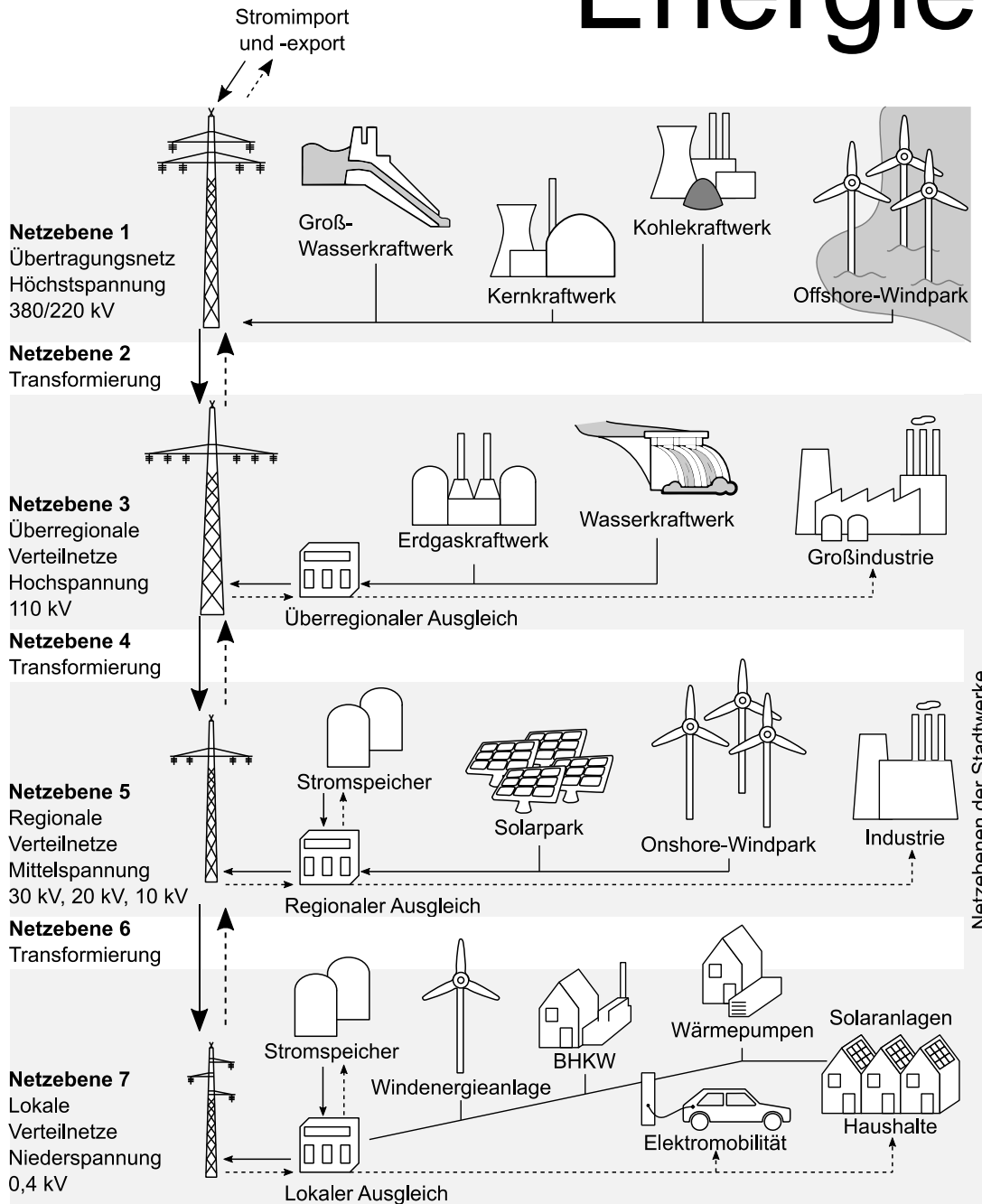
$Z_w = 300 \Omega$  (fix)

# Kurze Leitung mit Verbraucher VI

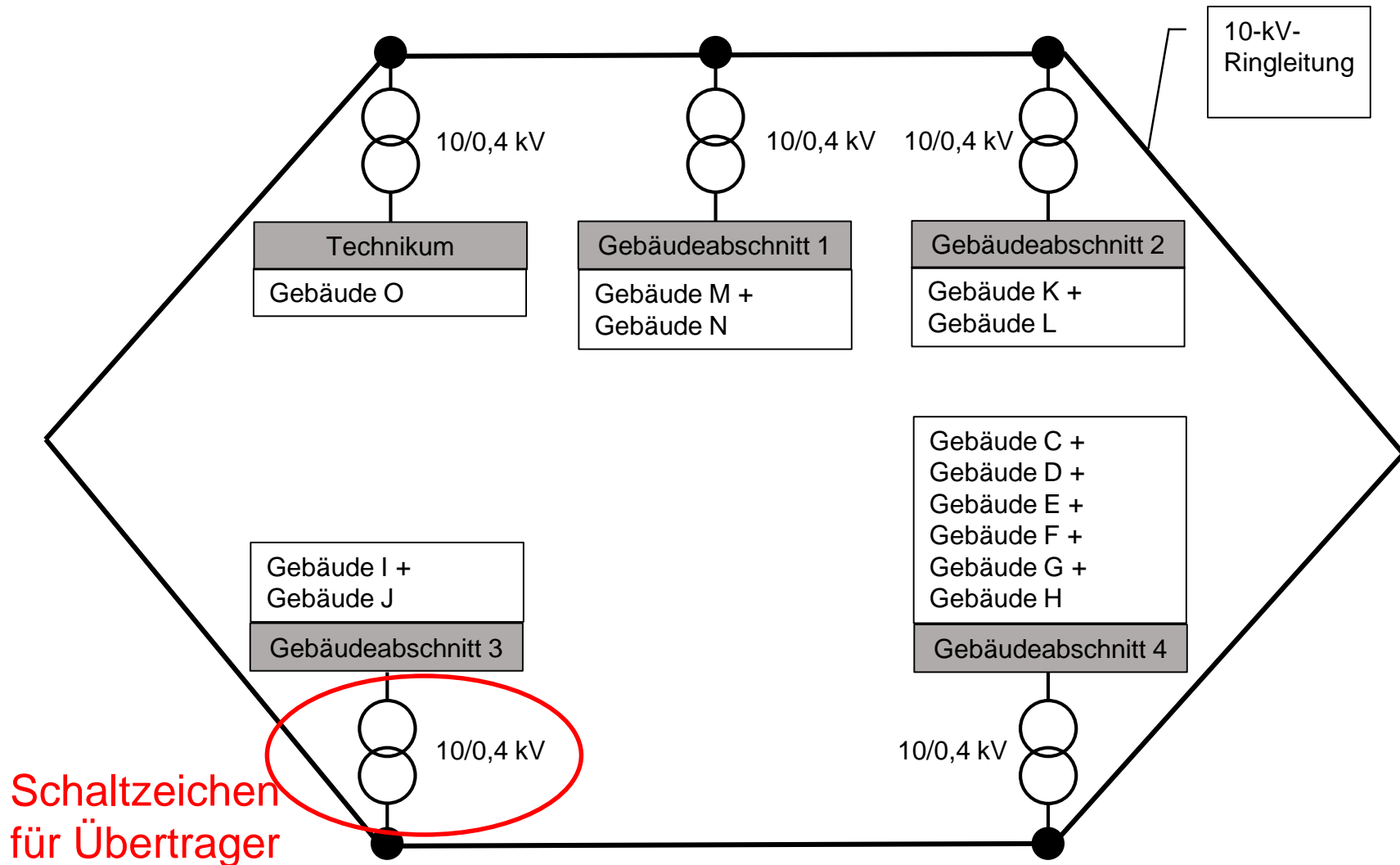
## Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse:

1. Die Leitung bewirkt eine Veränderung des Eingangswiderstandes. Für einen kleinen Verbraucherwiderstand ( $R_V < Z_W$ ) ist er ohmsch-induktiv, für einen großen ohmsch-kapazitiv ( $R_V > Z_W$ ). Daraus folgt, dass die Leistung i.A. einen Blindanteil enthält.
2. Die Leitung bewirkt eine Veränderung von Phase und Amplitude der Spannung am Verbraucherwiderstand in Bezug auf die Eingangsspannung. I.A. eilt die Spannung nach und ist verkleinert – dies umso mehr je kleiner der Verbraucherwiderstand.
3. Für  $R_V \approx Z_W$  ergeben sich minimale imaginäre Anteile in Eingangswiderstand und Leistung. Die Spannung am Verbraucherwiderstand weicht nur um wenige % von der Eingangsspannung ab. Diesen Zustand nennt man **ANPASSUNG** oder **NATÜRLICHEN BETRIEB**.
4. Der Betrieb mit  $R_V < Z_W$  heißt übernatürlicher Betrieb, mit  $R_V > Z_W$  hingegen unternatürlicher Betrieb.

# Energieversorgungsnetz

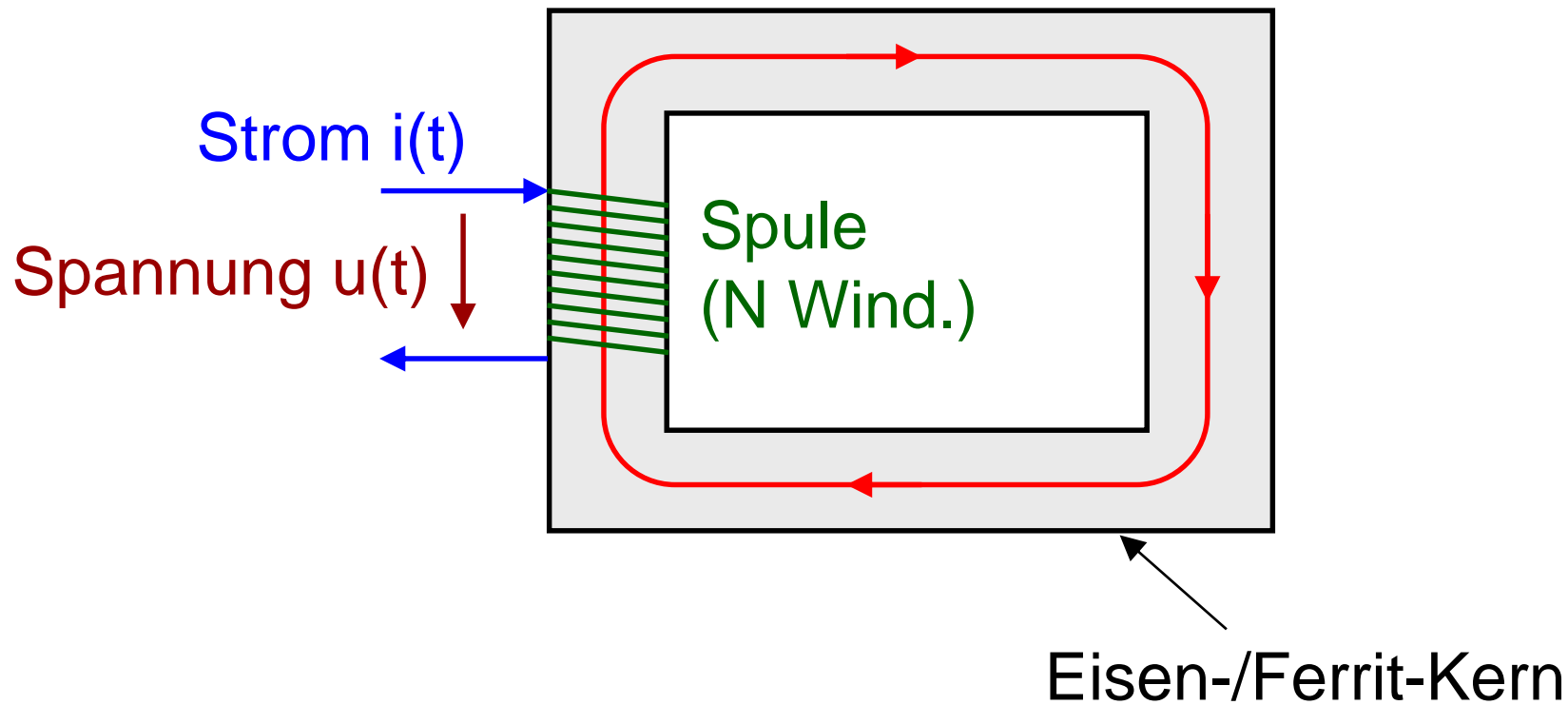


# TUHH-Netz



# Magnetischer Kreis

Magnetische Flussdichte  $B$   
→ magnetischer Fluss  $\Phi$



# Notizen

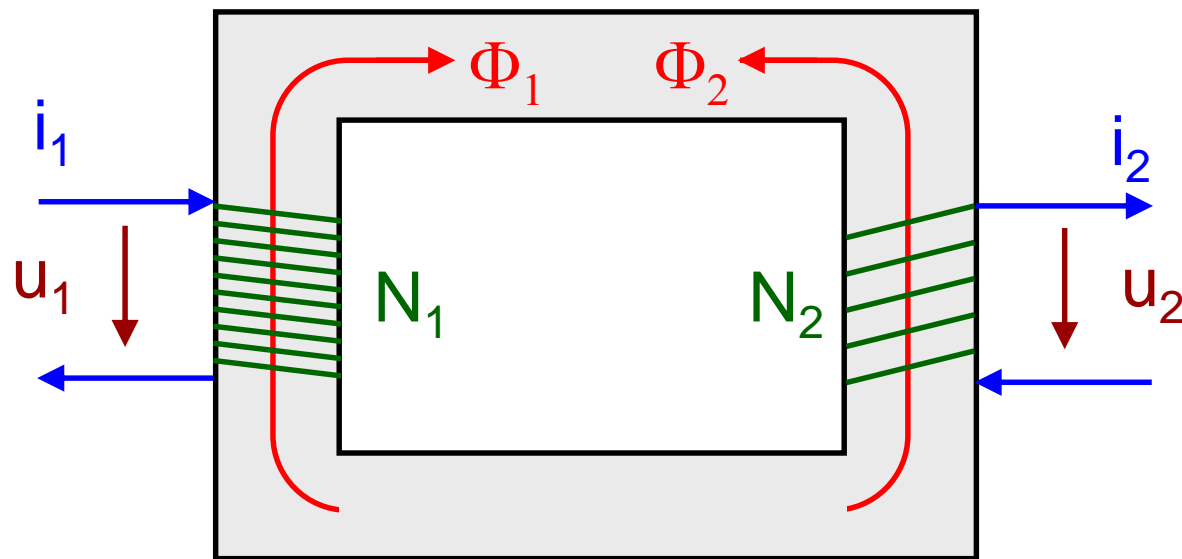
# Notizen

# Magnetische Kopplung

Primärspule  
(oft Eingang)

Gemeinsamer  
magnetischer Fluss

Sekundärspule  
(oft Ausgang)



$$u_1 = -u_1^{\text{ind}} = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$= N_1 \frac{d}{dt} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

Anmerkung: Die Herleitung der Vorzeichen aus den gewählten Zählpfeilrichtungen gelingt mit Hilfe von Albach, Kap. 6.2.

$$u_2 = u_2^{\text{ind}} = -N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$= -N_2 \frac{d}{dt} (\Phi_2 - \Phi_1)$$

„Übersetzungsverhältnis“

$$u_1 : u_2 = N_1 : N_2 = \ddot{u}$$

# Ruhende Leiterschleife an Spannungsquelle

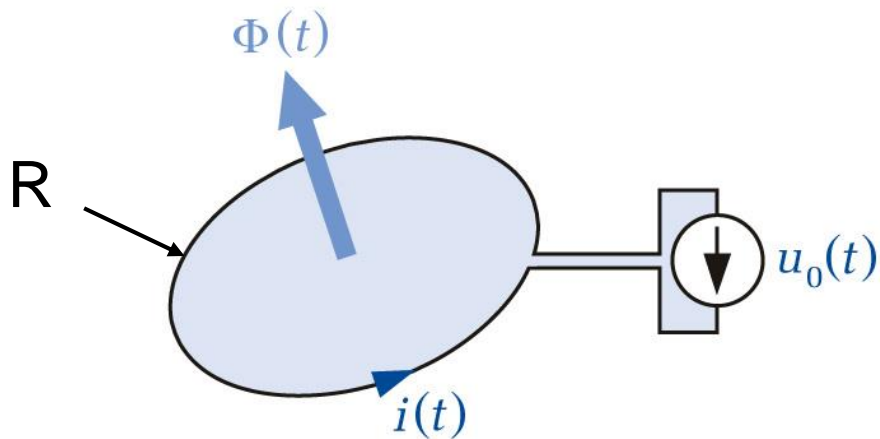


Abbildung 6.13: Zum Induktionsgesetz von Faraday

## Induktionsgesetz

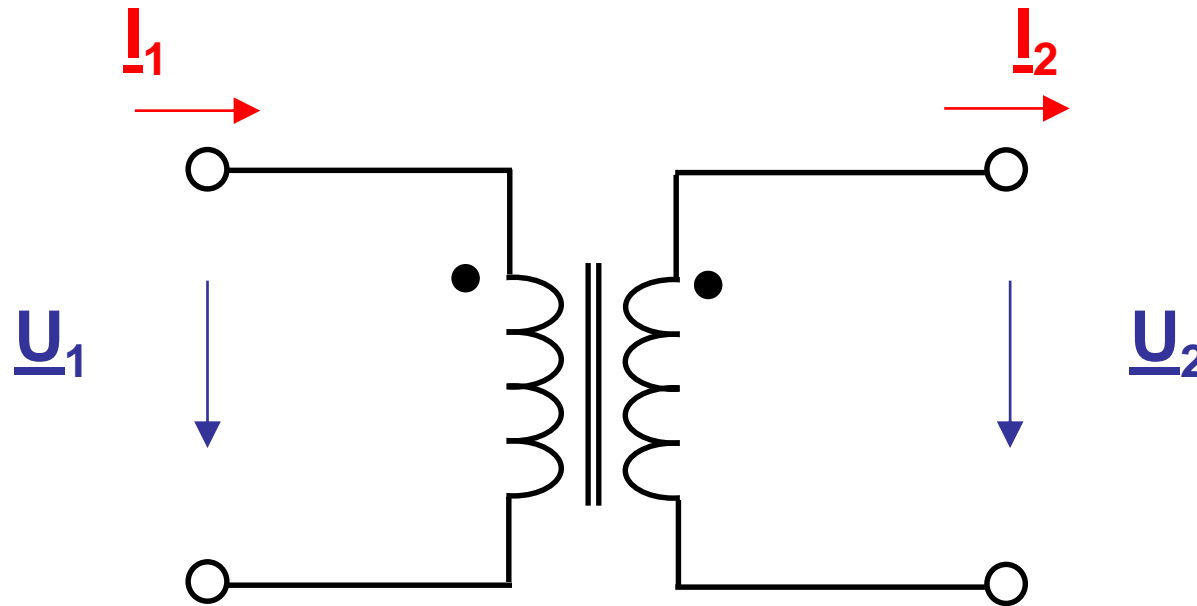
$$\oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Maschenumlauf: 
$$\oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{s} = R i(t) - u_0(t) = \underbrace{- \frac{d\Phi(t)}{dt}}_{u^{\text{ind}}}$$

mit  $R=0$ :

$$u_0(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

# Der ideale Übertrager

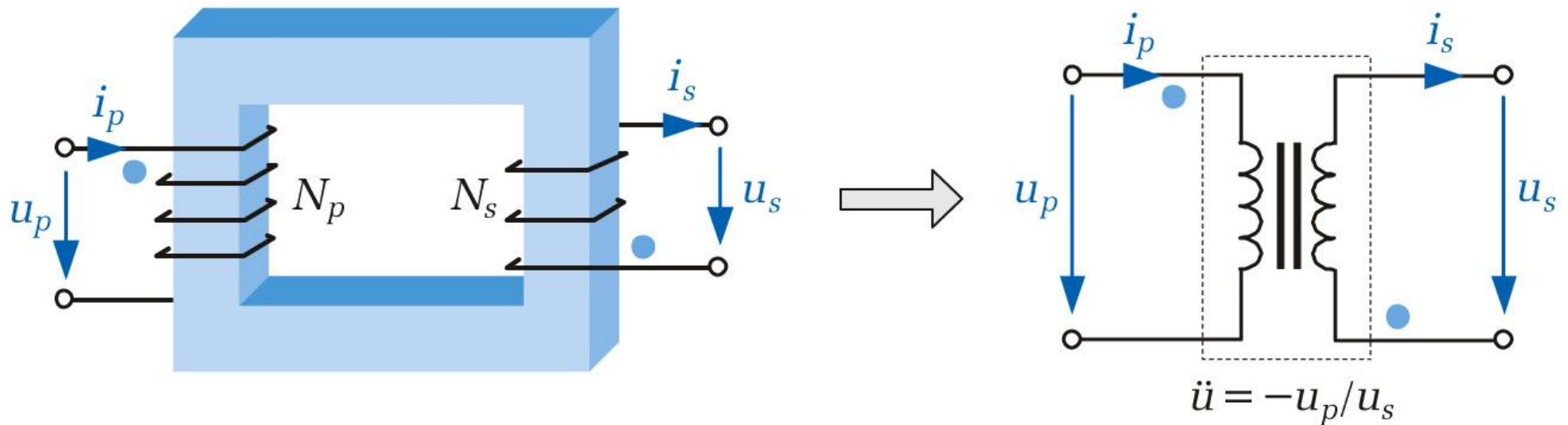
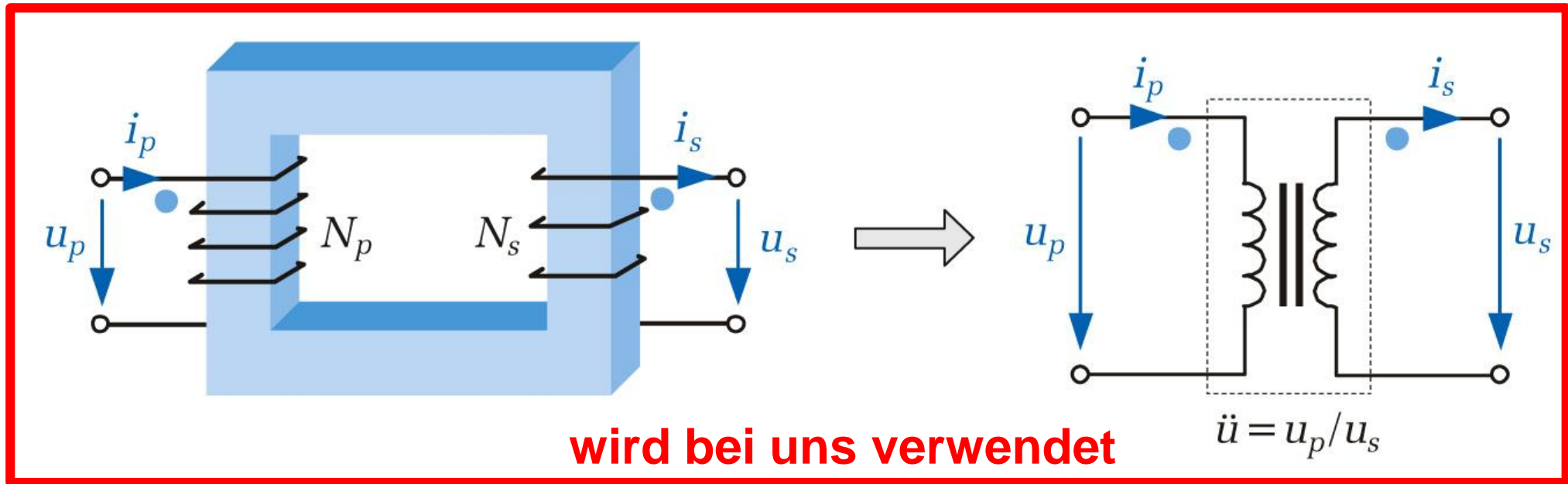


$$N_1 : N_2 = \ddot{u}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \ddot{u} \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 : \ddot{u} \end{aligned}$$

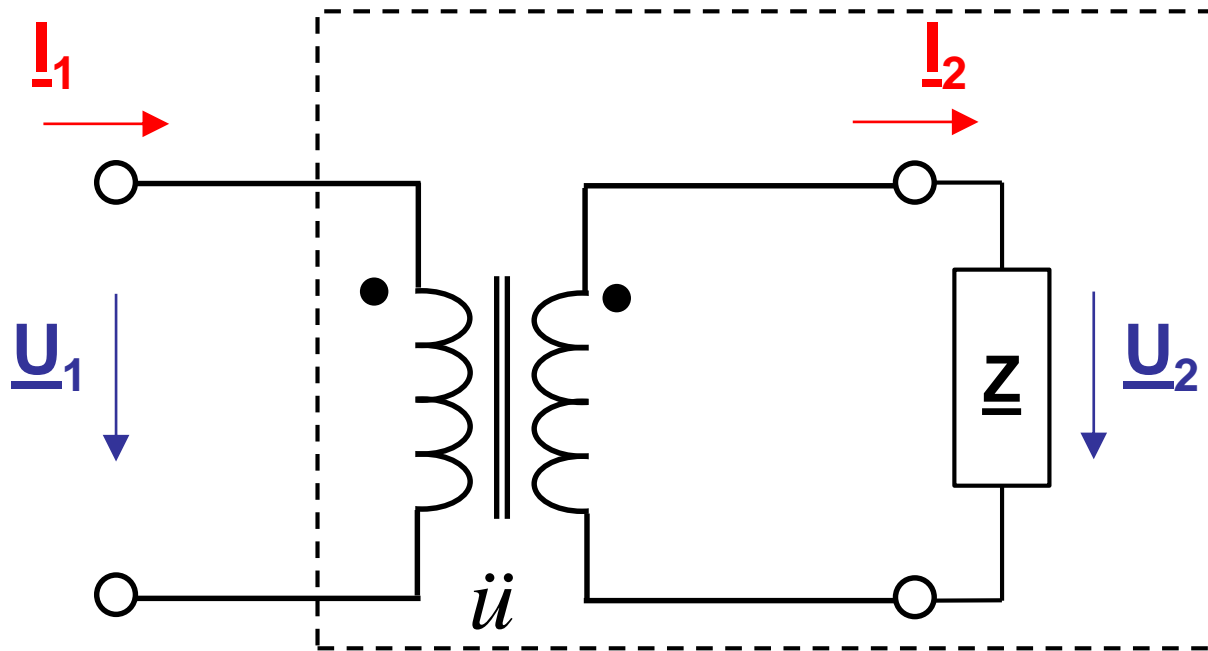
$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{u} & 0 \\ 0 & 1/\ddot{u} \end{pmatrix}}_{\underline{A}} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

# Notizen



**Abbildung 6.47:** Schaltsymbol für den idealen Übertrager

# Impedanztransformation für ideale Übertrager

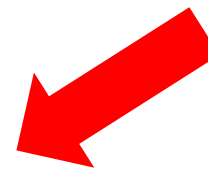
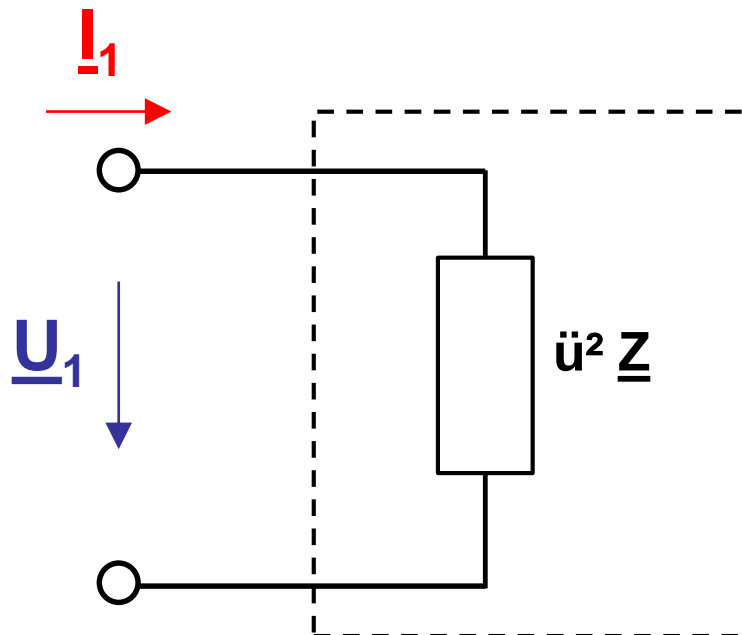


$$\underline{U}_2 = \underline{Z} \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{\underline{ü}} \underline{U}_1 \quad \underline{I}_2 = \underline{ü} \underline{I}_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\underline{ü}} \underline{U}_1 = \underline{Z} \cdot \underline{ü} \underline{I}_1$$

$$\Rightarrow \underline{U}_1 = \underline{ü}^2 \underline{Z} \underline{I}_1$$



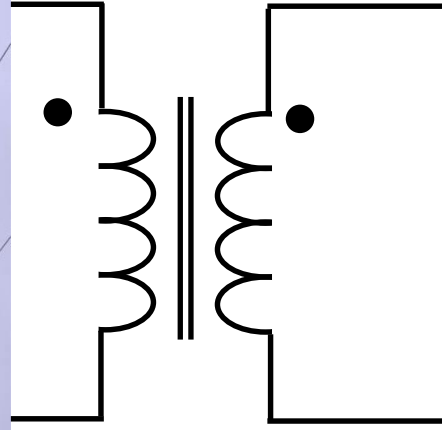
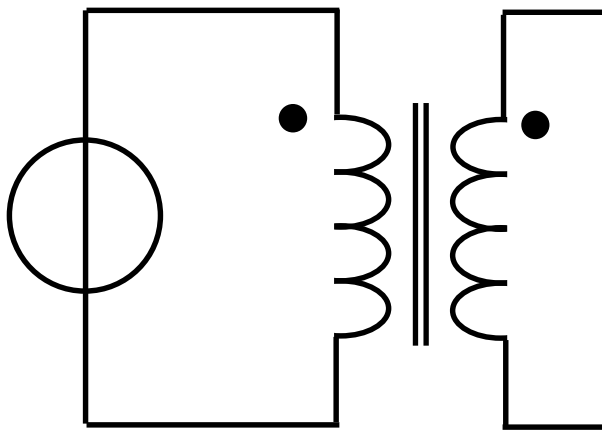
**„Impedanz-  
transformation“**

# Notizen

# Quiz zu idealen Übertragern

$10\ \Omega$

$1\ \text{k}\Omega$



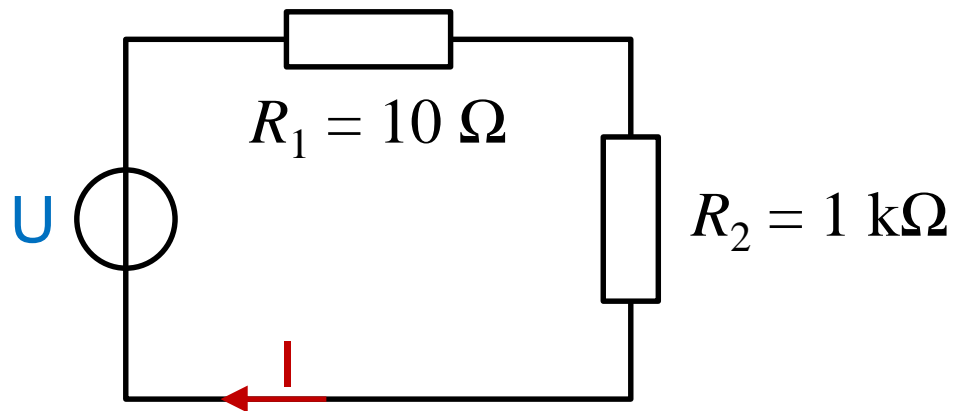
$$\begin{aligned} N_1 : N_2 \\ = \ddot{u} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_2 : N_1 \\ = 1 / \ddot{u} \end{aligned}$$

Wie müssen Sie  $\ddot{u}$  wählen, damit das Verhältnis von Verlustleistung zu Verbraucherleistung  $1/10'000$  ist?

# Quiz zu idealen Übertragern

ohne Übertrager

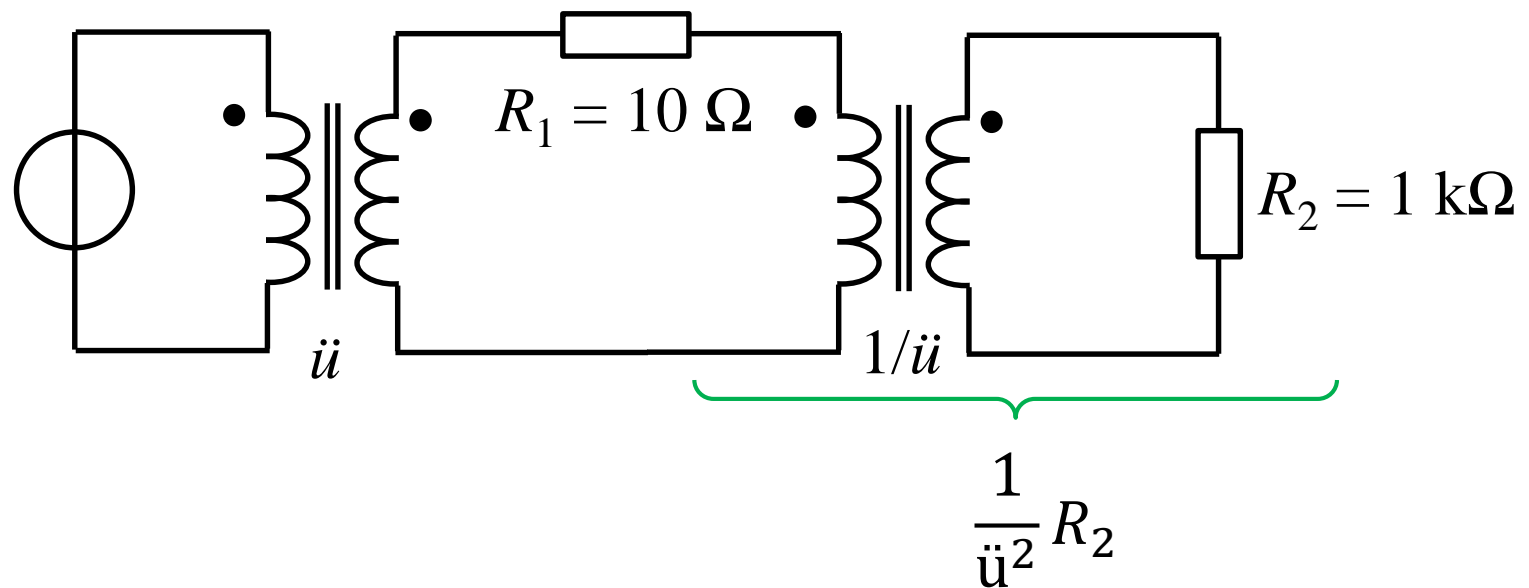


$$P_{VL} = R_1 I^2$$

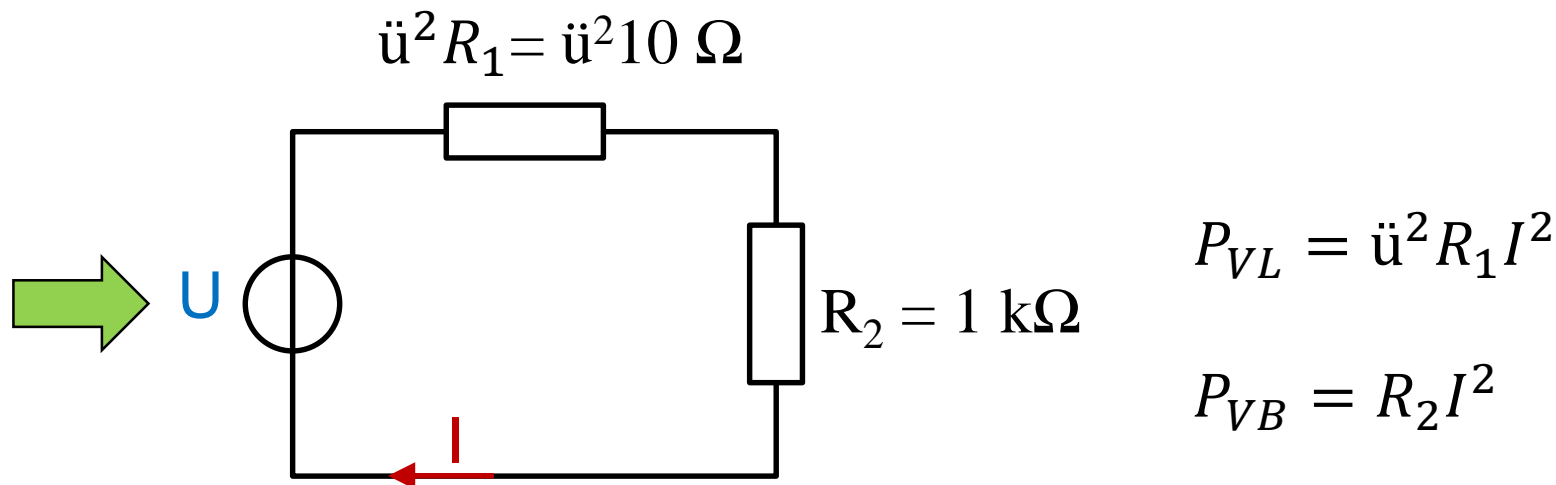
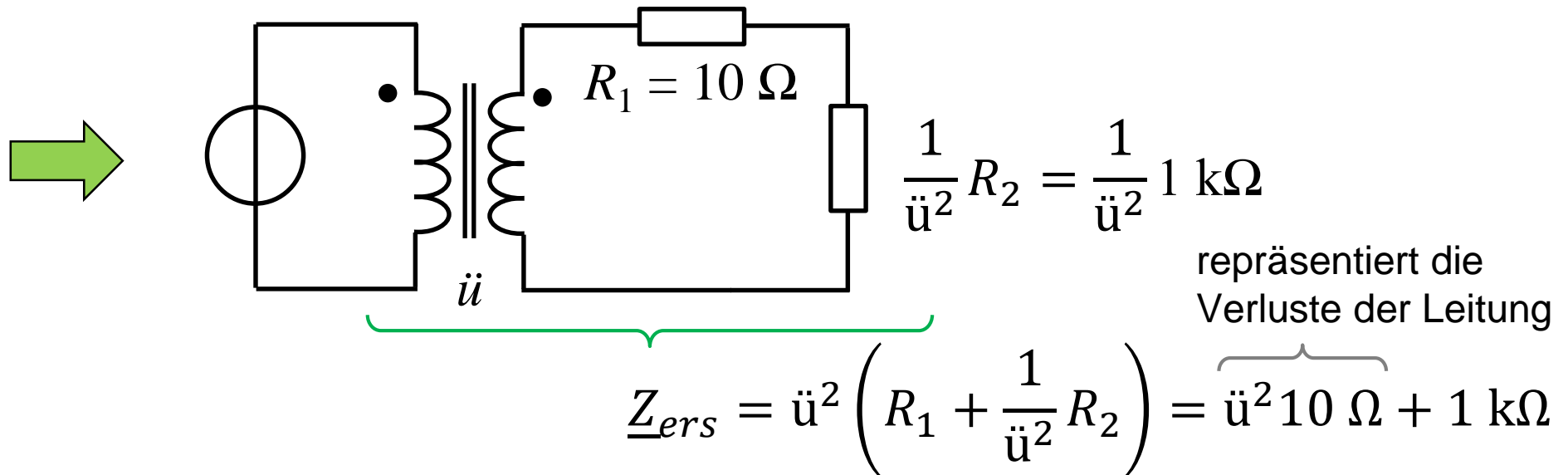
$$P_{VB} = R_2 I^2$$

$$\rightarrow \frac{P_{VL}}{P_{VB}} = \frac{1}{100}$$

mit Übertrager



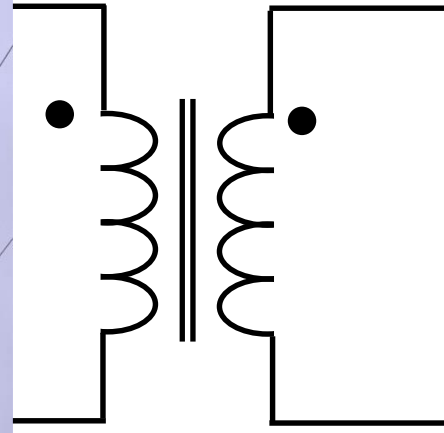
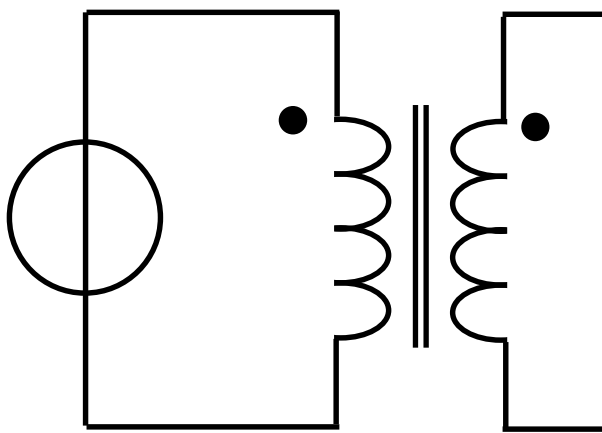
# Quiz zu idealen Übertragern



# Quiz zu idealen Übertragern

$10\ \Omega$

$1\ \text{k}\Omega$



$$\begin{aligned} N_1 : N_2 \\ = \ddot{u} \end{aligned}$$

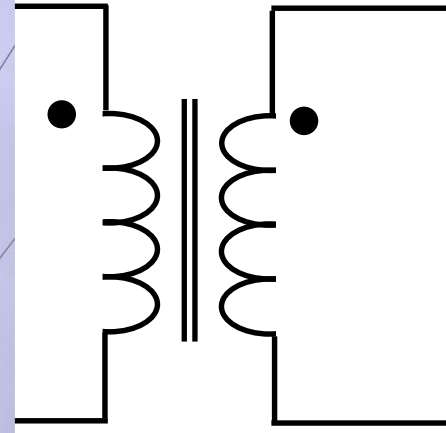
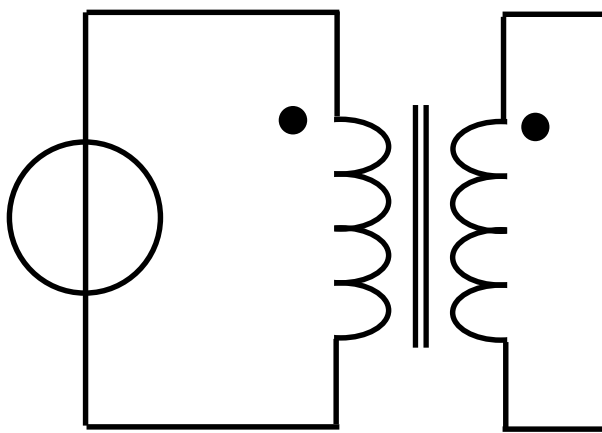
$$\begin{aligned} N_2 : N_1 \\ = 1 / \ddot{u} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Verlustleistung: } P_{\text{VL}} = \ddot{u}^2 \cdot 10\ \Omega \cdot I^2 \\ \text{Verbraucherleistung: } P_{\text{VB}} = 1\ \text{k}\Omega \cdot I^2 \end{array} \right\} \frac{P_{\text{VL}}}{P_{\text{VB}}} = \frac{\ddot{u}^2}{100} = \frac{1}{10'000} \quad (!)$$

# Quiz zu idealen Übertragern

$10\ \Omega$

$1\ \text{k}\Omega$



$$\begin{aligned} N_1 : N_2 \\ = \ddot{u} \end{aligned}$$

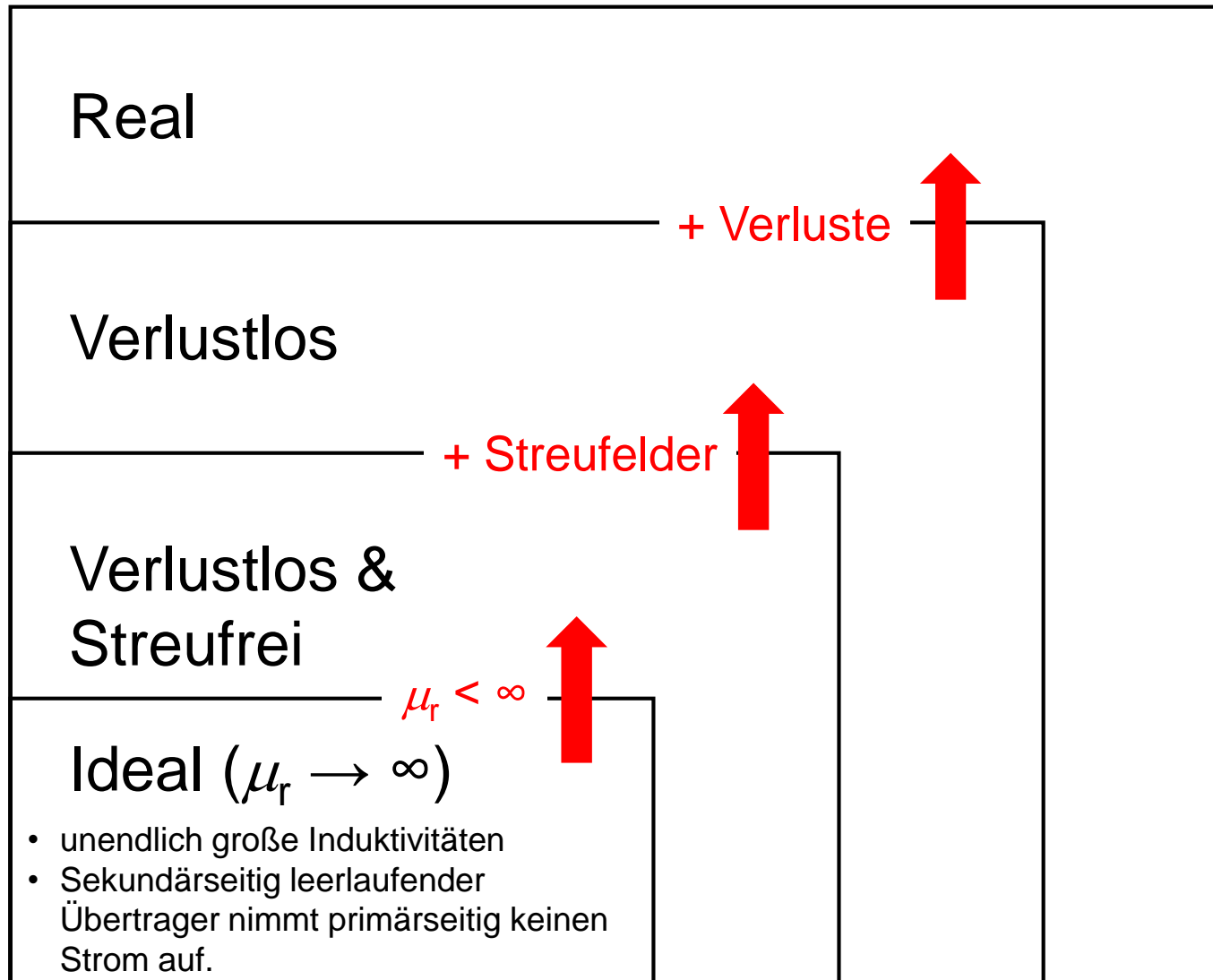
$$\begin{aligned} N_2 : N_1 \\ = 1 / \ddot{u} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Verlustleistung: } P_{\text{VL}} = \ddot{u}^2 \cdot 10\ \Omega \cdot I^2 \\ \text{Verbraucherleistung: } P_{\text{VB}} = 1\ \text{k}\Omega \cdot I^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \ddot{u} = \frac{1}{10}$$

# Notizen

# Klassifikation von Übertragern

(Übertrager = Transformator = Umspanner)



Verluste können in den Wicklungen (Kupferverluste) und im Kern (Eisenverluste) auftreten.

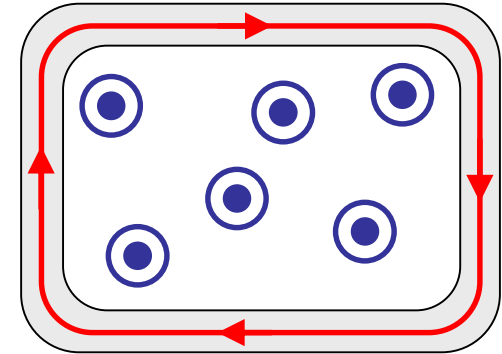
Streuungen des magnetischen Flusses treten auf, wenn der Fluss der einen Spule die andere nicht vollständig durchsetzt.

# Notizen

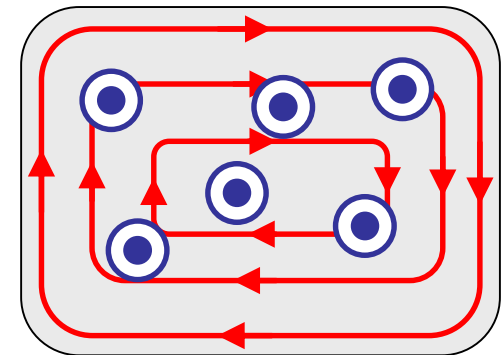
# Notizen

# Wirbelströme und Skin-Effekt

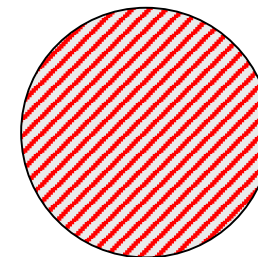
Gemäß **Induktionsgesetz** wird *entlang einer Leiterschleife* eine Spannung induziert, sobald sich der sie durchsetzende magnetische Fluss zeitlich ändert. Als Folge fließt i. A. ein Ringstrom in der Leiterschleife.



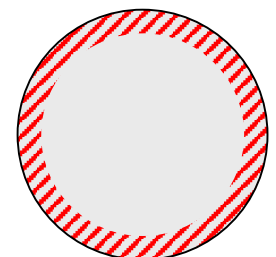
Aber auch *innerhalb von ausgedehnten Leitern* wird bei Flussänderung eine Spannung induziert. Als Folge fließen flächenhaft verteilte **Wirbelströme** (die Ströme "wirbeln" um die Flusslinien).



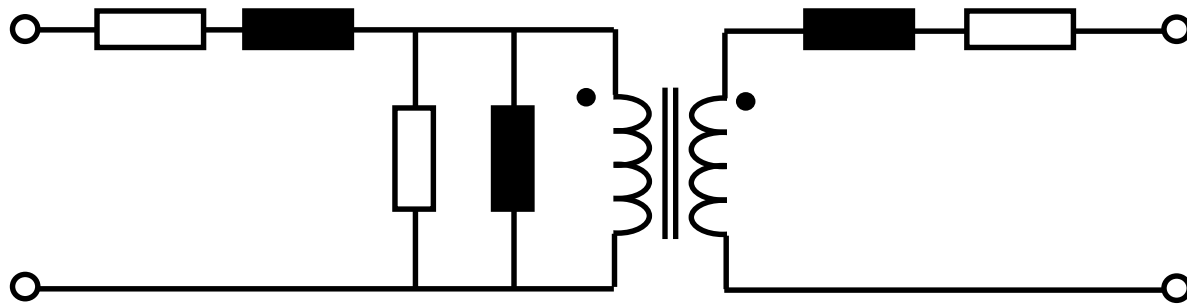
Eine Folge davon ist der **Skin-Effekt** (Haut-Effekt), der besagt, dass Wechselstrom "sehr hoher" Frequenz nur in einer dünnen Schicht unterhalb der Leiteroberfläche fließt. Die Schichtdicke (Skintiefe) ist frequenzabhängig.



Gleichstrom

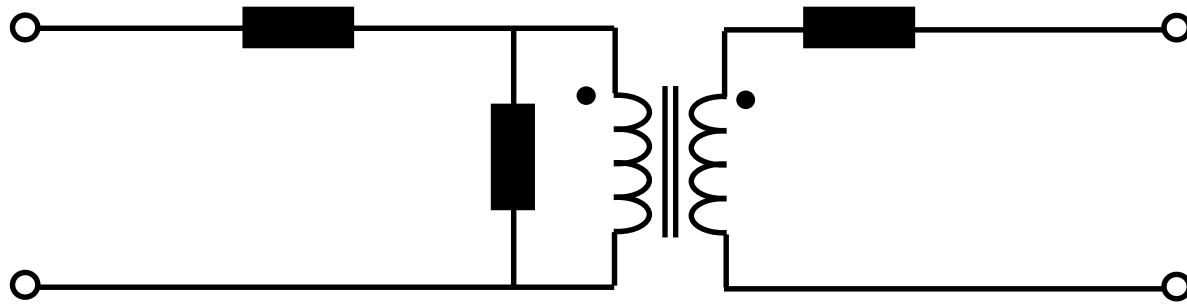


Wechselstrom



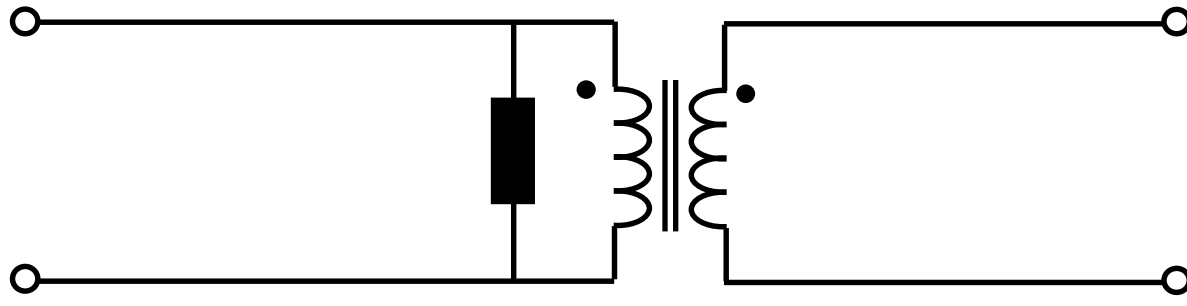
Realer Übertrager

+ Verluste



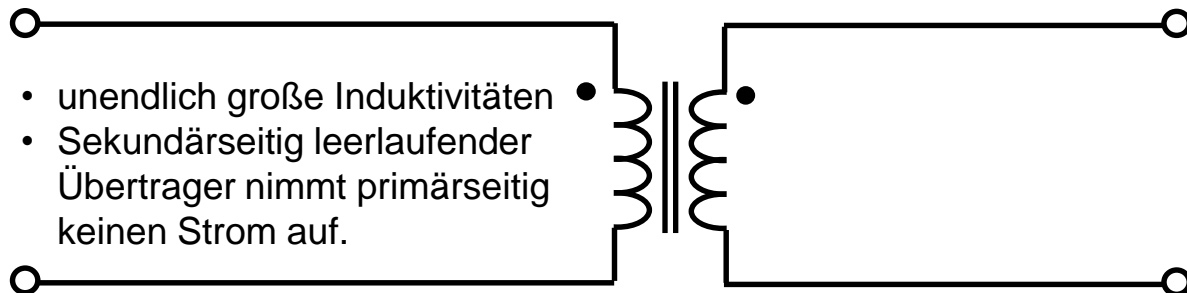
Verlustloser Übertrager

+ Streufelder



Verlustloser und  
strefreier Übertrager

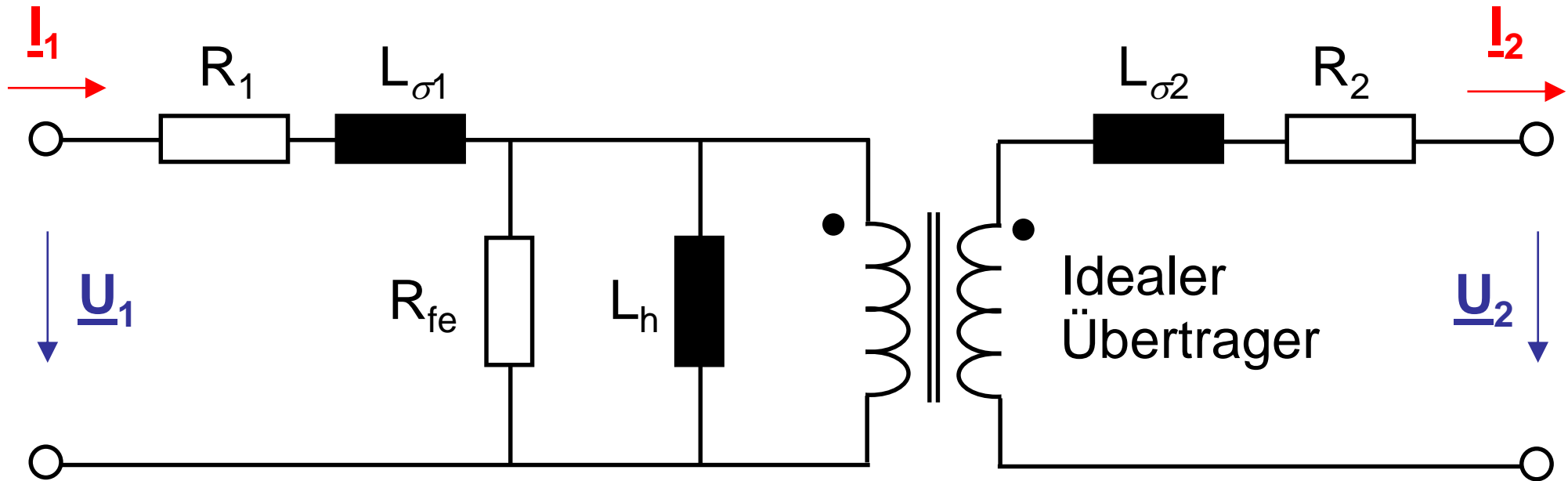
$\mu_r < \infty$



- unendlich große Induktivitäten
- Sekundärseitig leerlaufender Übertrager nimmt primärseitig keinen Strom auf.

Idealer Übertrager ( $\mu_r \rightarrow \infty$ )

# Der reale Übertrager I



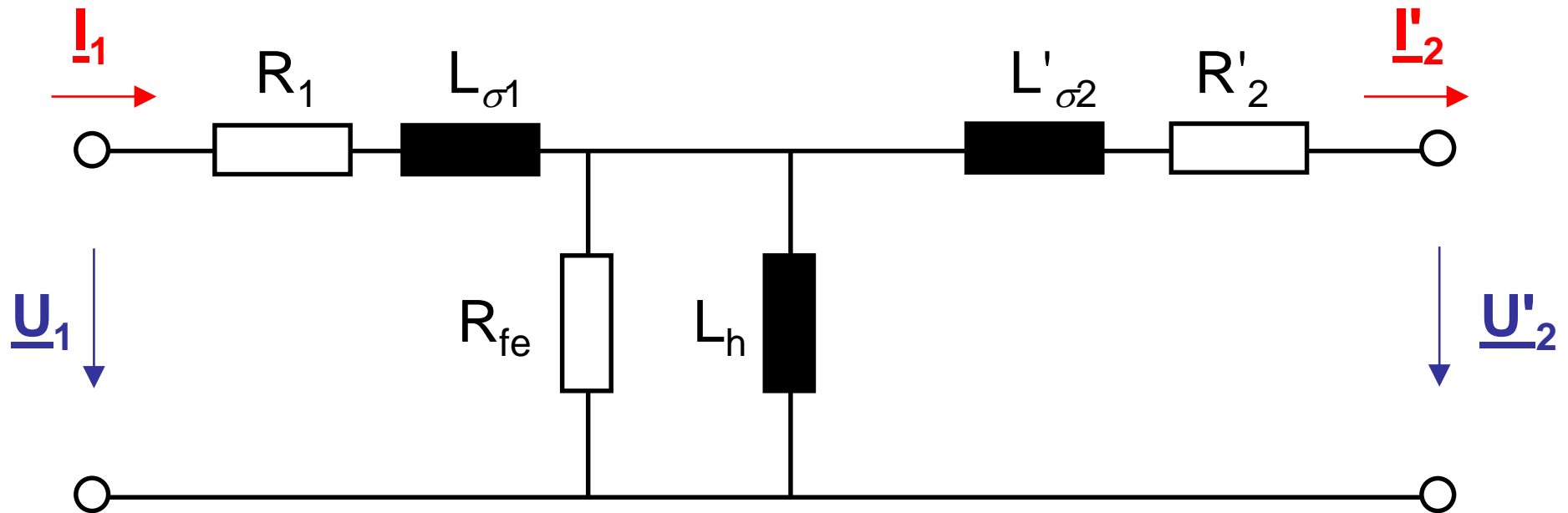
$R_1, R_2$       Wicklungswiderstände (primärseitig, sekundärseitig)

$L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$       Streuinduktivitäten (primärseitig, sekundärseitig)

$R_{fe}$       Eisenwiderstand (repräsentiert Eisenverluste, d.h. Wirbelstrom- und Hystereseverluste im Kern)

$L_h$       Hauptinduktivität

# Der reale Übertrager II



Idealer Übertrager ersetzt durch Impedanztransformationen (d.h. sekundärseitige Größen sind auf Primärseite umgerechnet, man sagt „bezogen“; ggf. auszudehnen auf Lastwiderstand):

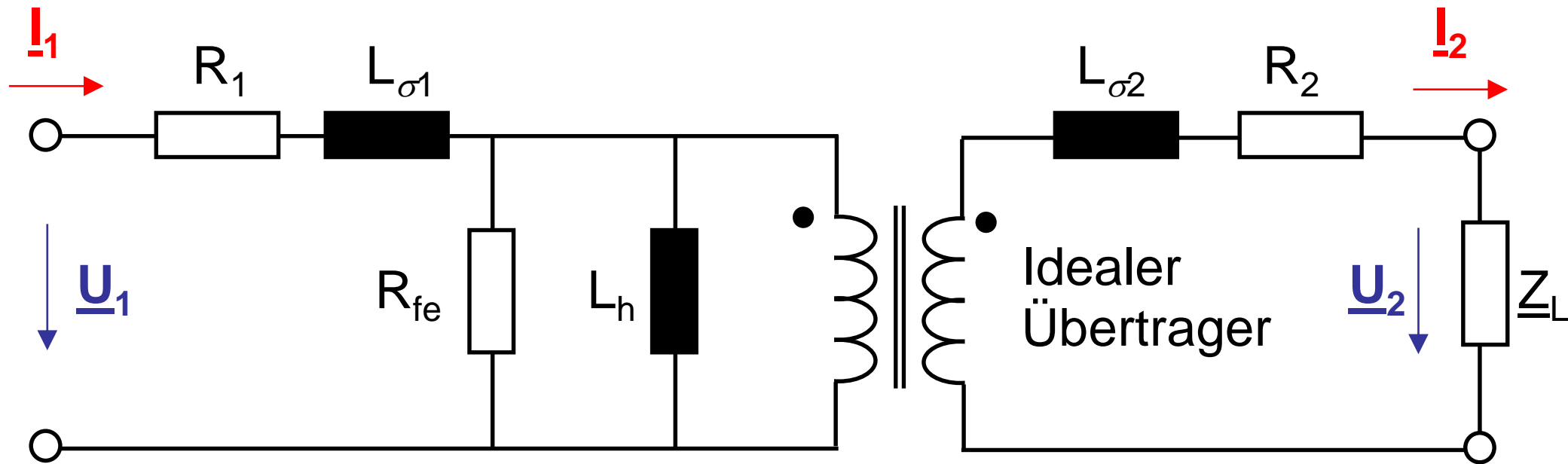
$$R'_2 = R_2 \cdot \ddot{u}^2$$

$$L'_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} \cdot \ddot{u}^2$$

$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_2 \cdot \ddot{u}$$

$$\underline{I}'_2 = \underline{I}_2 / \ddot{u}$$

# Der reale Übertrager: Beispiel



$$R_1 \approx R_2' = 0,0104 \, \Omega$$

$$X_{\sigma 1} \approx X_{\sigma 2}' = 0,237 \, \Omega$$

$$R_{fe} = 2841 \, \Omega$$

$$X_h = 2427 \, \Omega$$

$$U_{1n} = 5 \, \text{kV}$$

$$U_{2n} = 100 \, \text{kV}$$

$$\ddot{u} = 1/20$$

$$S_2 = U_2 \cdot I_2 = 6 \, \text{MVA}$$

(wird an  $\underline{Z}_L$  umgesetzt)

Vorgabe:

$$U_2 = 100 \, \text{kV} \text{ bei } S_2 = 6 \, \text{MVA}$$

$$(\triangleq I_2 = 60 \, \text{A})$$

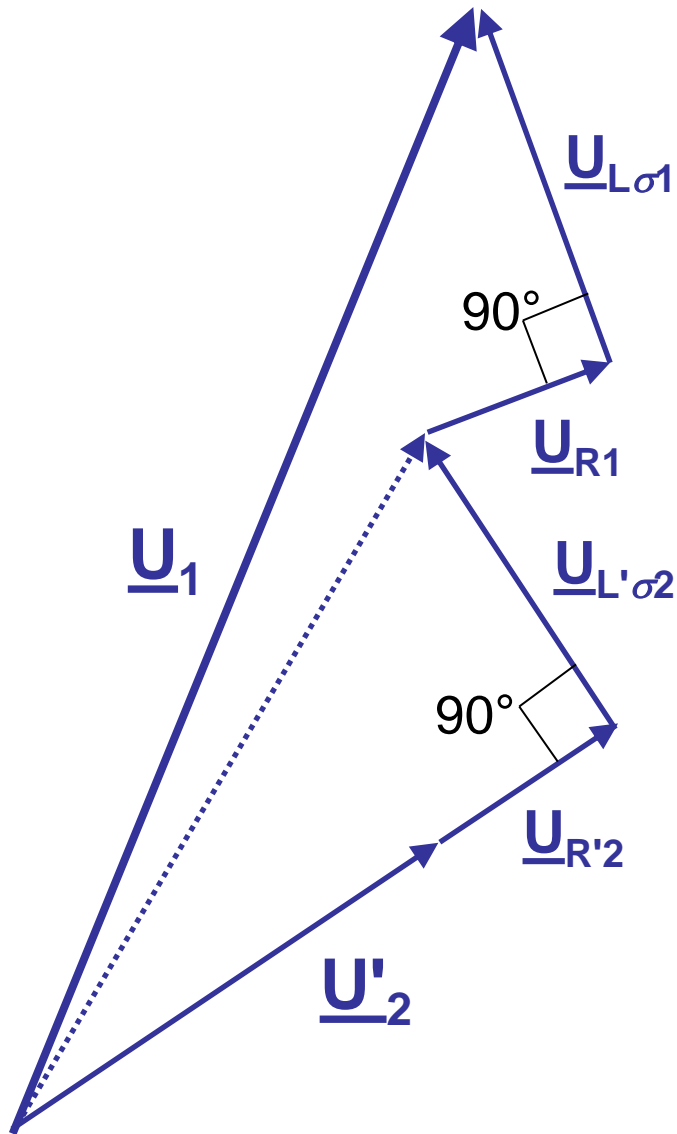
$$\rightarrow U_1 = 5,38 \, \text{kV}$$

$$I_1 = 1203 \, \text{A}$$

$$S_1 = U_1 \cdot I_1 = 6,47 \, \text{MVA}$$

# Der reale Übertrager III

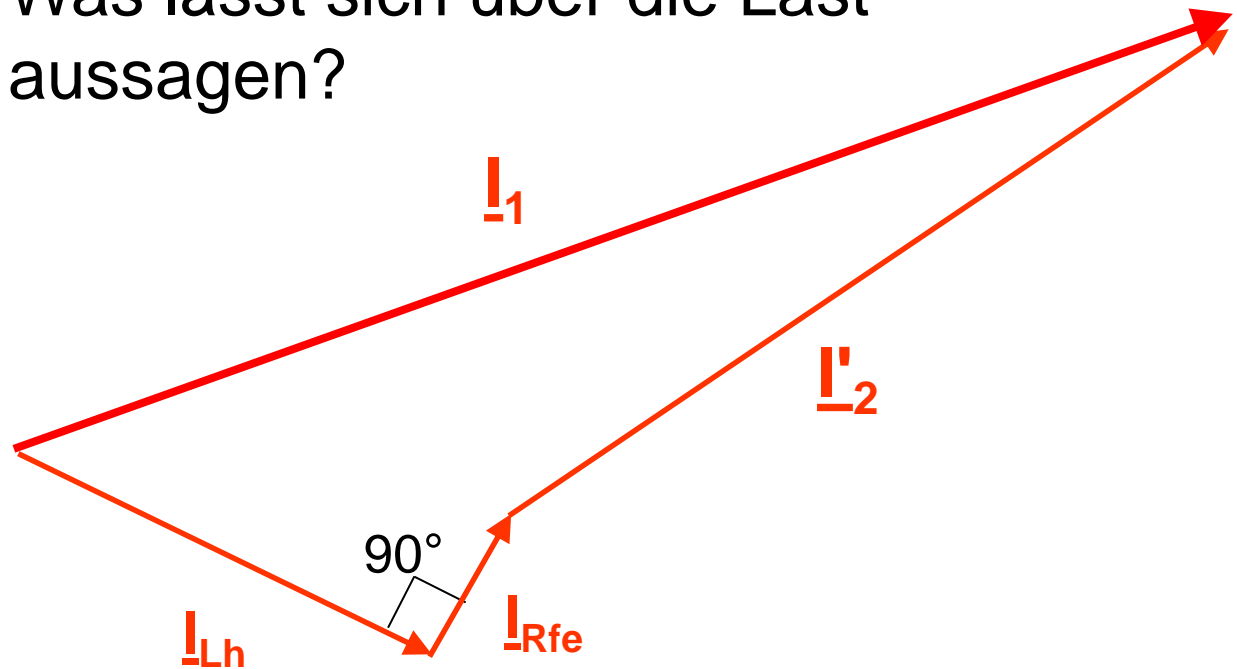
## - Zeigerdiagramm -



Woher kommen die rechten Winkel?

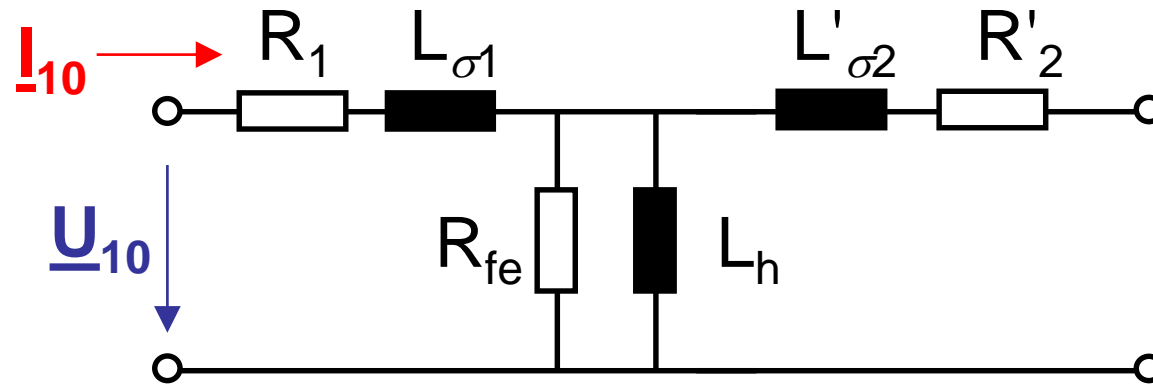
Welche Zeiger müssen parallel liegen?

Was lässt sich über die Last aussagen?

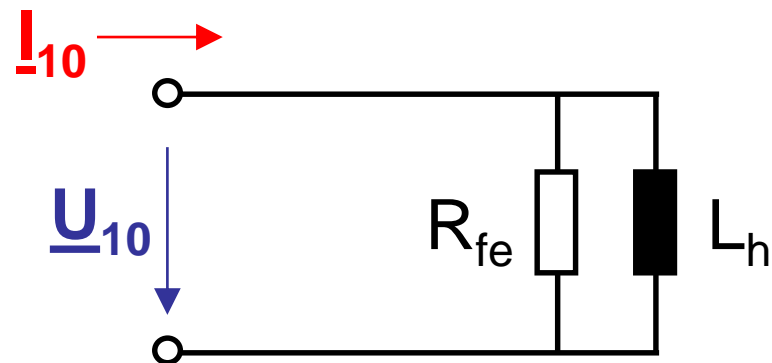


# Leerlauf-Versuch

(zur messtechnischen Ermittlung der Querelemente im ESB)



≈

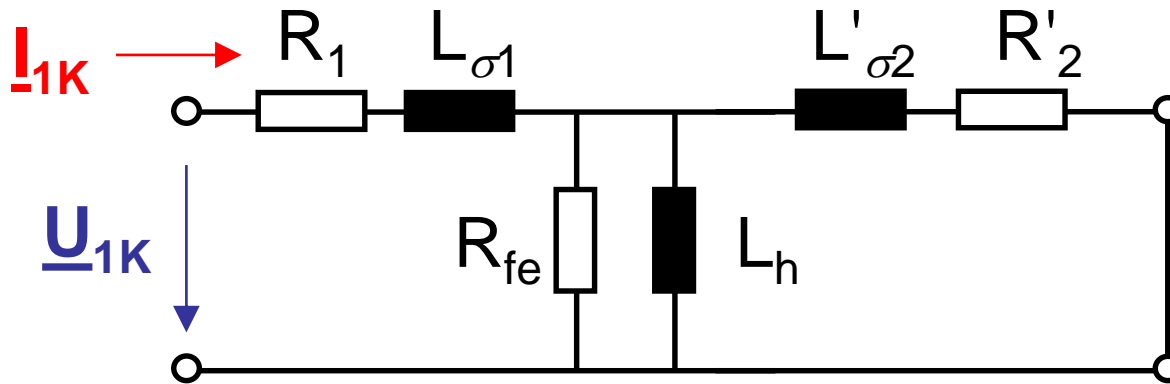


- sekundärseitiger Leerlauf („0“)
- primärseitige Speisung mit Bemessungsspannung und Messung des sich einstellenden primärseitigen Stroms  $\rightarrow U_{10}, I_{10}$

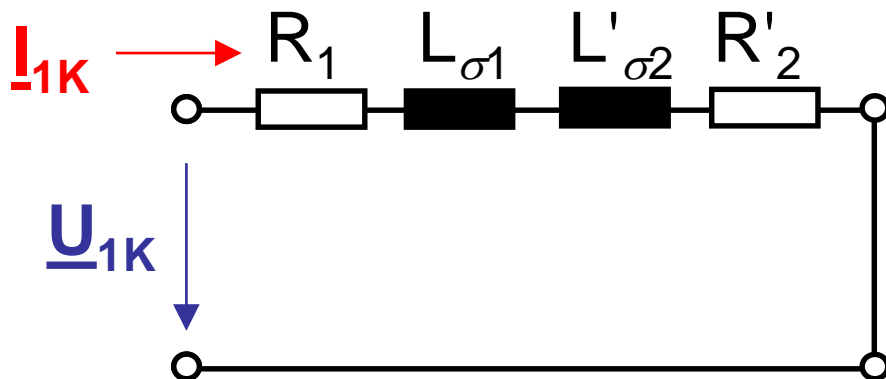
$$\underline{U}_{10} \approx \frac{1}{\frac{1}{R_{fe}} + \frac{1}{j\omega L_h}} \cdot \underline{I}_{10}$$

# Kurzschluss-Versuch

(zur messtechnischen Ermittlung der Längselemente im ESB)



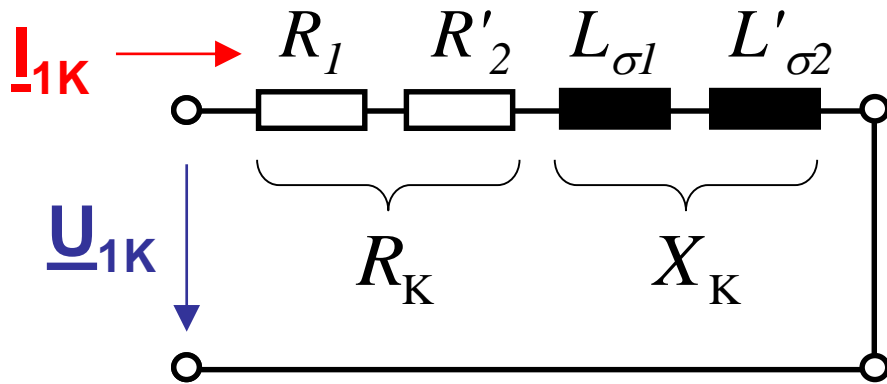
≈



- sekundärseitiger Kurzschluss ("K")
- Erhöhung der primärseitigen Spannung, ausgehend von 0, so lange, bis sich der primärseitige Bemessungsstrom einstellt →  $U_{1K}, I_{1K}$

$$\underline{U}_{1K} \approx (R_1 + R'_2) \cdot \underline{I}_{1K} + j\omega(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2}) \cdot \underline{I}_{1K}$$

# Kurzschluss-Versuch



gemessene Größen mit Bsp.-Zahlenwerten:

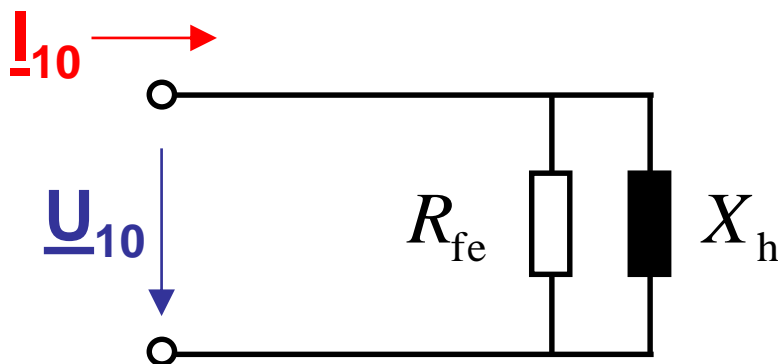
$$U_{1K} = 18 \text{ V}$$

$$I_{1K} = 12 \text{ A (Bemessungsstrom)}$$

$$P_{1K} = 75 \text{ W}$$

$$\Rightarrow R_K, X_K$$

# Leerlauf-Versuch



gemessene Größen mit Bsp.-Zahlenwerten:

$$U_{10} = 230 \text{ V (Bemessungsspannung)}$$

$$I_{10} = 1,0 \text{ A}$$

$$P_{10} = 65 \text{ W}$$

$$\Rightarrow R_{fe}, X_h$$

# Notizen

# Notizen

# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Warum führt man für „elektrische“ Leitungen überhaupt ein Ersatzschaltbild ein?
2. Kennen Sie die physikalische Bedeutung der Elemente im Ersatzschaltbild für Leitungen?
3. Der ideale Übertrager ist durch das so genannte Windungsverhältnis gekennzeichnet. Was legt dieses für Ströme und Spannungen fest?
4. Elektrische Energie wird vorzugsweise in der Form eines „hochgespannten“ Wechselstroms übertragen – warum?
5. Welchen „Trick“ können Sie anwenden, um Schaltungen mit idealen Übertragern zu analysieren?

# Übungsaufgabe 17

Im Folgenden soll ein Seekabel zur Energieversorgung untersucht werden. Gehen Sie hierzu vom einsträngigen Ersatzschaltbild der Vorlesung aus. Das gewählte Kabel kann als kurze Leitung mit den Belägen:

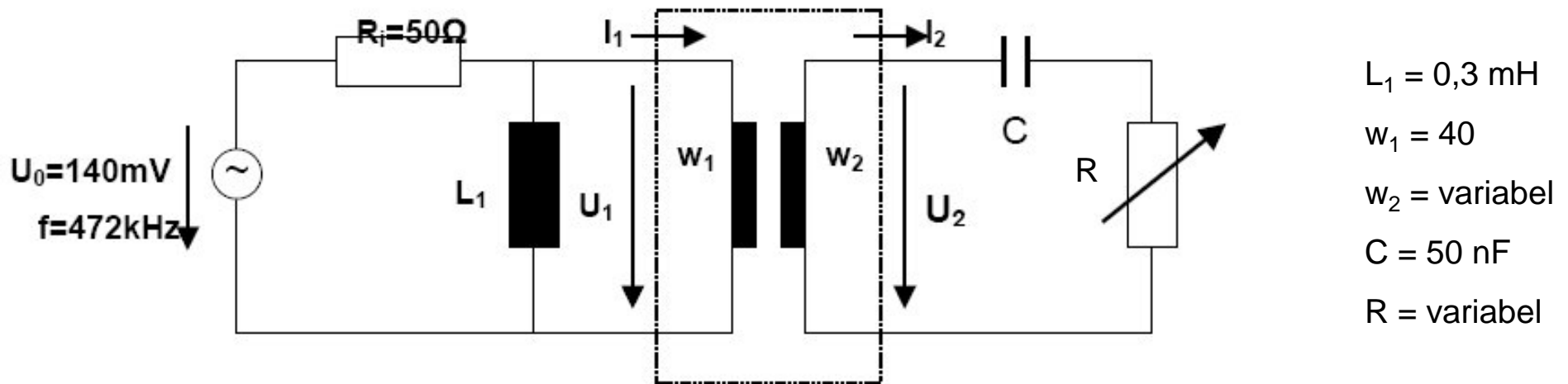
$$R' = 150 \text{ m}\Omega/\text{km}, \quad L' = 400 \text{ }\mu\text{H}/\text{km} \quad \text{und} \quad C' = 150 \text{ nF}/\text{km}$$

angenähert werden. Das Kabel ist 75 km lang und wird bei  $f = 50 \text{ Hz}$  betrieben. Die Spannung am Eingang wird mit  $\underline{U}_1$ , die Spannung am Ausgang mit  $\underline{U}_2$  bezeichnet. Der Ausgang sei offen (unbelastet).

- a) Berechnen Sie die Spannungsüberhöhung  $|\underline{U}_2/\underline{U}_1|$  sowie den Leitungswinkel  $\arg(\underline{U}_2/\underline{U}_1)$  in Zahlenwerten!
- b) Welche Verlustleistung in Zahlenwerten entsteht im Seekabel, wenn die Eingangsspannung  $U_1 = 30 \text{ kV}$  beträgt?
- c) Der Leitungswinkel soll durch eine parallel zum Ausgang geschaltete Spule  $L_0$  zu Null kompensiert werden. Welche Induktivität hat die Spule?

# Übungsaufgabe 18

Gegeben ist folgende Schaltung mit idealem Übertrager (Transformator):

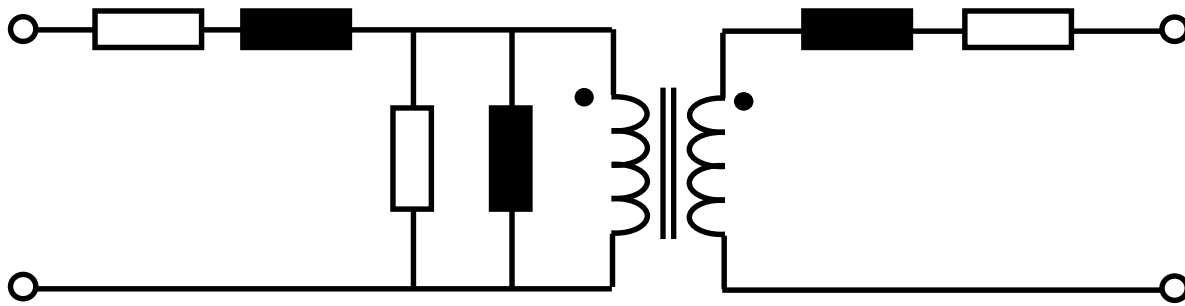


- Berechnen Sie die Impedanz, mit der die Sekundärseite des Übertragers auf der Primärseite in Abhängigkeit von  $w_2$  und  $R$  erscheint!
- Bestimmen Sie  $w_2$  und  $R$  für den Fall der maximalen Wirkleistung an  $R$  (Leistungsanpassung)!
- Berechnen Sie für diesen Fall  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{U}_2$  und  $\underline{I}_2$ ! Nehmen Sie hierfür an, dass der Nullphasenwinkel der Quelle 0 Grad ist!

- 10 -

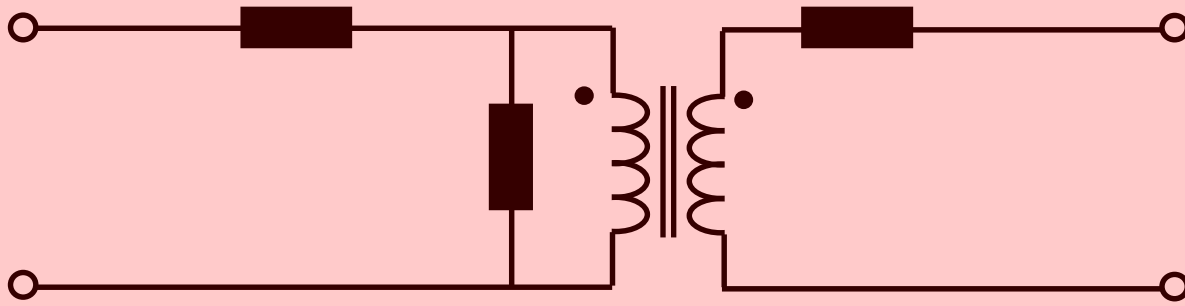
Verlustlose Übertrager  
Mehrphasensysteme  
Drehstromsystem

(Albach Kapitel 6.6 zweites Unterkapitel)



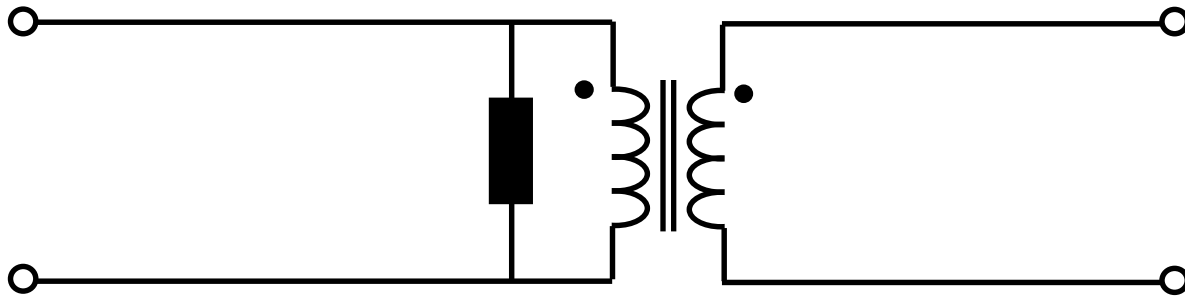
Realer Übertrager

+ Verluste



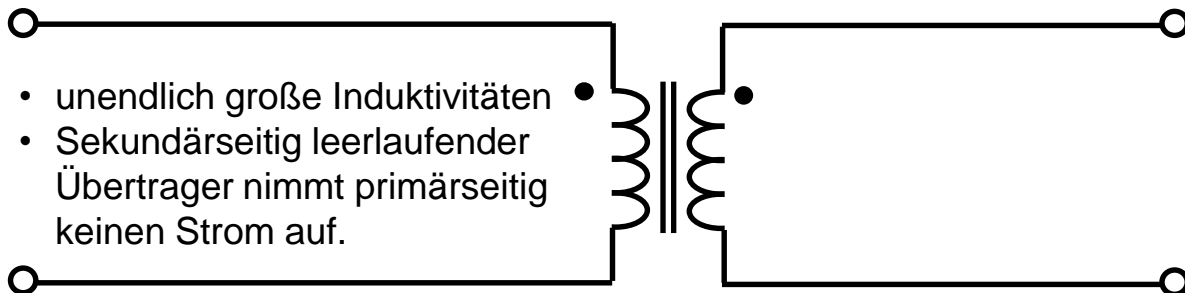
Verlustloser Übertrager

+ Streufelder



Verlustloser und  
strefreier Übertrager

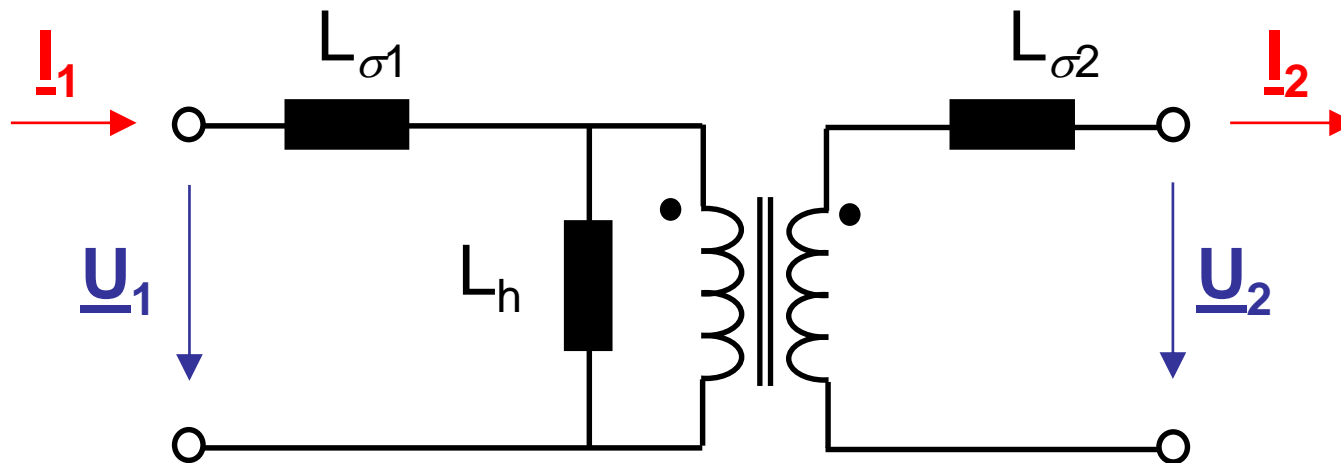
$\mu_r < \infty$



- unendlich große Induktivitäten
- Sekundärseitig leerlaufender Übertrager nimmt primärseitig keinen Strom auf.

Idealer Übertrager ( $\mu_r \rightarrow \infty$ )

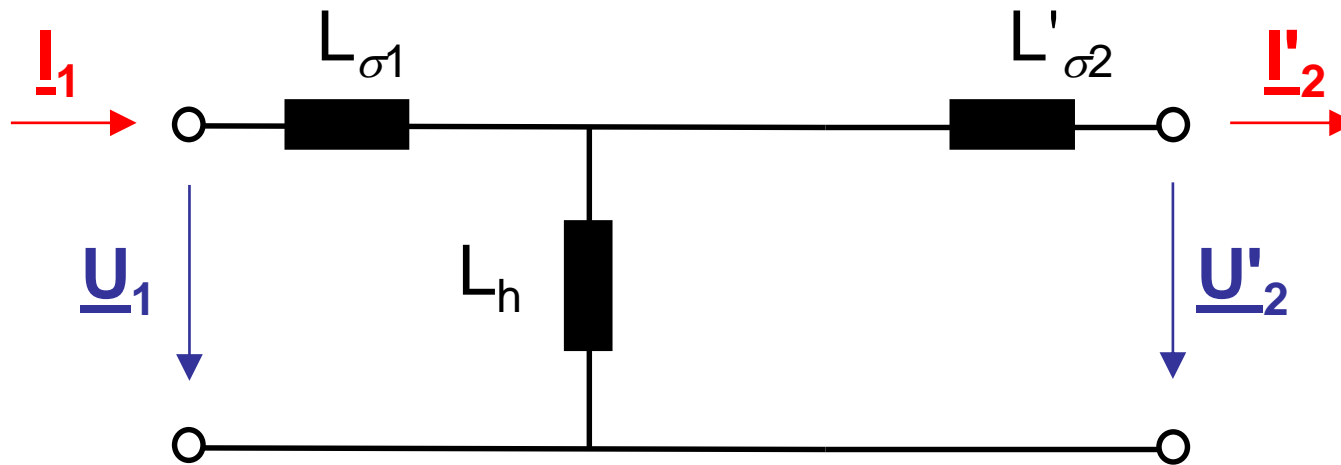
# Der verlustlose Übertrager I



Im verlustlosen Übertrager sind:

- ▶ die Wicklungswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  null und
- ▶ der Eisenwiderstand  $R_{fe}$  unendlich.

# Der verlustlose Übertrager II



Idealer Übertrager ersetzt durch Impedanztransformationen (d.h. sekundärseitige Größen sind auf Primärseite umgerechnet, man sagt „bezogen“):

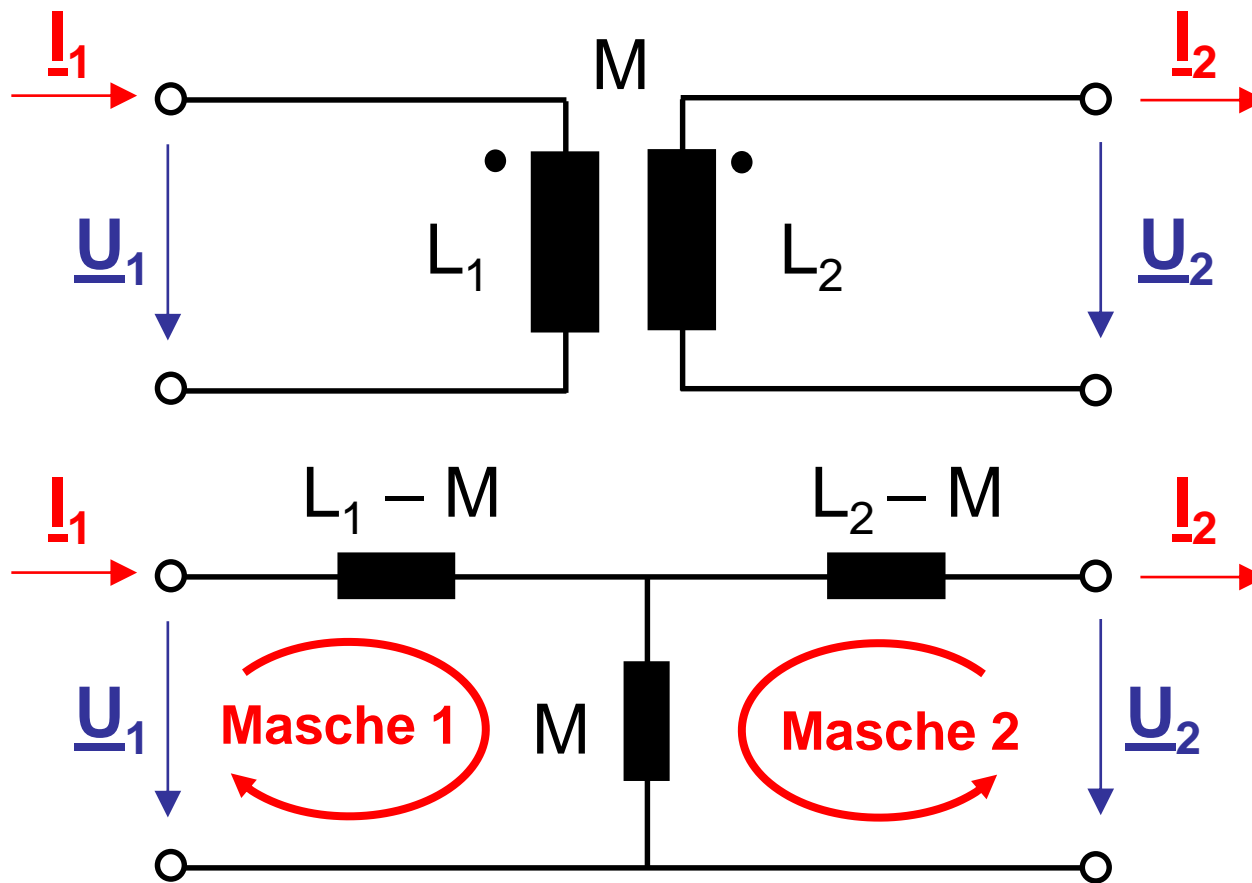
$$L'_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} \cdot \ddot{u}^2$$

$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_2 \cdot \ddot{u}$$

$$\underline{I}'_2 = \underline{I}_2 / \ddot{u}$$

# Der verlustlose Übertrager III

Für den verlustlosen Übertrager sind auch folgende Ersatzschaltbilder üblich:



Zusammenhänge zwischen den Elementen in den verschiedenen ESB:

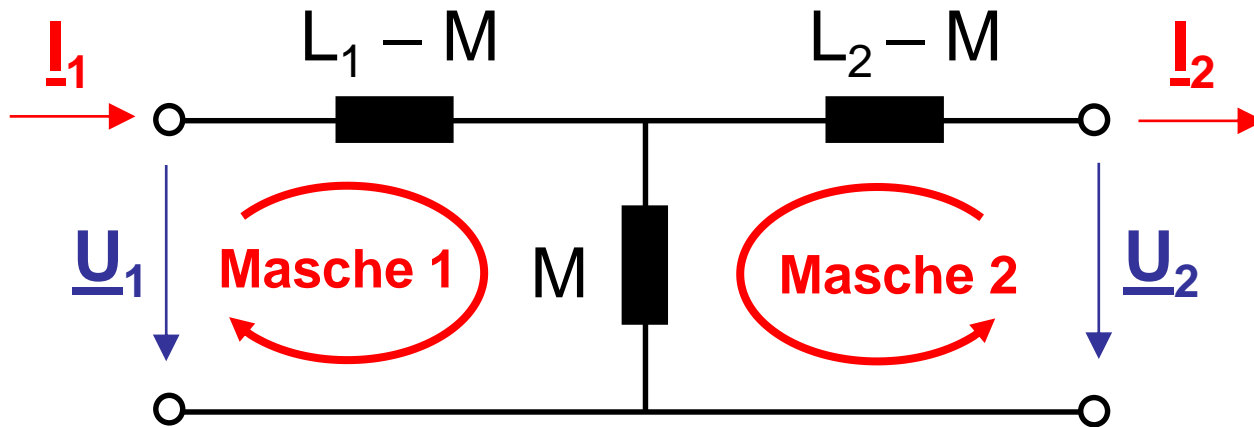
$$L_1 = L_{\sigma 1} + L_h, \quad L_2 = L_{\sigma 2} + L_h / \ddot{u}^2, \quad M = L_h / \ddot{u}$$

# Notizen

# Notizen

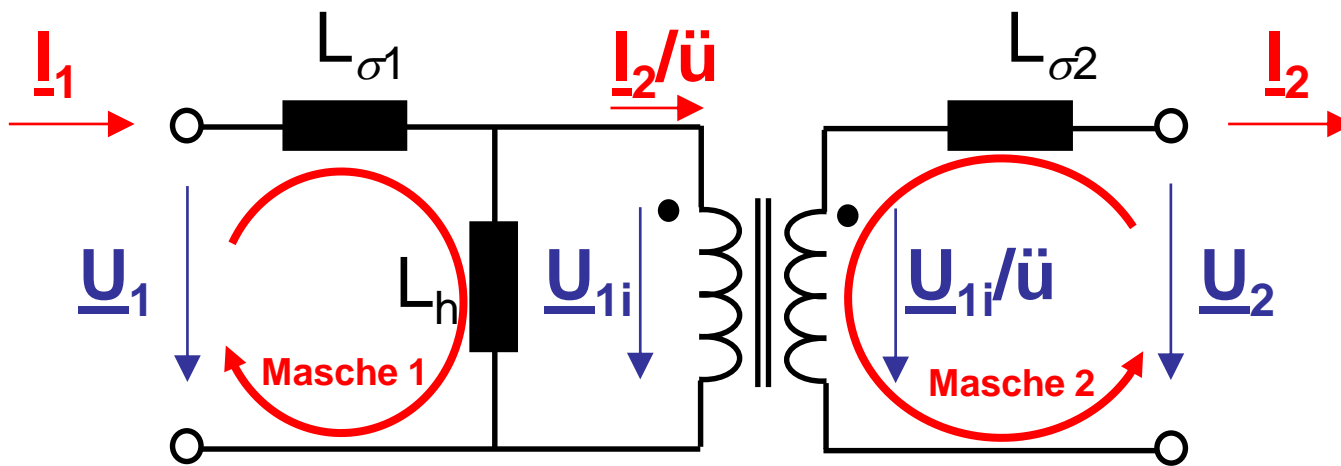
# Der verlustlose Übertrager IV

Herleitung der Zusammenhänge zwischen den Elementen der ESB:



$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M \underline{I}_1 - j\omega L_2 \underline{I}_2$$



$$\underline{U}_1 = j\omega L_{\sigma 1} \underline{I}_1 + j\omega L_h \left( \underline{I}_1 - \frac{\underline{I}_2}{\ddot{u}} \right)$$

$$= j\omega \underbrace{(L_{\sigma 1} + L_h)}_{L_1} \underline{I}_1 - j\omega \frac{L_h}{\underbrace{\ddot{u}}_M} \underline{I}_2$$

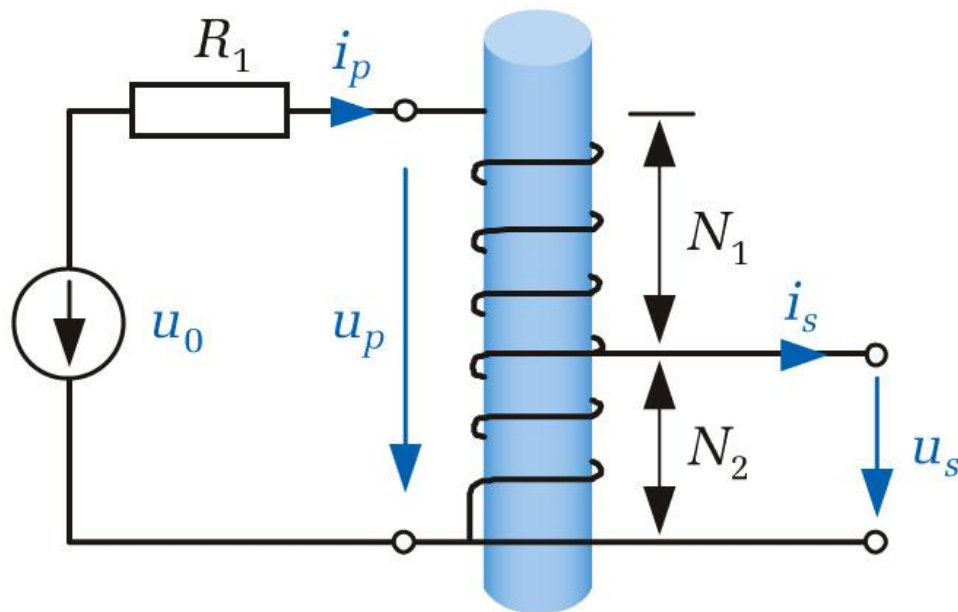
$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_{1i}}{\ddot{u}} - j\omega L_{\sigma 2} \underline{I}_2$$

$$= j\omega L_h \left( \underline{I}_1 - \frac{\underline{I}_2}{\ddot{u}} \right) \frac{1}{\ddot{u}} - j\omega L_{\sigma 2} \underline{I}_2$$

$$= j\omega \underbrace{\frac{L_h}{\ddot{u}}}_M \underline{I}_1 - j\omega \underbrace{\left( L_{\sigma 2} + \frac{L_h}{\ddot{u}^2} \right)}_{L_2} \underline{I}_2$$

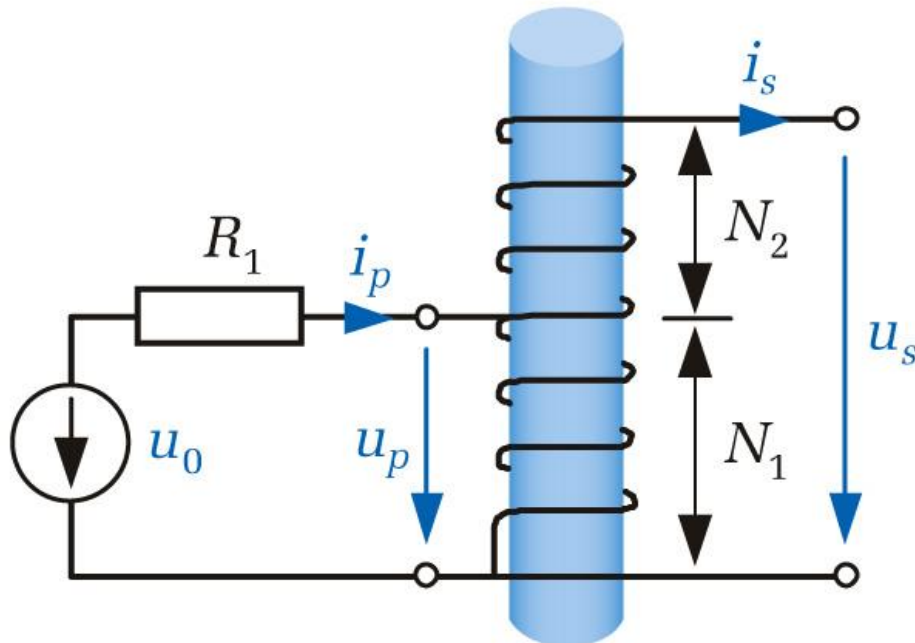
Aus Koeffizientenvergleich folgt somit:

$$L_1 = L_{\sigma 1} + L_h, \quad L_2 = L_{\sigma 2} + L_h / \ddot{u}^2, \quad M = L_h / \ddot{u}$$



$$\dot{i} = \frac{\underline{U}_P}{\underline{U}_S} = \frac{N_1 + N_2}{N_2}$$

**Abbildung 6.58:** Spartransformator mit niedrigerer Ausgangsspannung

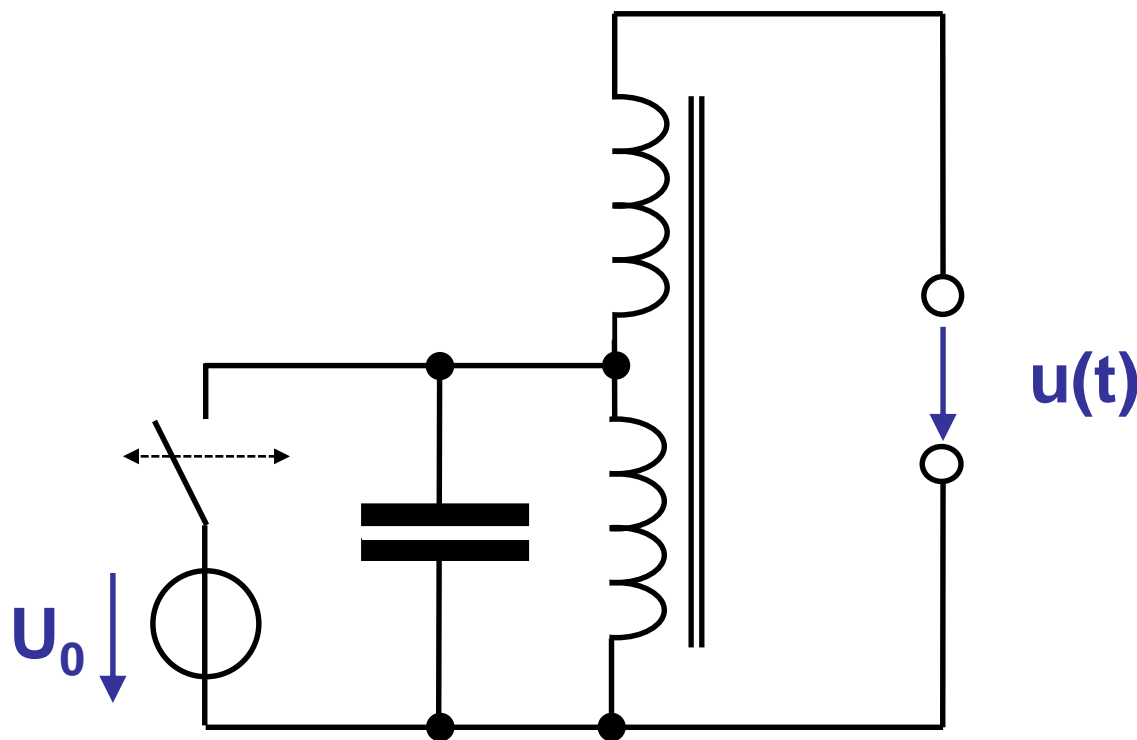


$$\dot{i} = \frac{\underline{U}_P}{\underline{U}_S} = \frac{N_1}{N_1 + N_2}$$

**Abbildung 6.57:** Spartransformator mit höherer Ausgangsspannung

# Quiz zu Spartransformatoren

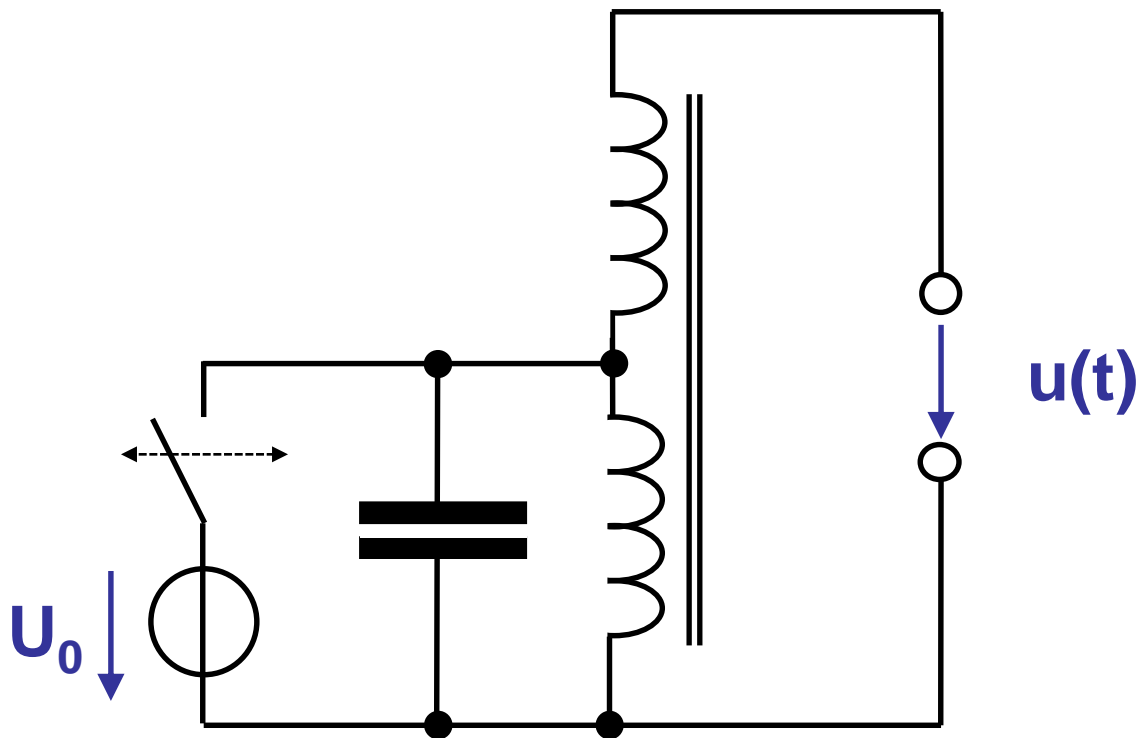
Wozu könnte die folgende Schaltung mit Gleichspannungsquelle  $U_0$  nützlich sein?



**Zündspule**  
einer  
konventionellen  
induktiven  
Zündanlage im  
Kraftfahrzeug

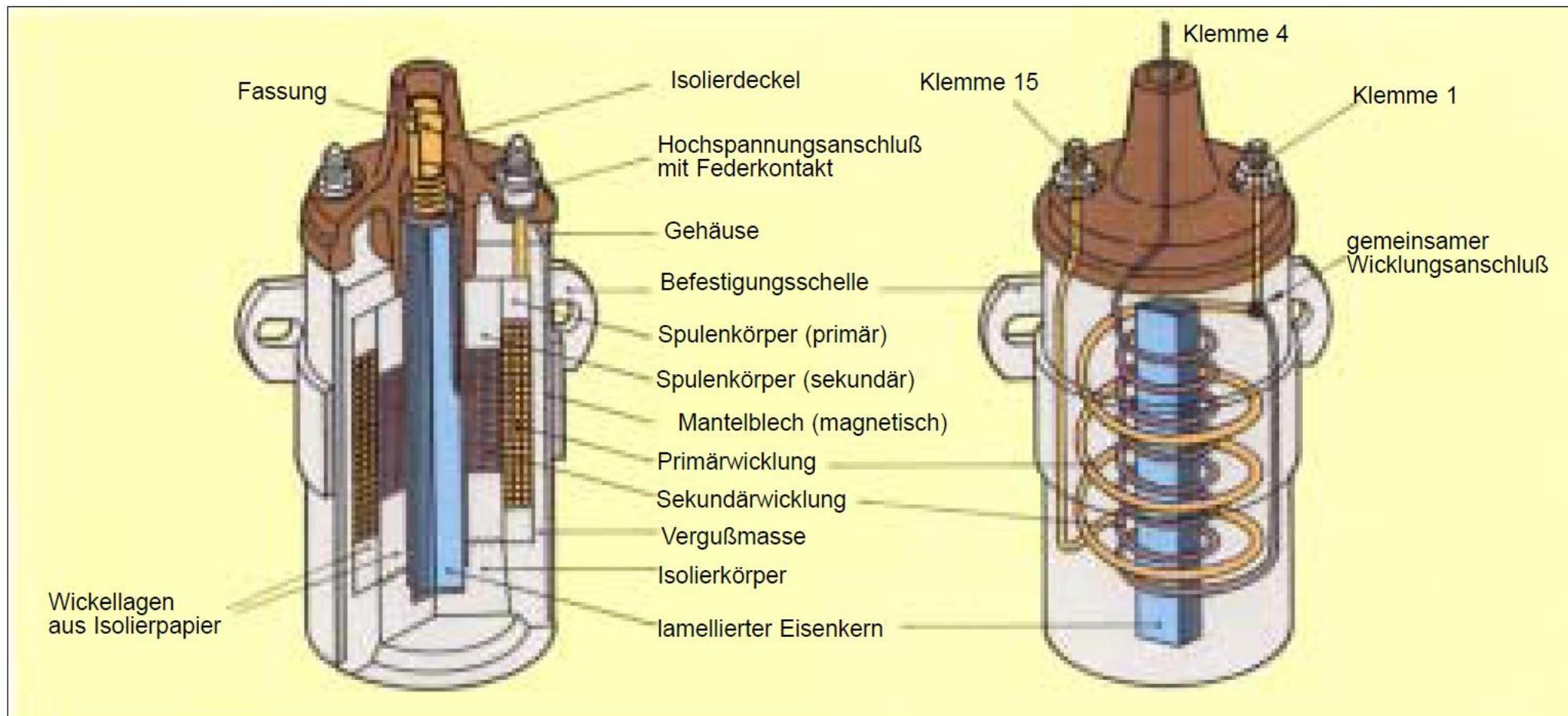
# Quiz zu Spartransformatoren

Wozu könnte die folgende Schaltung mit Gleichspannungsquelle  $U_0$  nützlich sein?

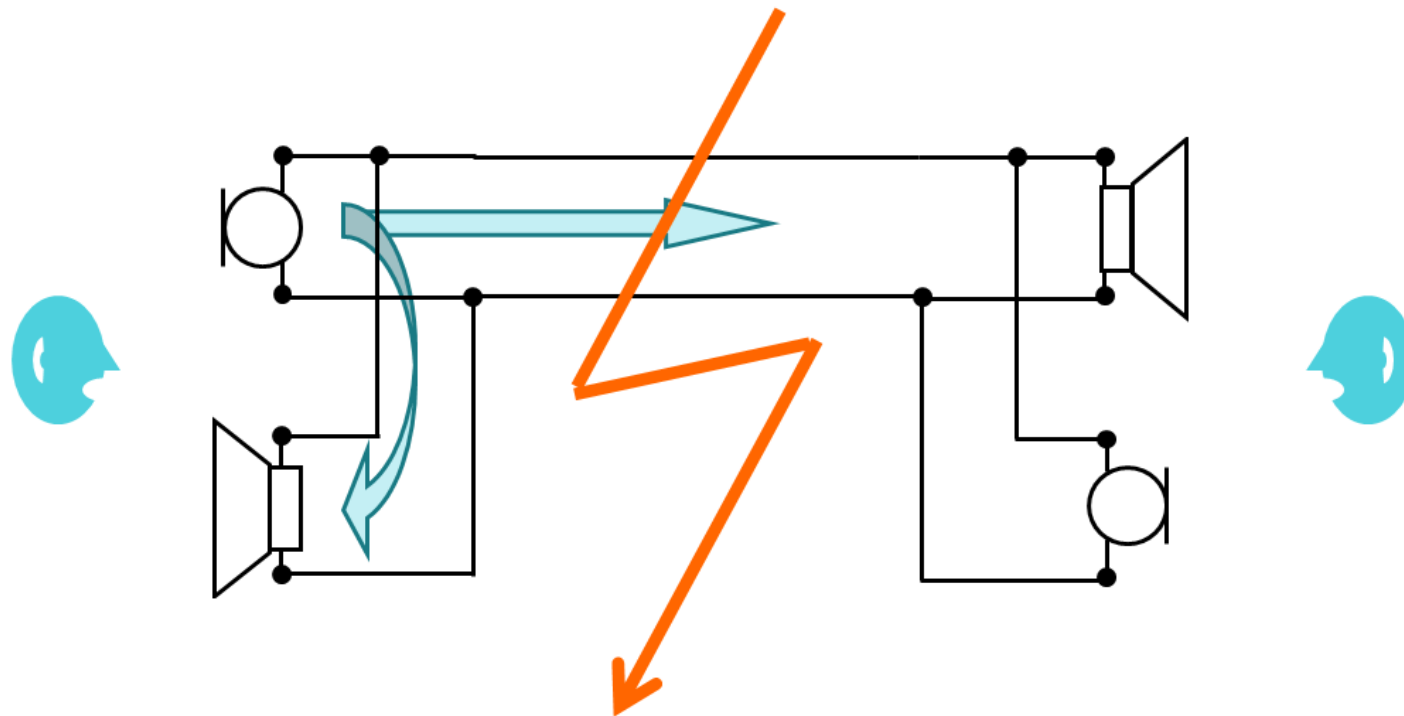


# Quiz zu Spartransformatoren

Wozu könnte die folgende Schaltung mit Gleichspannungsquelle  $U_0$  nützlich sein?



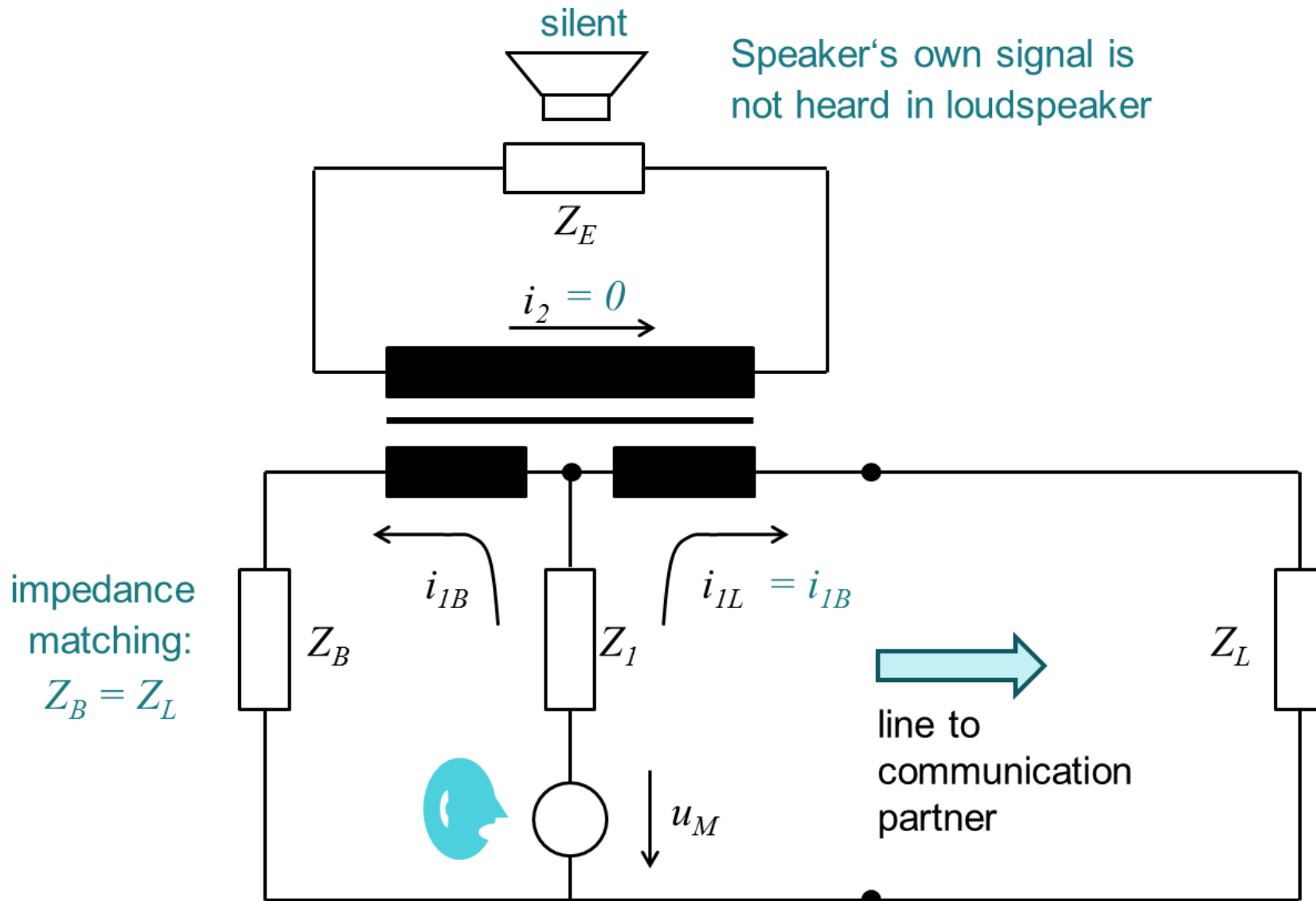
# Plain Old Telephone Service (POTS): Full Duplex Communication with a Single Two-Wire Line



Parallel arrangement of microphone and loudspeaker ?

Problem: Speaker hears his own signal louder than received signal.

# Full Duplex Communication with a Single Two-Wire Line: Telephone Hybrid – Transmit Mode



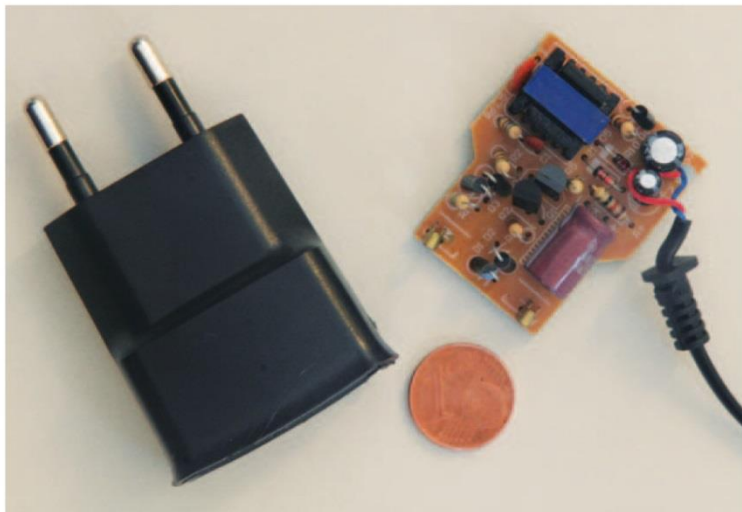
# Schaltnetzteile

Bei sinusförmigem magnetischen Fluss gilt für den Übertrager:

$$u_2 = -N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \cdot \hat{\Phi} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

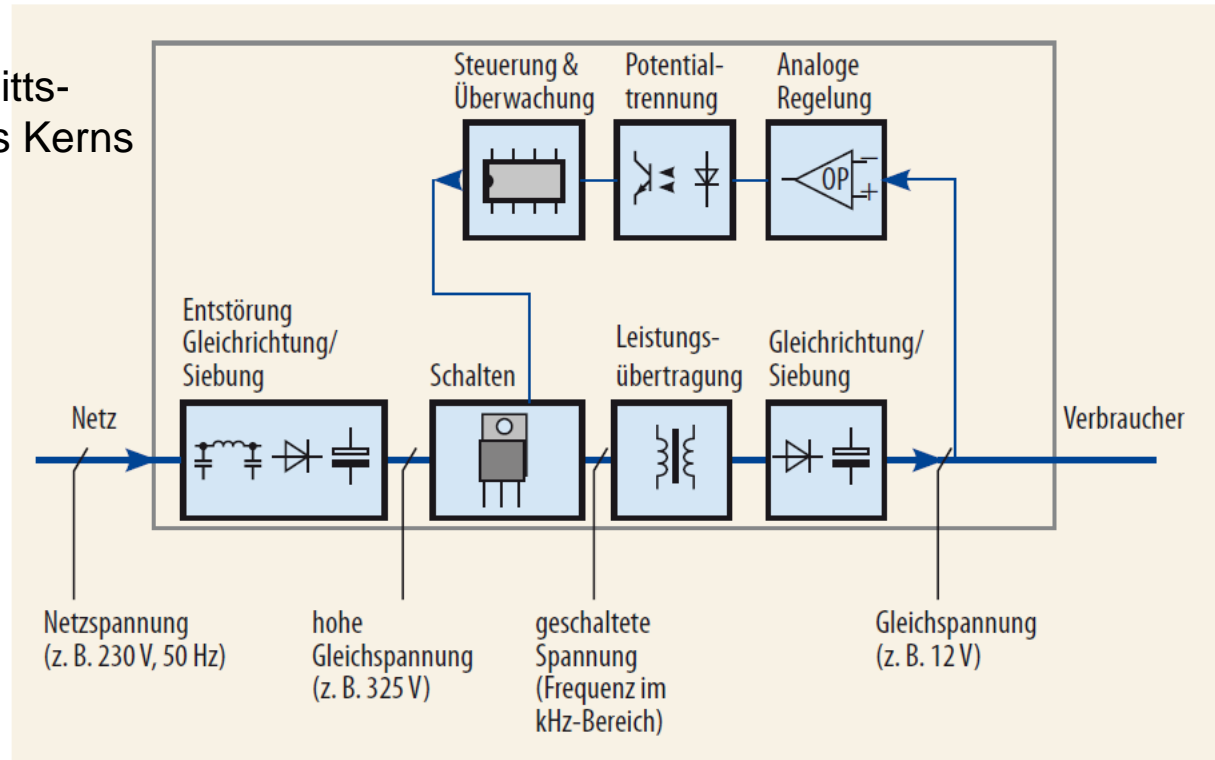
$$\hat{u}_2 = N_2 \cdot \hat{\Phi} \cdot \omega = N_2 \cdot \hat{B} \cdot \overset{\text{Querschnitts-}}{A} \cdot \omega \quad \text{fläche des Kerns}$$

⇒ Bei Betrieb mit hoher Frequenz  $\omega$  kann der Übertrager sehr klein sein, um die gewünschte Ausgangsspannung zu realisieren. Dies wird durch Schalten mit mehreren kHz realisiert. → „**Schaltnetzteil**“



Steckernetzteile sind dank ausgetüftelter Schaltungen bei manchen Handys so

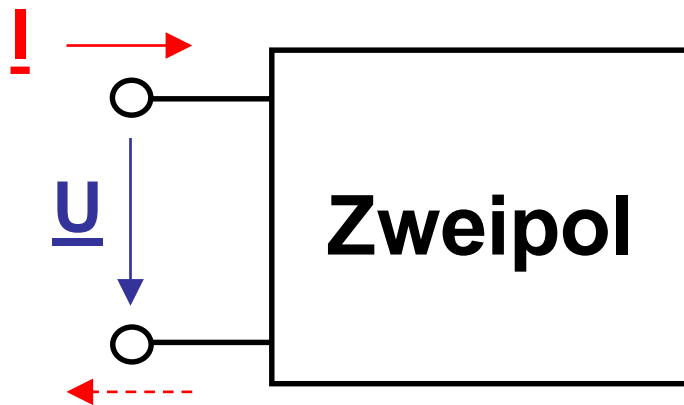
klein wie eine Streichholzschachtel und viel leichter als das Mobiltelefon selbst.



**Abb. 1** Wesentliche Einheiten eines Schaltnetzteils sind die Gleichrichtung/Siebung, das Schalten (Zerhacker) und die Leistungsübertragung (Transformator). Über einen Regelkreis lässt sich die Ausgangsspannung des Netzteils konstant halten, auch wenn netzseitig Spannungsschwankungen und verbraucher-

seitig Laständerungen auftreten. Sowohl das Netzteil als auch der Regelkreis sind meist galvanisch vom Stromnetz getrennt. Im Transformator erfolgt die Potentialtrennung induktiv, im Regelkreis durch einen Optokoppler (OP), da die Regelung nur Informationen an die Steuerung liefern muss.

# Vom Zweipol zum Zweitor I



Ein Zweipol hat zwei Klemmen bzw. Anschlüsse. Der Strom, der in den einen Anschluss fließt, fließt aus dem anderen wieder heraus.

Der Zweipol ist durch eine Größe (z.B. die Impedanz) vollständig beschrieben.



Ein Zweitor hat vier Klemmen bzw. Anschlüsse. Je zwei Klemmen werden zu einem **TOR** gruppiert\*.

Der Strom, der in den einen Anschluss eines Tores fließt, soll aus dem anderen wieder herausfließen (Torbedingung).

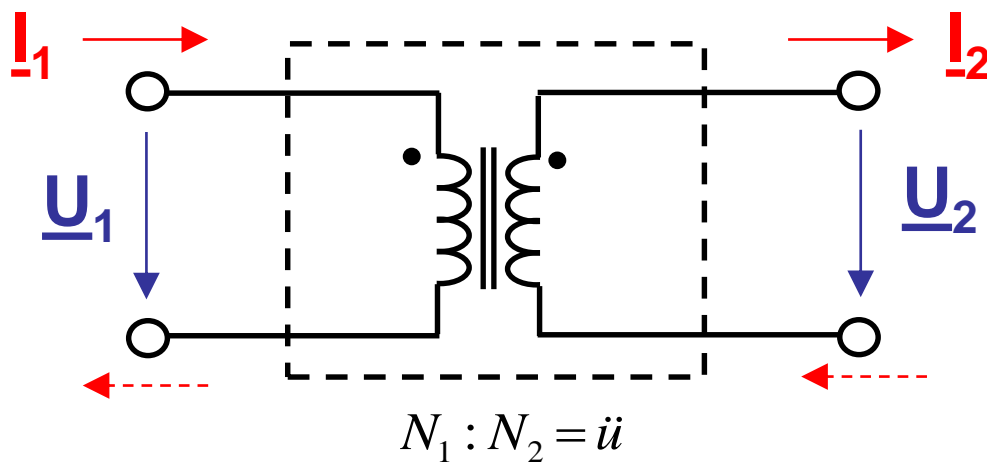
Das Zweitor ist durch vier Größen vollständig beschrieben.

(\* Die Zählpfeilrichtungen können auch anders sein.)

# Notizen

# Vom Zweipol zum Zweitor II

Eine passende Beschreibungsform für den idealen Übertrager ist die **KETTENMATRIX** oder **ABCD-MATRIX**:



$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \ddot{i} & 0 \\ 0 & 1/\ddot{i} \end{pmatrix}$$

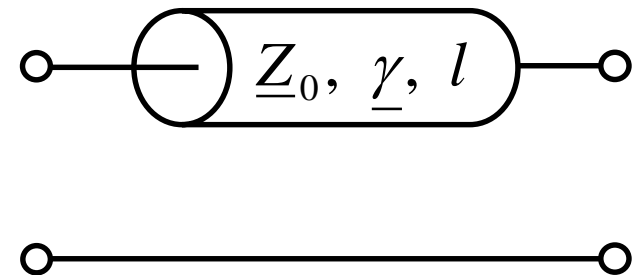
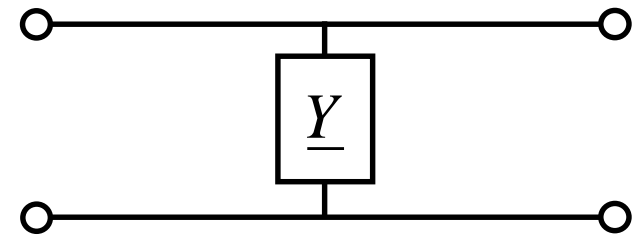
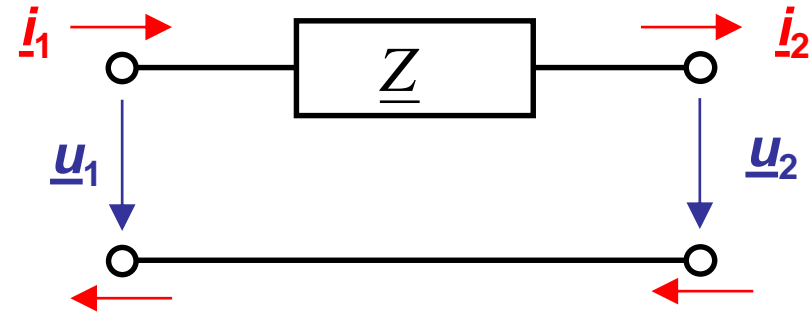
Andere Beschreibungsformen sind die Impedanz-, Admittanz- und Hybridmatrizen. Diese werden u.a. in der Netzwerktheorie eingeführt und besprochen.

# Weitere Beispiele für Kettenmatrizen

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & \underline{\mathbf{Z}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \underline{\mathbf{Y}} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \cosh(\underline{\gamma} \cdot l) & \sinh(\underline{\gamma} \cdot l) \cdot \underline{\mathbf{Z}}_0 \\ \sinh(\underline{\gamma} \cdot l) / \underline{\mathbf{Z}}_0 & \cosh(\underline{\gamma} \cdot l) \end{pmatrix}$$



# Notizen

# Anwendung auf das behandelte Beispiel



Widerstand:  $R$

$\mathbf{A}_1$

$\mathbf{A}_2$

$\mathbf{A}_3$

$$\underline{\mathbf{A}}_{\text{ges}} = \underline{\mathbf{A}}_1 \cdot \underline{\mathbf{A}}_2 \cdot \underline{\mathbf{A}}_3$$

# Notizen

# Notizen

# Mehrphasensysteme / Drehstromsystem

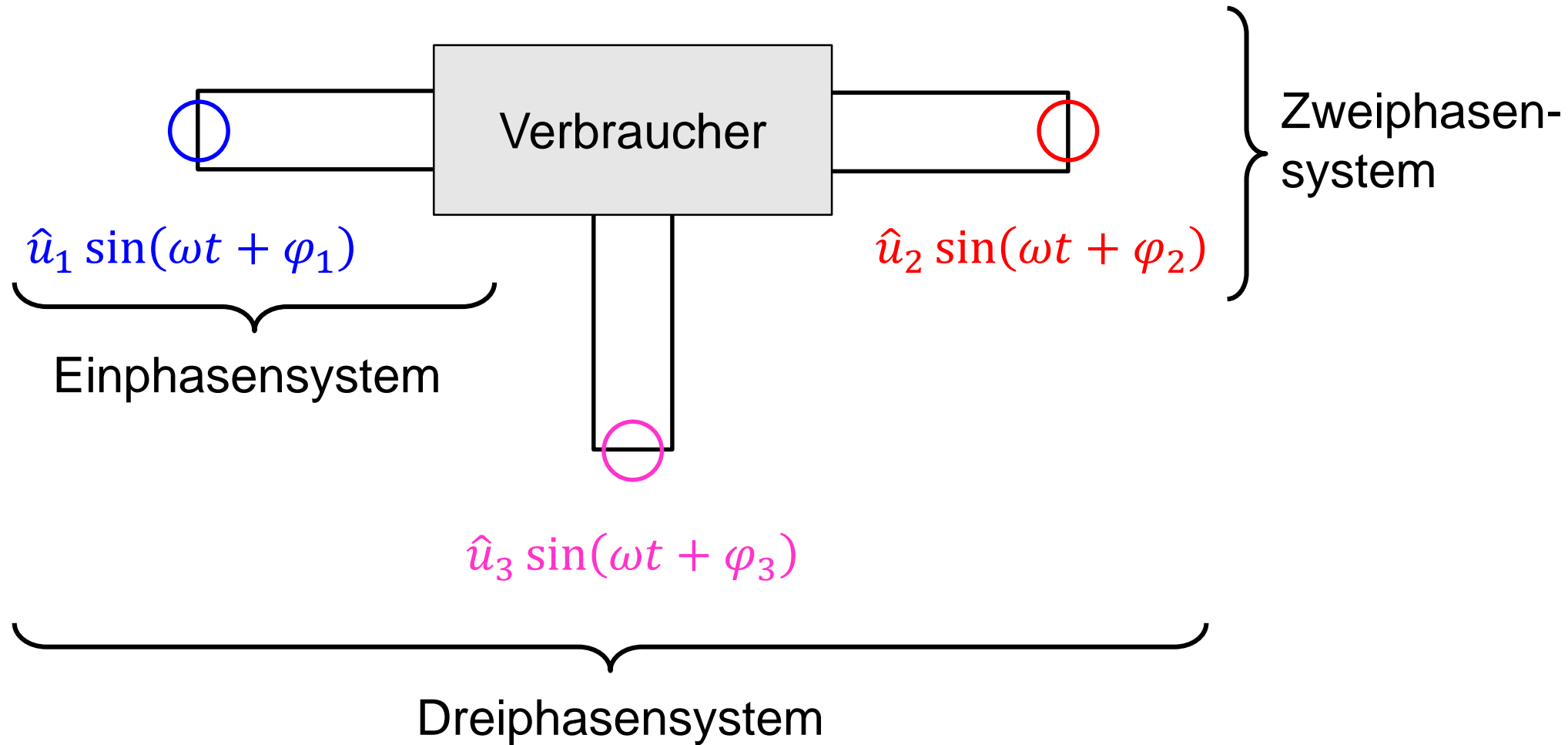


+



= ?

# Mehrphasensysteme

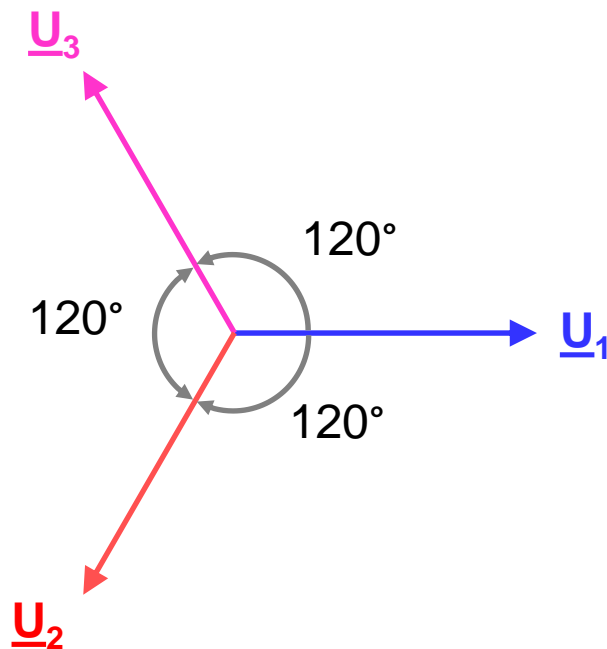


# Symmetrisches Dreiphasensystem/ Drehstromsystem

$$u_1(t) = \hat{u}_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad u_2(t) = \hat{u}_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \quad u_3(t) = \hat{u}_3 \sin(\omega t + \varphi_3)$$

$$\hat{u}_1 = \hat{u}_2 = \hat{u}_3$$

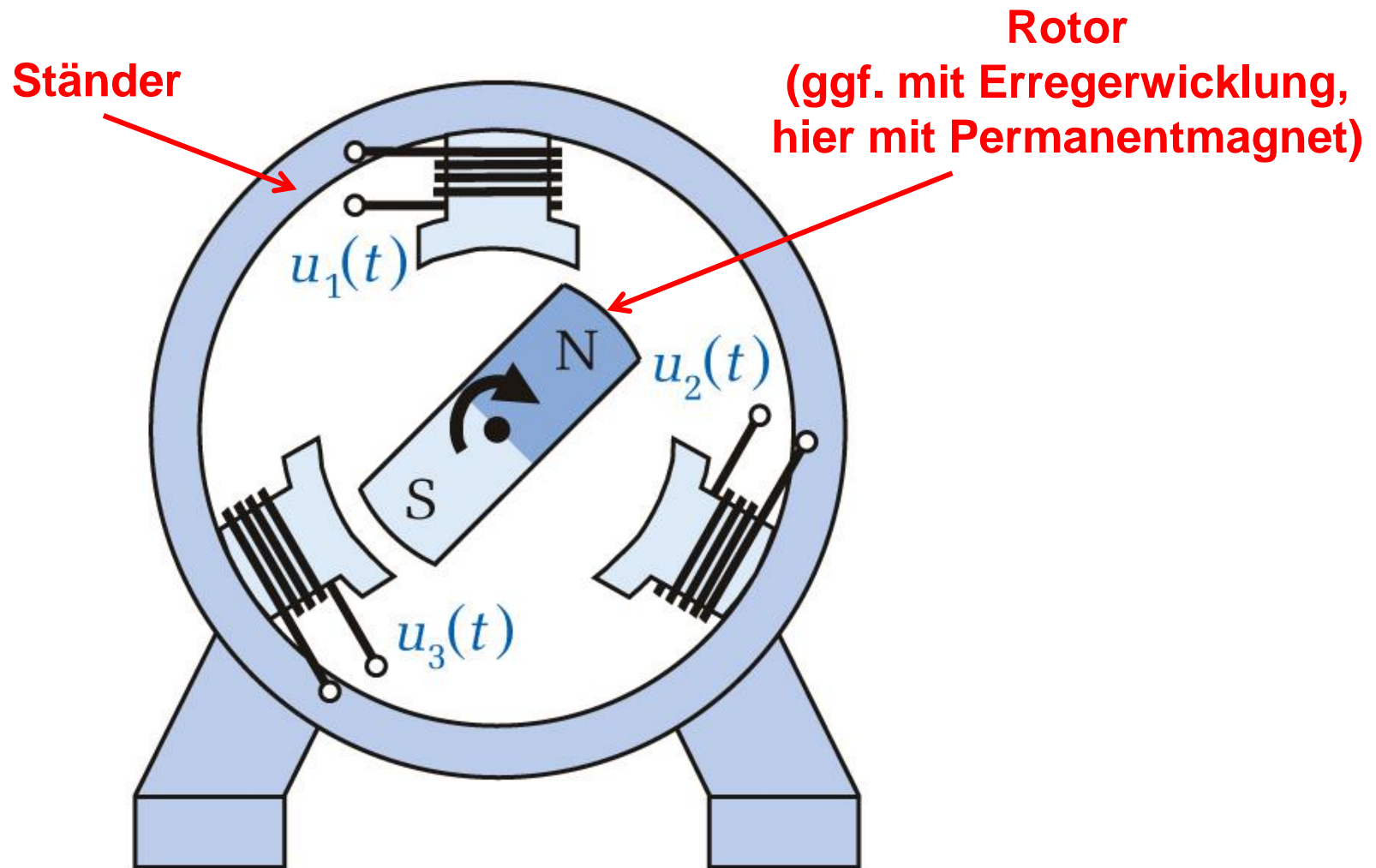
$$\varphi_1 = 0^\circ \quad \varphi_2 = -120^\circ \quad \varphi_3 = +120^\circ$$



Summe der Zeiger?

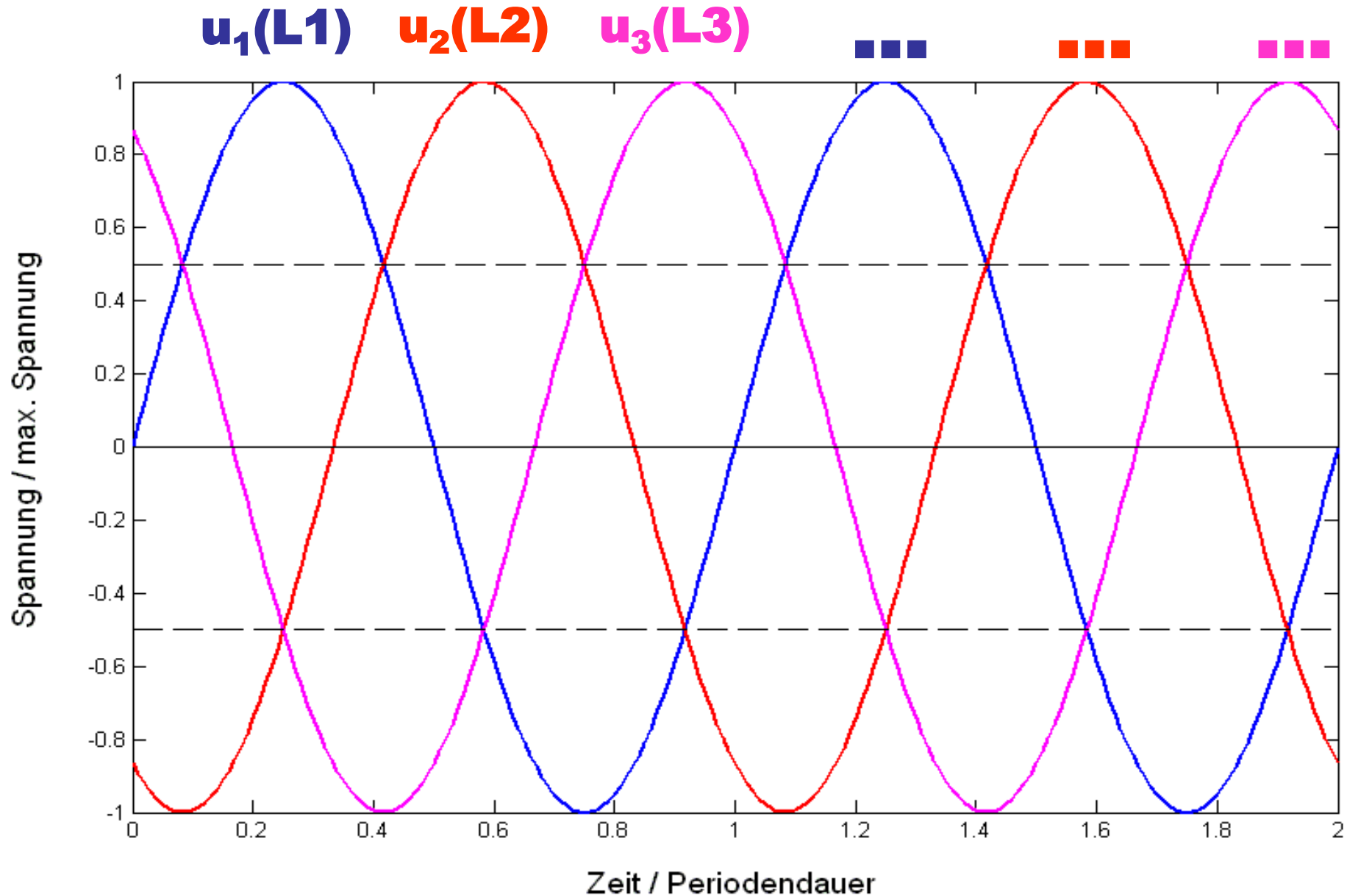
$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$$

# Drehstrom-Generator I



**Abbildung 6.33:** Erzeugung der drei um  $120^\circ$  phasenverschobenen Wechselspannungen

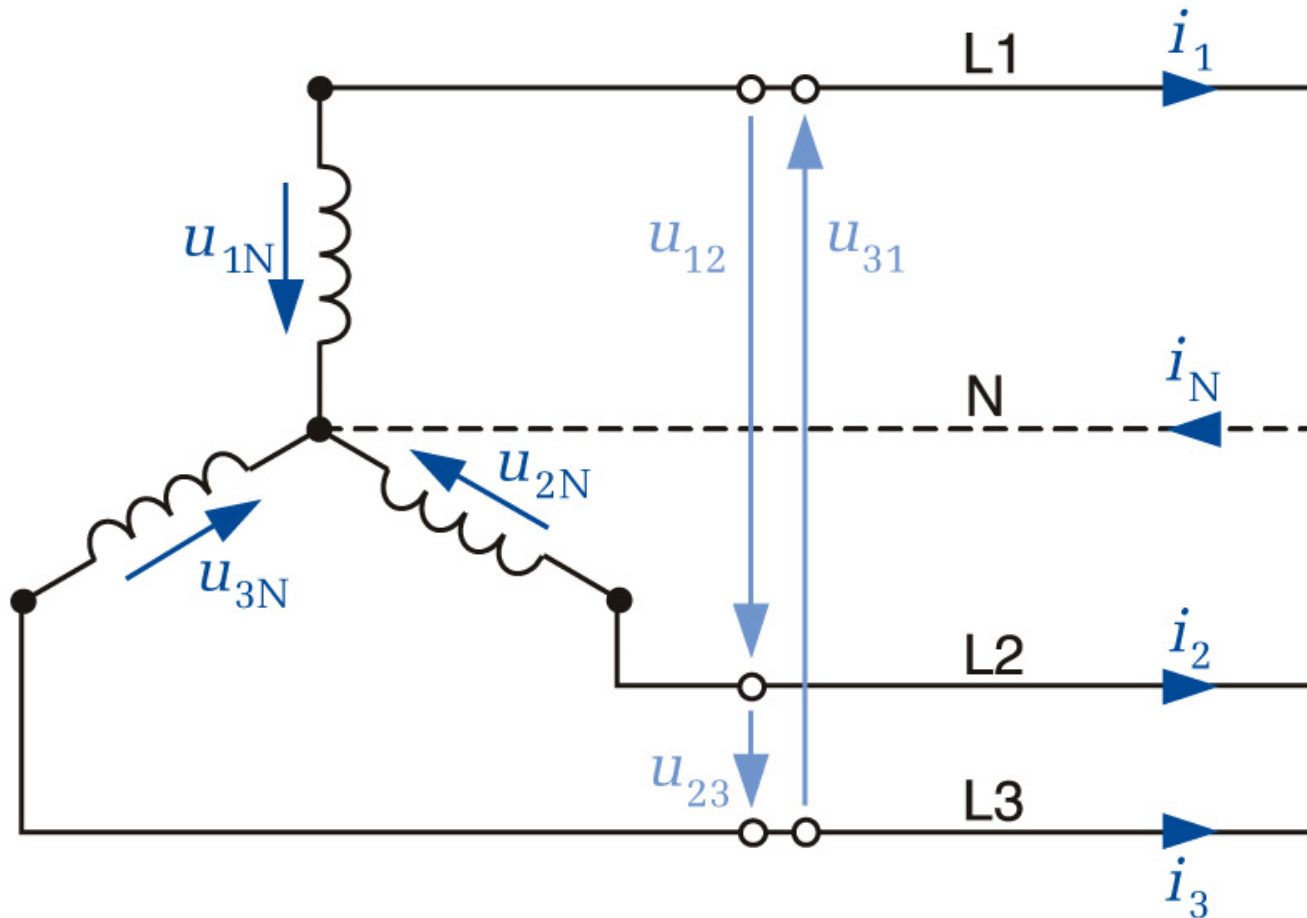
# Drehstrom: Zeitlicher Verlauf der Spannungen



# Notizen

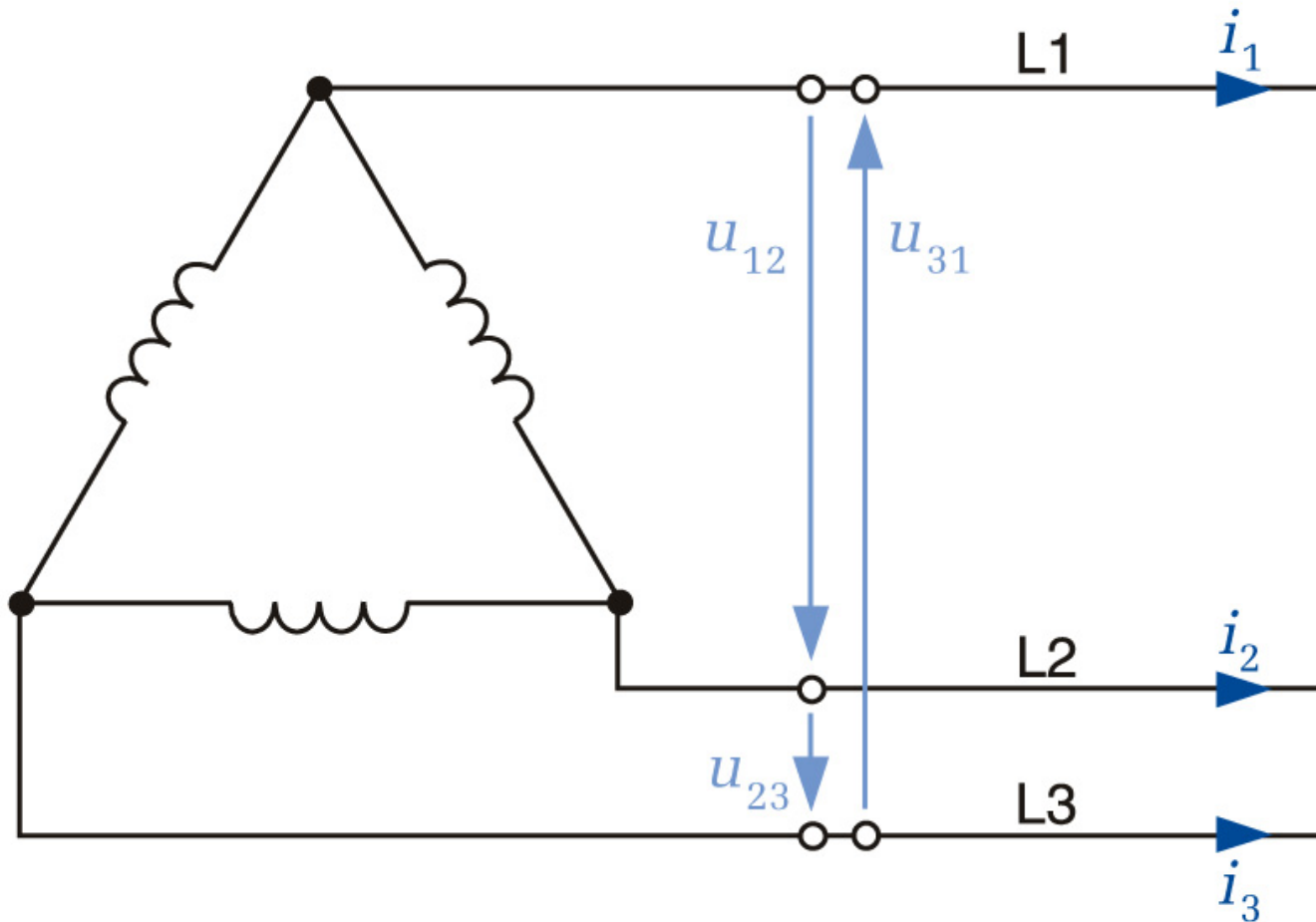
# Notizen

# Drehstrom-Generator II



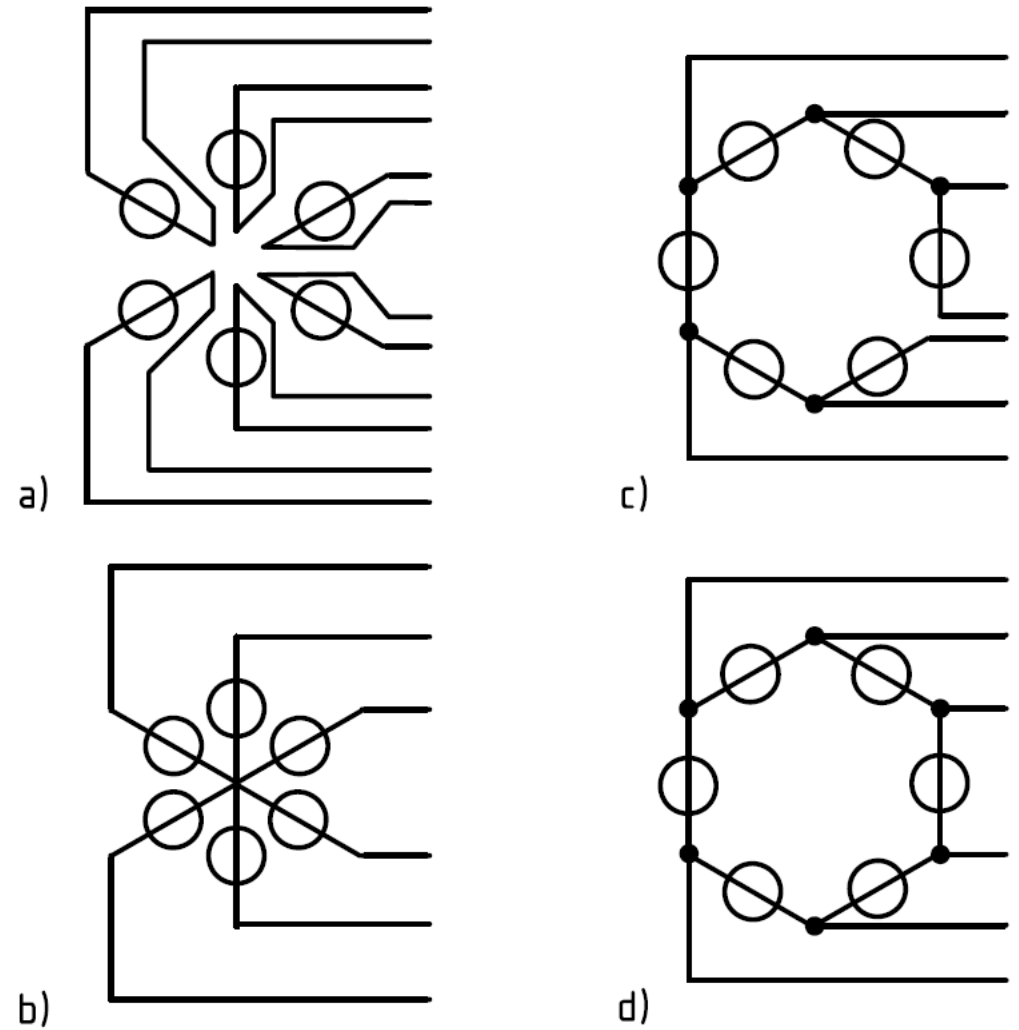
**Abbildung 6.34:** Sternschaltung beim Drei-Phasen-System

# Drehstrom-Generator III



**Abbildung 6.35:** Dreieckschaltung beim Drei-Phasen-System

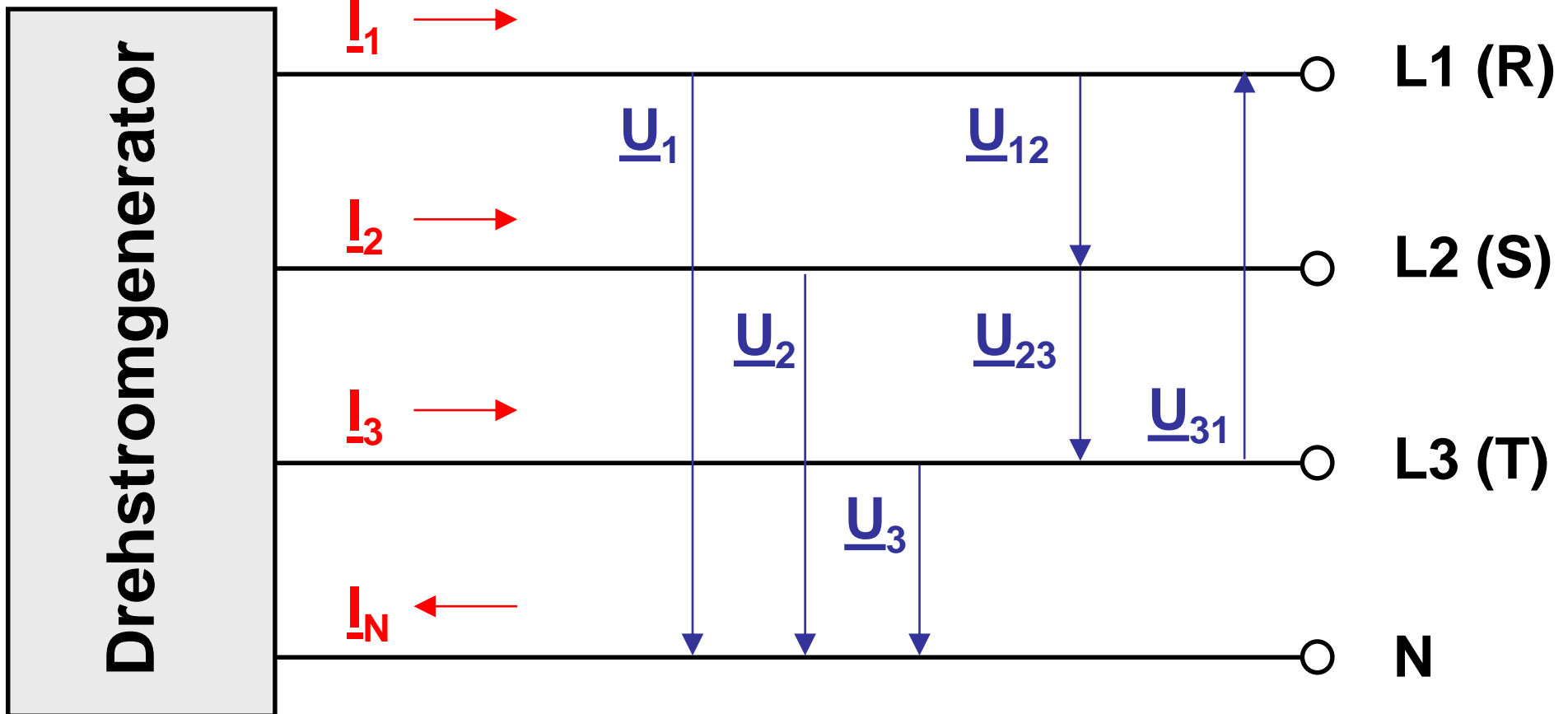
# Weitere Beispiele zur Verkettung: Sechssystem



**Bild 8.2:** Offenes (a) und verkettetes Sechssystem in Sternschaltung (b) sowie in offener (c) und in geschlossener Ringschaltung (d)

# Drehstrom: Konventionen I

## Vierleiter-Drehstrom-System

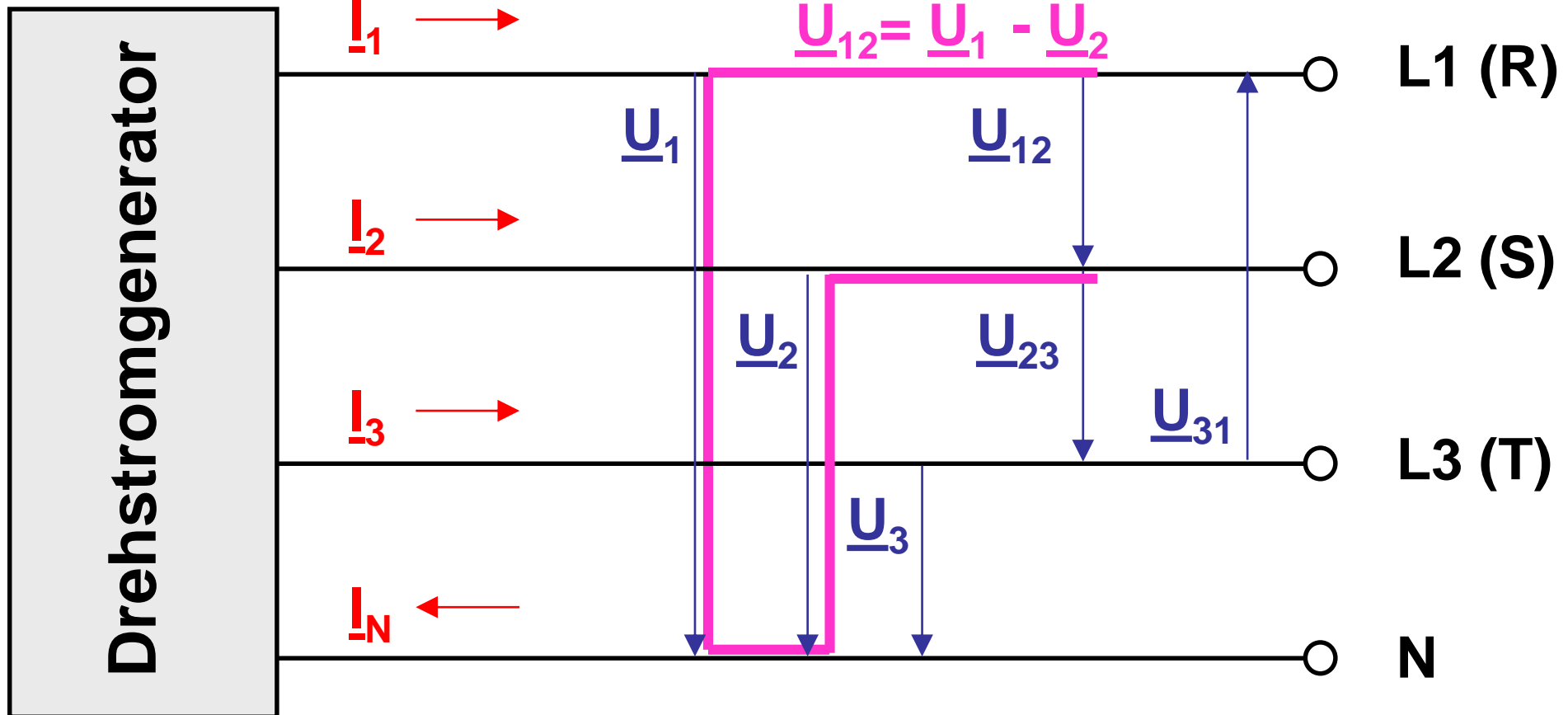


$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \quad \underline{U}_3 = \underline{U}_1 \cdot e^{+j \cdot 120^\circ}$$

# Notizen

# Drehstrom: Konventionen I

## Vierleiter-Drehstrom-System



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} \quad \underline{U}_3 = \underline{U}_1 \cdot e^{+j \cdot 120^\circ}$$

# Drehstrom: Konventionen II

## Vierleiter-Drehstrom-System

**L1, L2, L3 (R, S, T): Außenleiter (Phasen)**

**N: Neutraleiter**

**$\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ : Außenleiterströme**

**$I$ : Außenleiterstrom (Betrag)**

**$\underline{I}_N$ : Neutraleiterstrom**

**$\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$ : Sternspannungen**

**$\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}, \underline{U}_{31}$ : Außenleiterspannungen,  
Dreieckspannungen**

**$U$ : Außenleiterspannung (Betrag)**

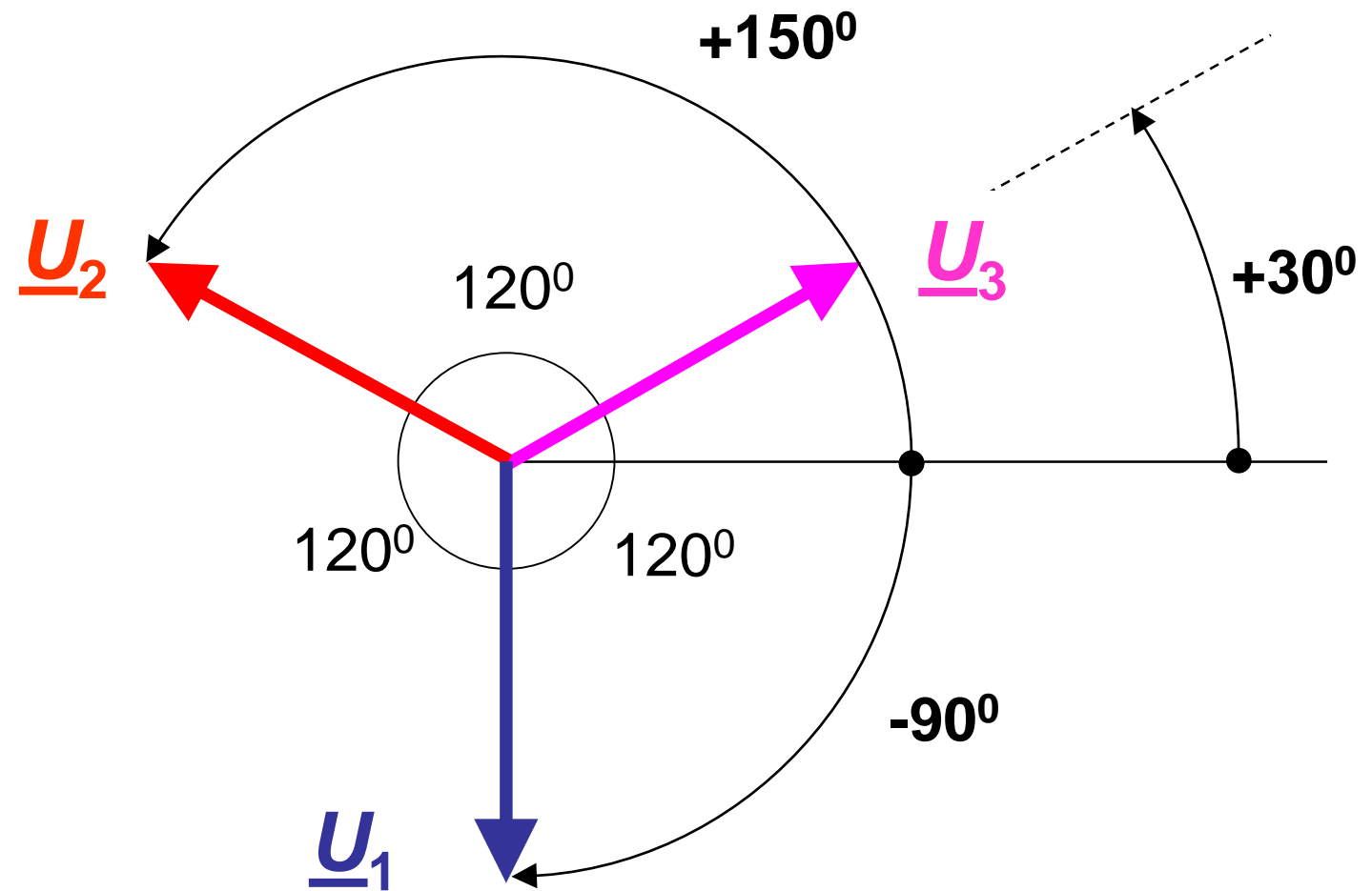
# Quiz zu Drehstrom

Gegeben ist ein symmetrisches Dreiphasensystem mit:

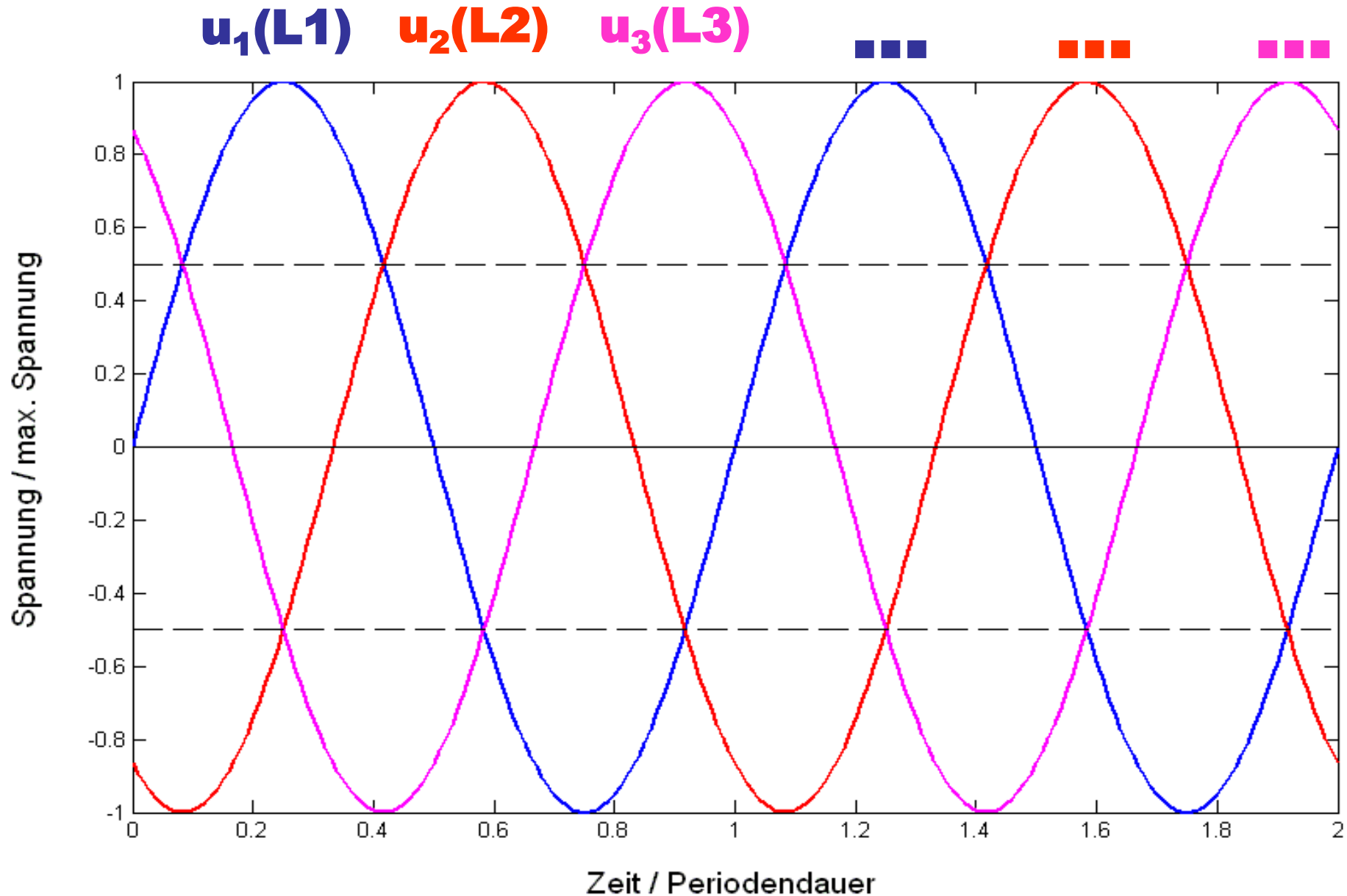
$$\underline{U}_1 = U_1 \cdot e^{-j \cdot 90^\circ}$$

Zeichnen Sie  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$  und  $\underline{U}_3$  in ein Zeigerdiagramm ein und lesen Sie daraus die Nullphasenwinkel von  $\underline{U}_2$  und  $\underline{U}_3$  ab!

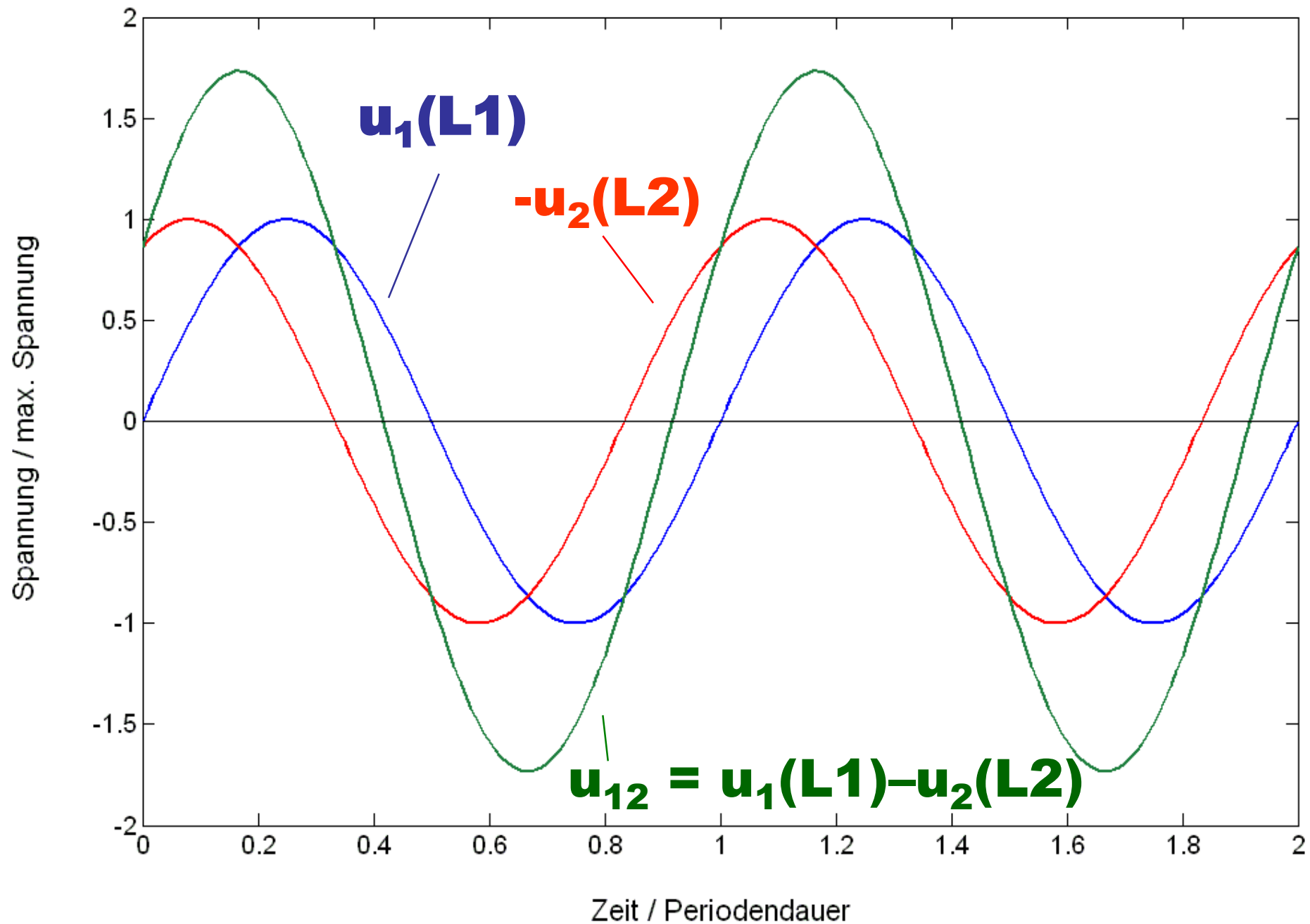
# Quiz zu Drehstrom



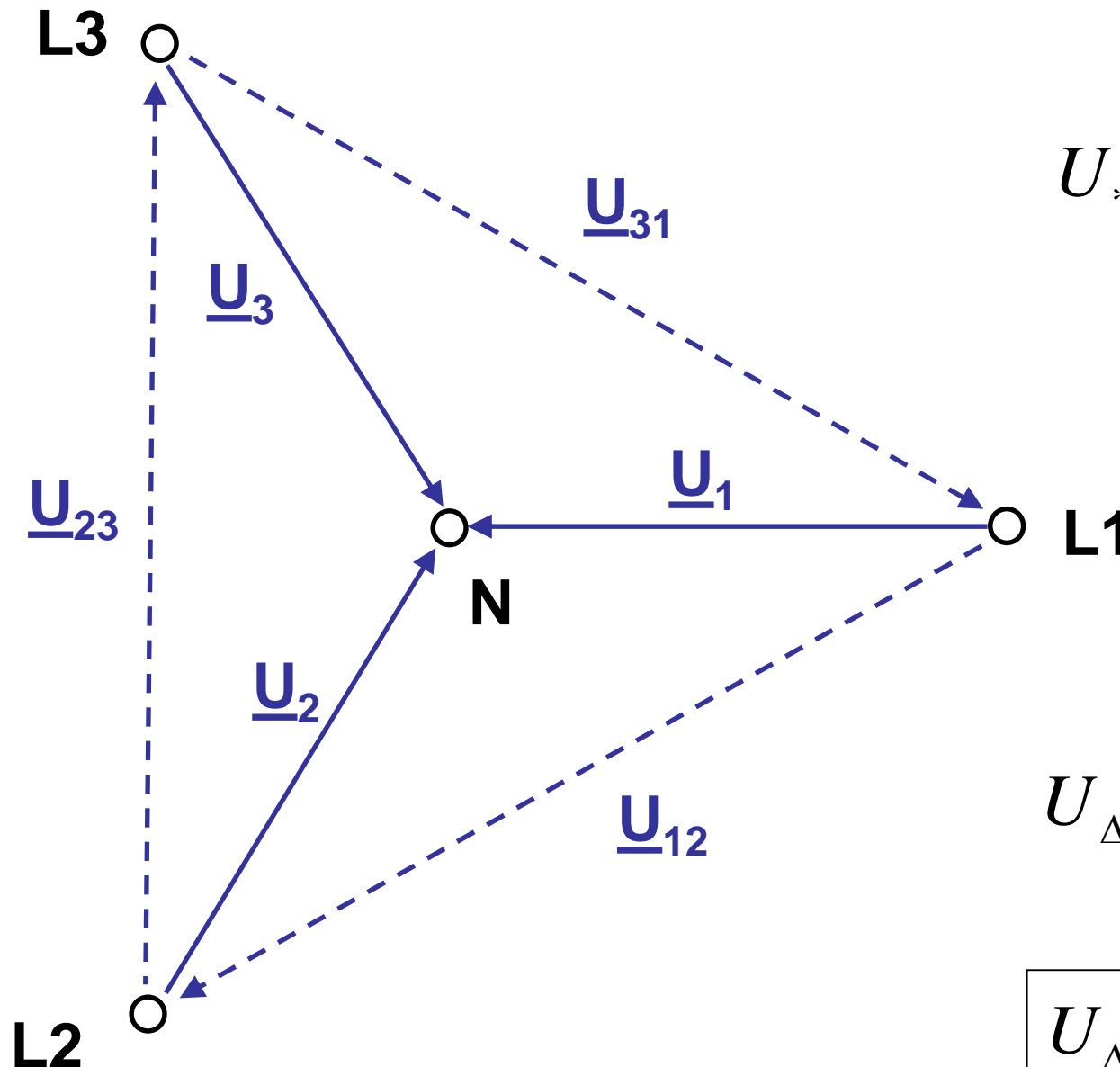
# Drehstrom: Zeitlicher Verlauf der Spannungen



# Zeitlicher Verlauf der Dreiecksspannungen



# Drehstrom: Zeigerdiagramm I

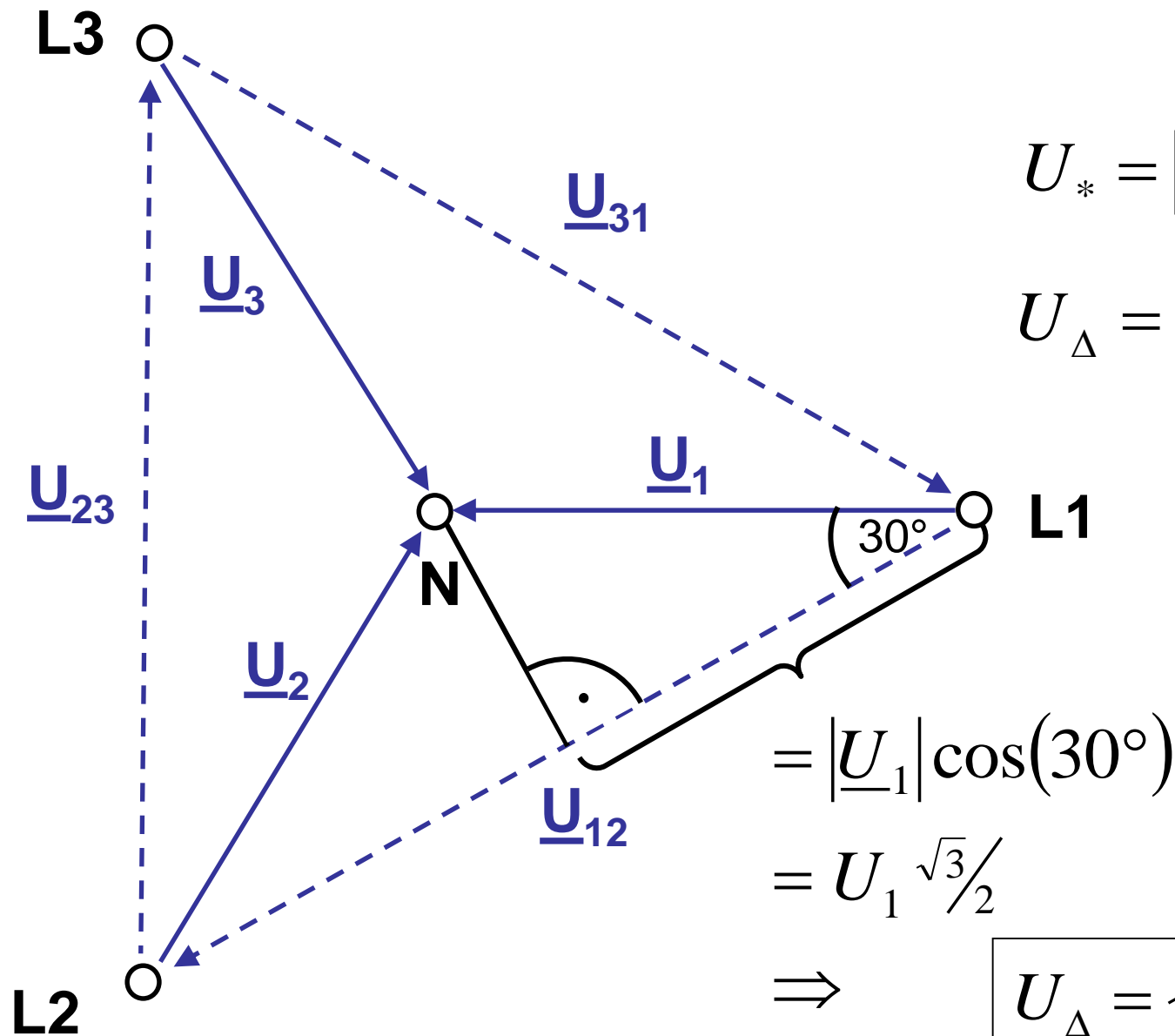


$$U_* = |\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| = |\underline{U}_3|$$

$$U_{\Delta} = |\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{23}| = |\underline{U}_{31}|$$

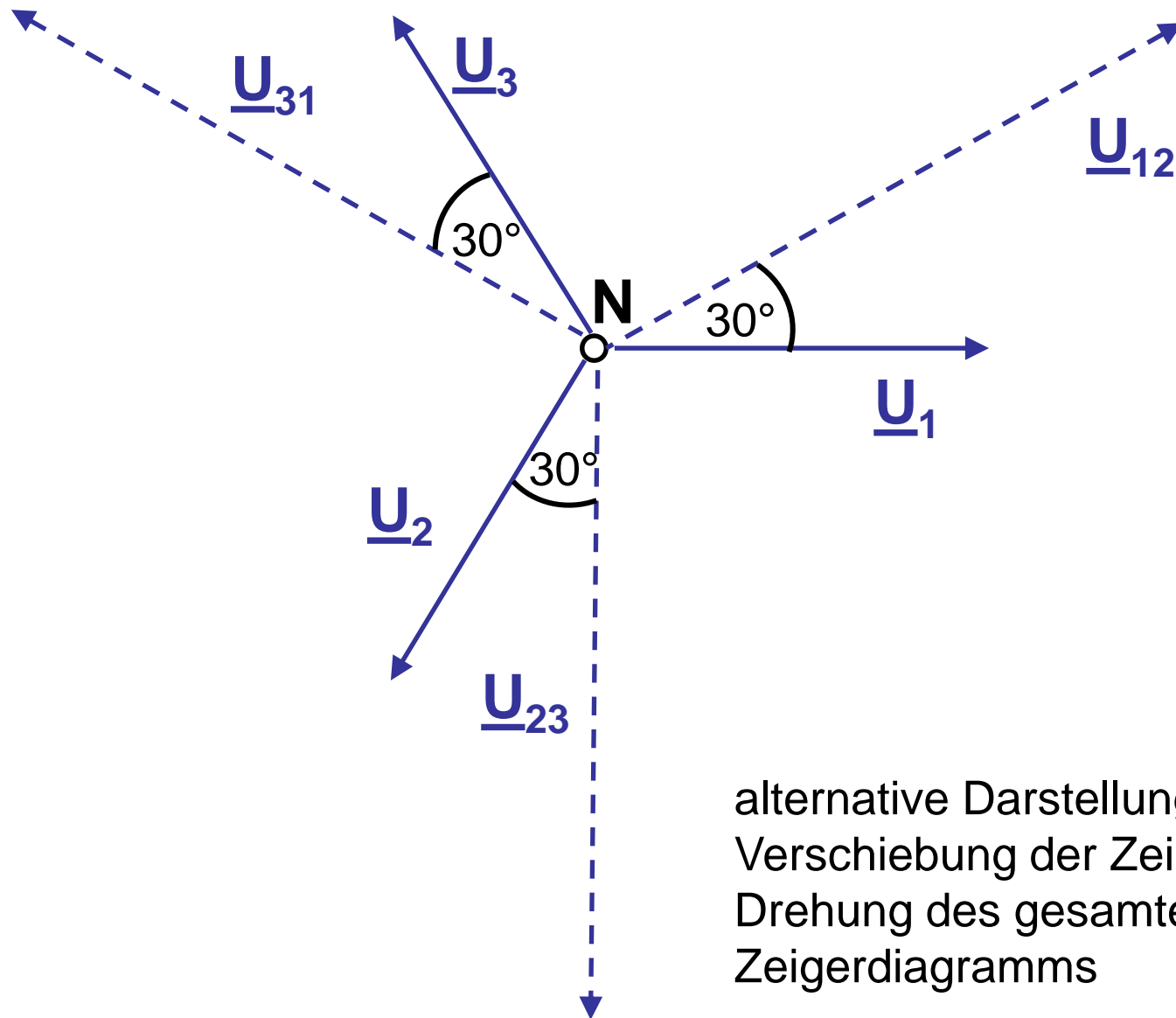
$$U_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot U_* \approx 1,732 \cdot U_*$$

# Drehstrom: Zeigerdiagramm II



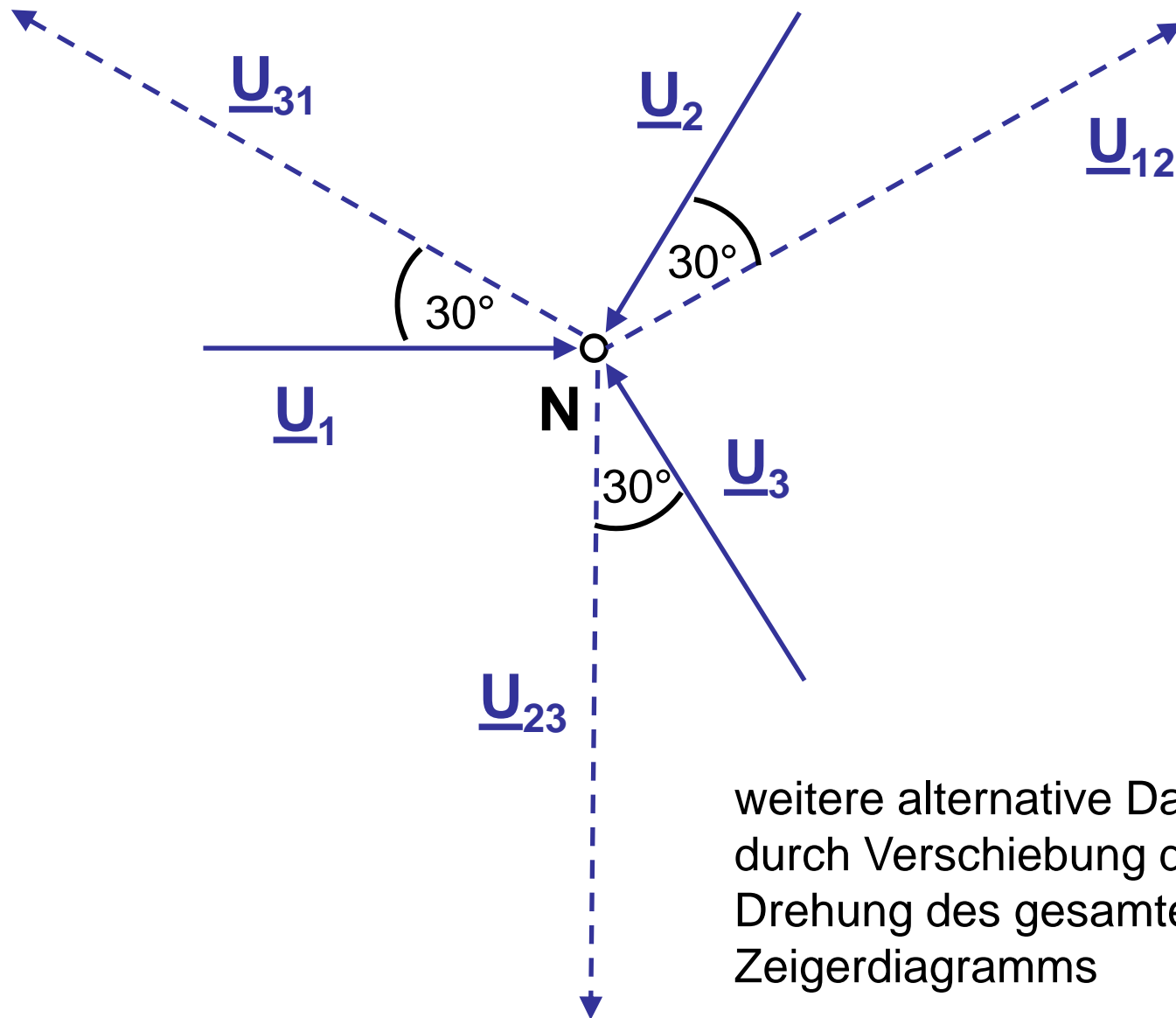
$$U_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot U_* \approx 1,732 \cdot U_*$$

# Drehstrom: Zeigerdiagramm III



alternative Darstellung durch  
Verschiebung der Zeiger und  
Drehung des gesamten  
Zeigerdiagramms

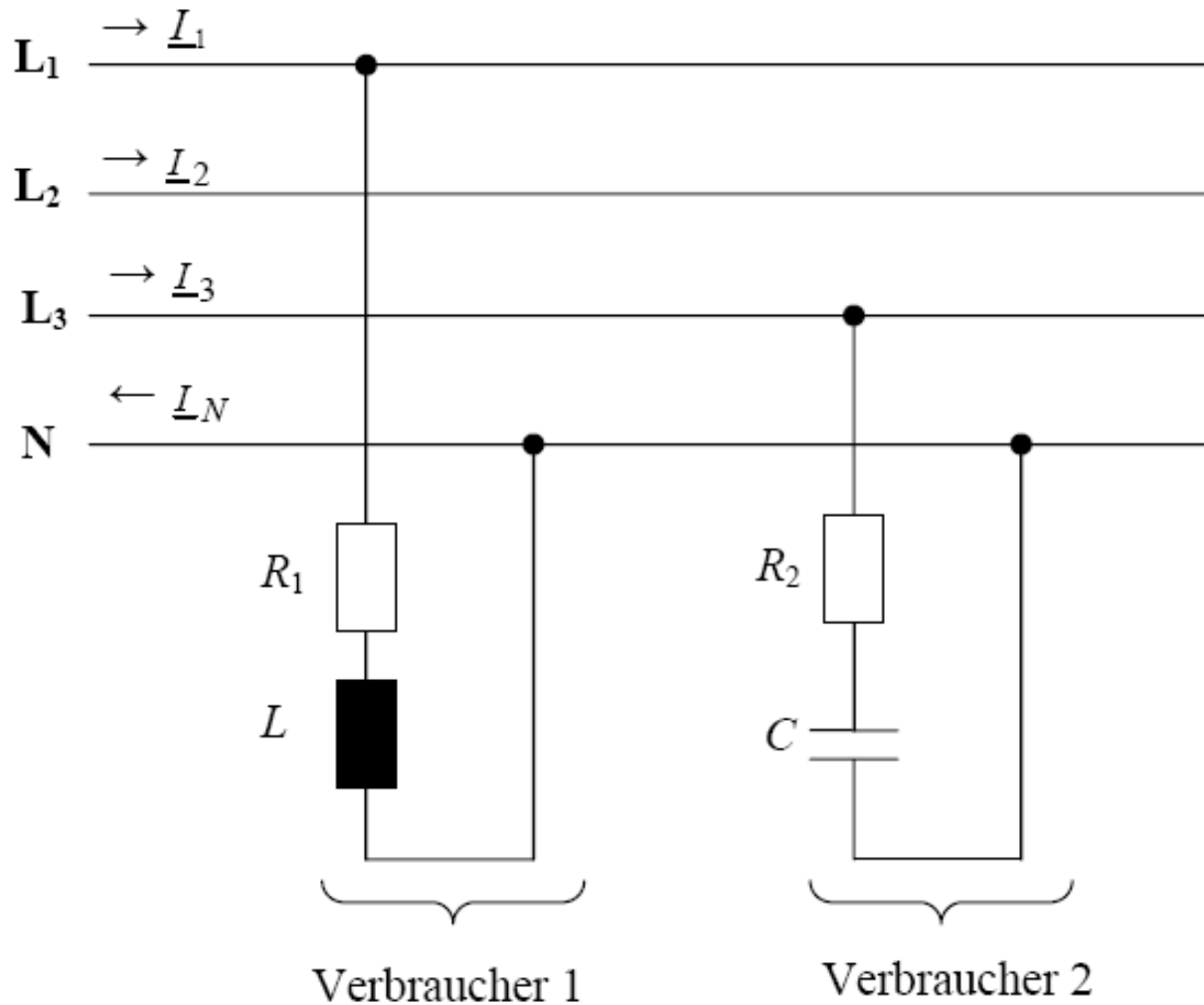
# Drehstrom: Zeigerdiagramm IV



weitere alternative Darstellung  
durch Verschiebung der Zeiger und  
Drehung des gesamten  
Zeigerdiagramms

# Zweites Quiz zu Drehstrom

Ein Vierleiter-Drehstromsystem (symmetrisches Dreiphasensystem) mit den effektiven Außenleiterspannungen (Dreieckspannungen)  $\underline{U}_{12} = 400 \text{ V} \cdot e^{-j30^\circ}$  und  $\underline{U}_{23} = 400 \text{ V} \cdot e^{-j150^\circ}$  und der Frequenz  $f = 50 \text{ Hz}$  ist wie folgt mit zwei Verbrauchern belastet:



**.. Nullphasenwinkel von  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$  und  $\underline{U}_3$ ?**

$$R_1 = 100 \, \Omega$$

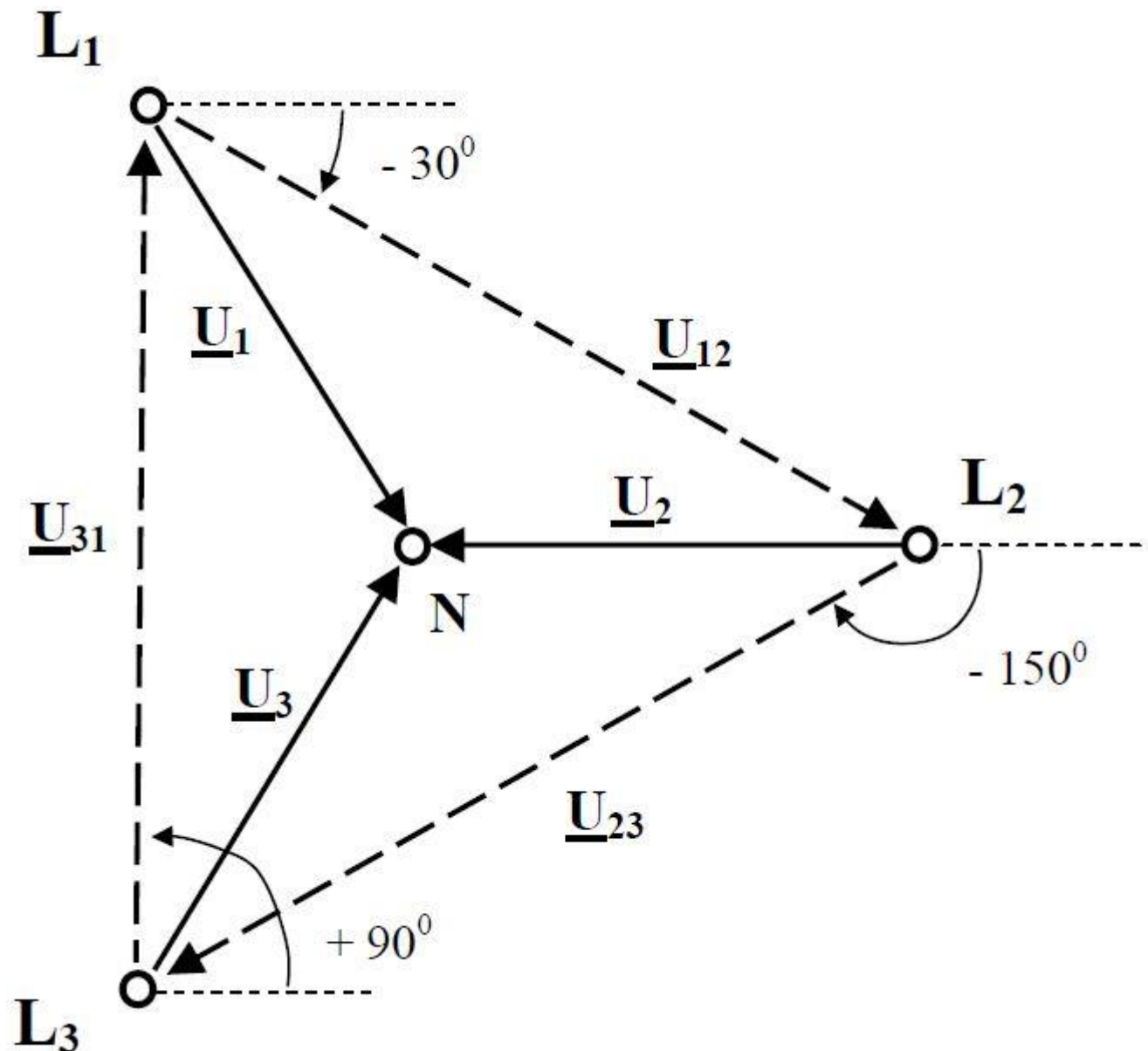
$$R_2 = 500 \, \Omega$$

$$C = 31,8 \, \mu\text{F}$$

$$L = 250 \text{ mH}$$

(frühere Klausuraufgabe)

# Zweites Quiz zu Drehstrom

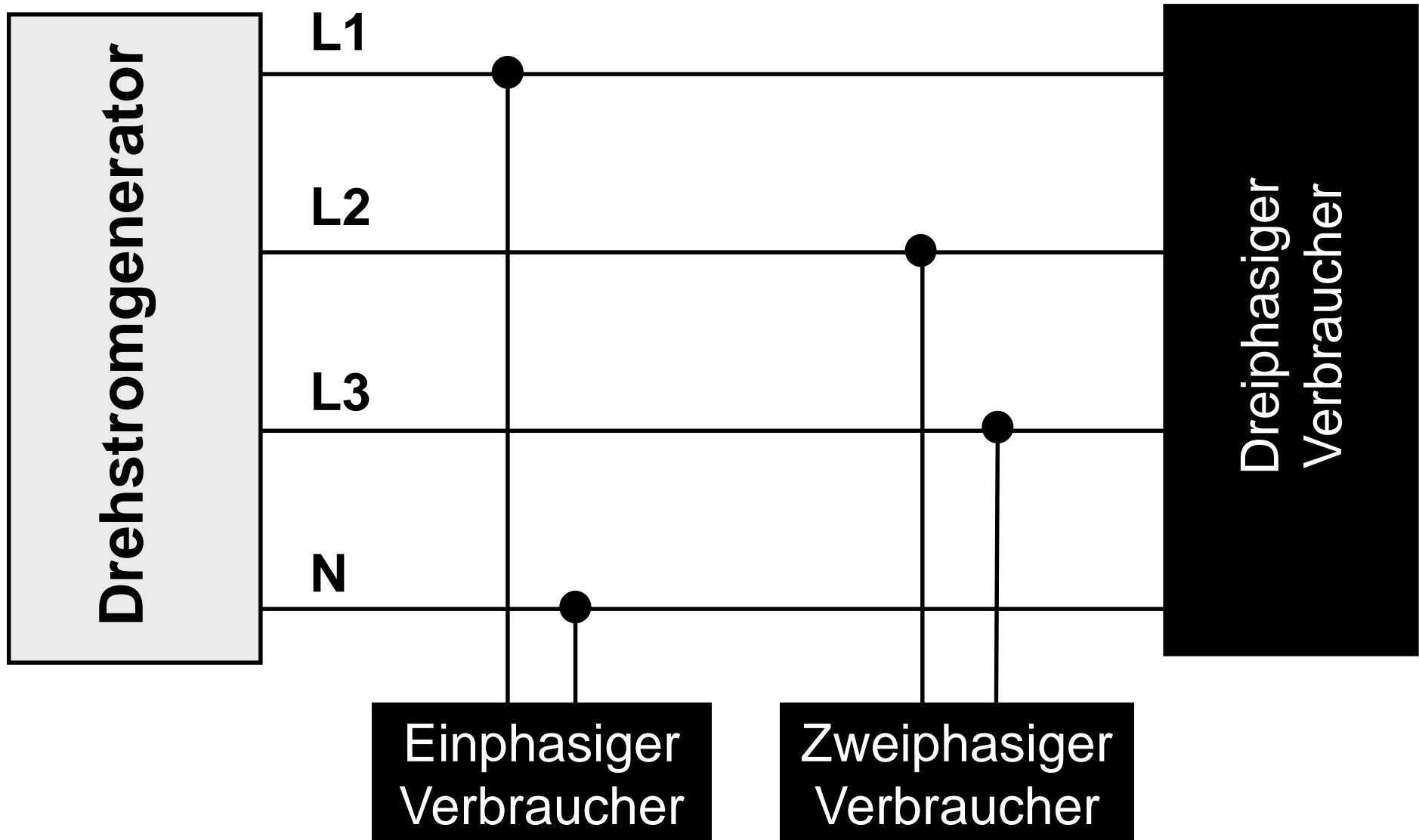


**.. Nullphasen-  
winkel von  
 $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$  und  $\underline{U}_3$ :**

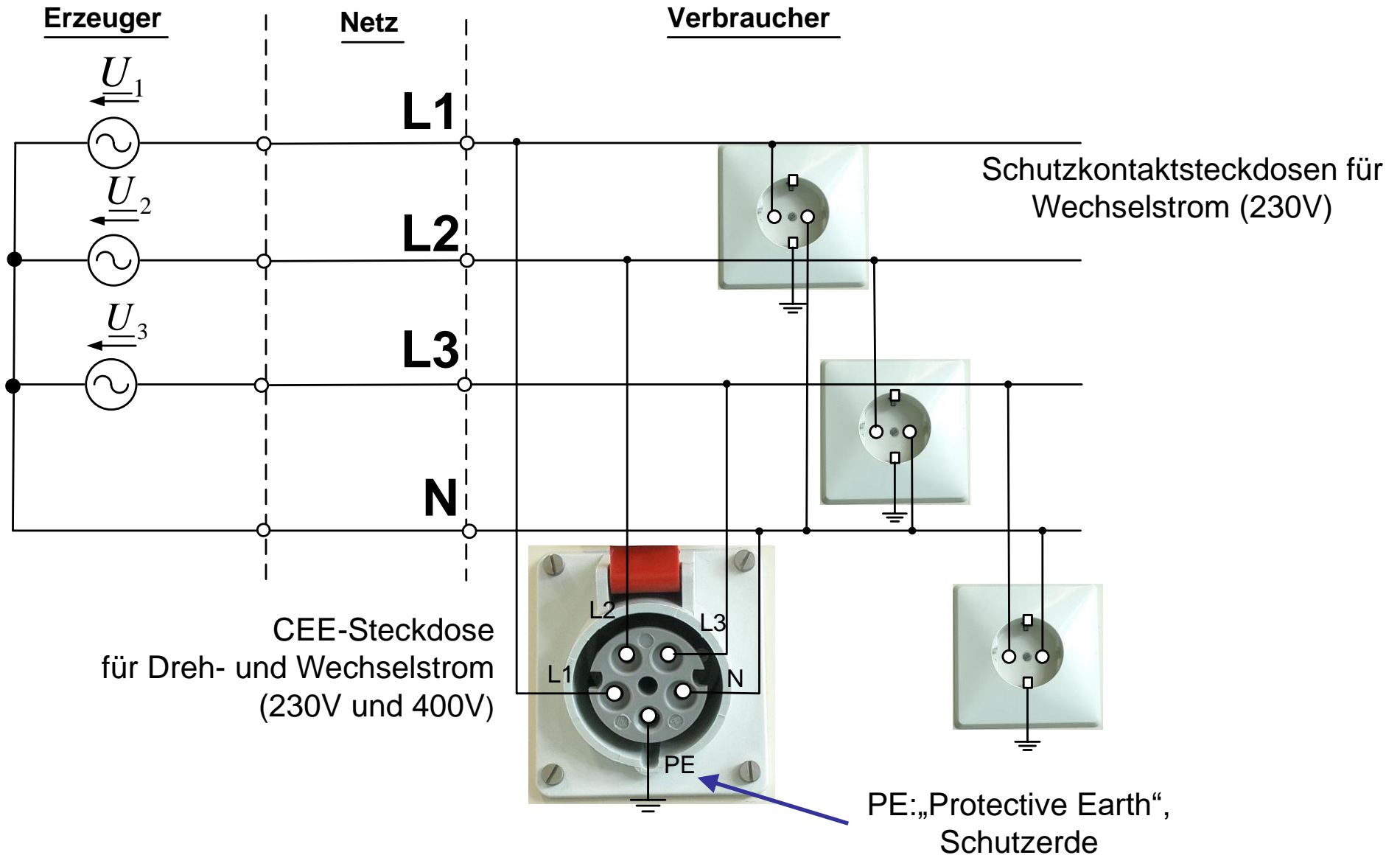
- 60 Grad**
- $\pm 180$  Grad**
- +60 Grad**

(frühere Klausuraufgabe)

# Drehstrom: Verbrauchertypen



# Drehstrom: Verbrauchertypen



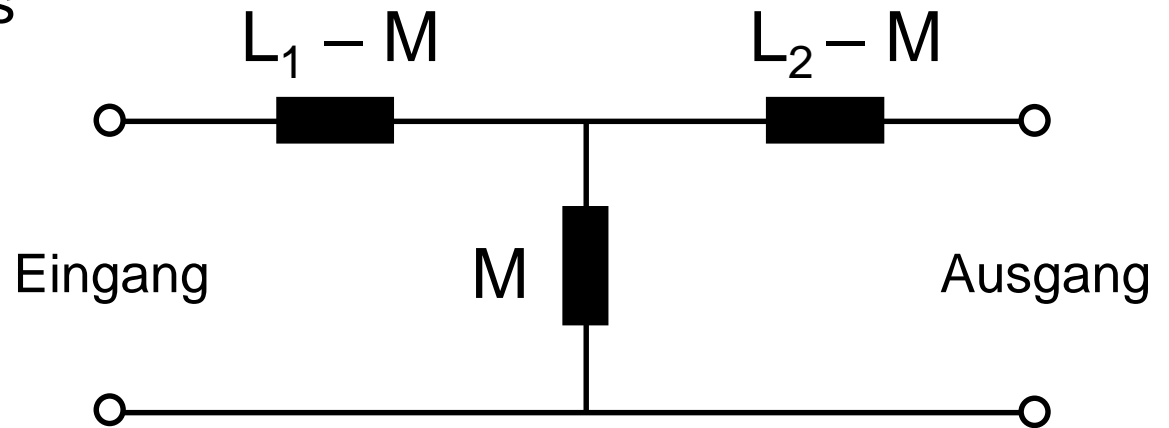
# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Was versteht man ganz allgemein unter „Drehstrom“?
2. Warum ist Drehstrom sinnvoll für die elektrische Energieübertragung und -verwendung?
3. Wie groß ist das Verhältnis zwischen Dreieck- und Sternspannung im gängigen Drehstromsystem?
4. Können Sie aus dem Kopf ein Zeigerdiagramm zeichnen, das alle Dreieck- und Sternspannung des gängigen Drehstromsystems enthält?
5. Entscheiden Sie: Kann es eine Situation geben, in dem im Neutralleiter des gängigen Drehstromsystems kein Strom fließt, obwohl an allen Außenleitern Lasten (Verbraucher) angeschlossen sind?

# Übungsaufgabe 19

Gegeben ist nebenstehendes Ersatzschaltbild für einen verlustlosen Übertrager (Transformator):

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} > 0$$

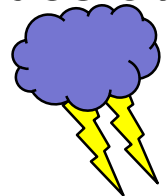


**a)** Warum bezeichnet man  $L_1$  und  $L_2$  auch als Leerlaufinduktivitäten?

Es sei nun  $L_1 = 0,5 \text{ H}$  und  $L_2 = 0,2 \text{ H}$ . Der ausgangsseitig kurzgeschlossene Übertrager wird an seinem Eingang an eine sinusförmige Spannungsquelle mit  $U_1 = 10 \text{ V}$  und  $f=50 \text{ Hz}$  gelegt. Der Eingangsstrom ist  $I_1 = 6,4 \text{ A}$ .

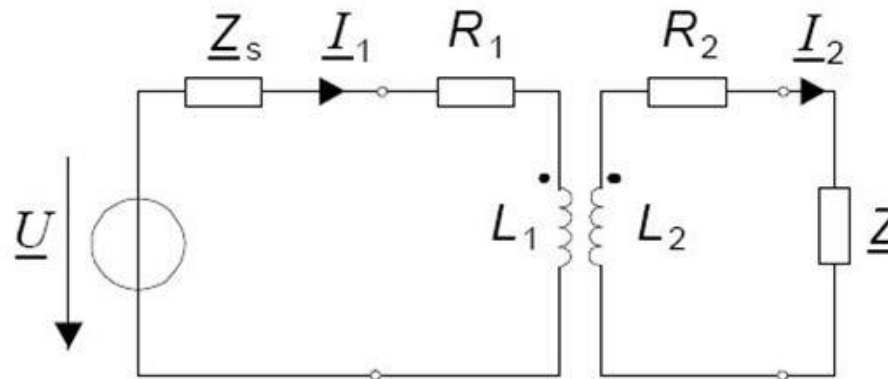
**b)** Berechnen Sie aus diesen Angaben die Gegeninduktivität  $M$ , den Kopplungsfaktor  $k$  und die Elementwerte des Ersatzschaltbildes oben!

**c)** Wie groß sind die Streuinduktivitäten und (eingangsseitige) Hauptinduktivität?



# Übungsaufgabe 20

Gegeben ist folgende Schaltung mit verlustlosem Übertrager (Transformator) und  $k = M / \sqrt{L_1 L_2}$ .



$$\begin{aligned}L_1 &= 5 \text{ mH} \\R_1 &= 4 \Omega \\L_2 &= 20 \text{ mH} \\R_2 &= 10 \Omega \\k &= 0,5 \\ \underline{Z}_s &= 4 \Omega + j4 \Omega \\ \underline{U} &= 10 \text{ V} \\ \omega &= 1000 \frac{1}{\text{s}}\end{aligned}$$

Nehmen Sie an, die Lastimpedanz  $\underline{Z}$  sei eine Reihenschaltung aus  $R = 40 \Omega$  und  $C = 50 \mu\text{F}$  und berechnen Sie:

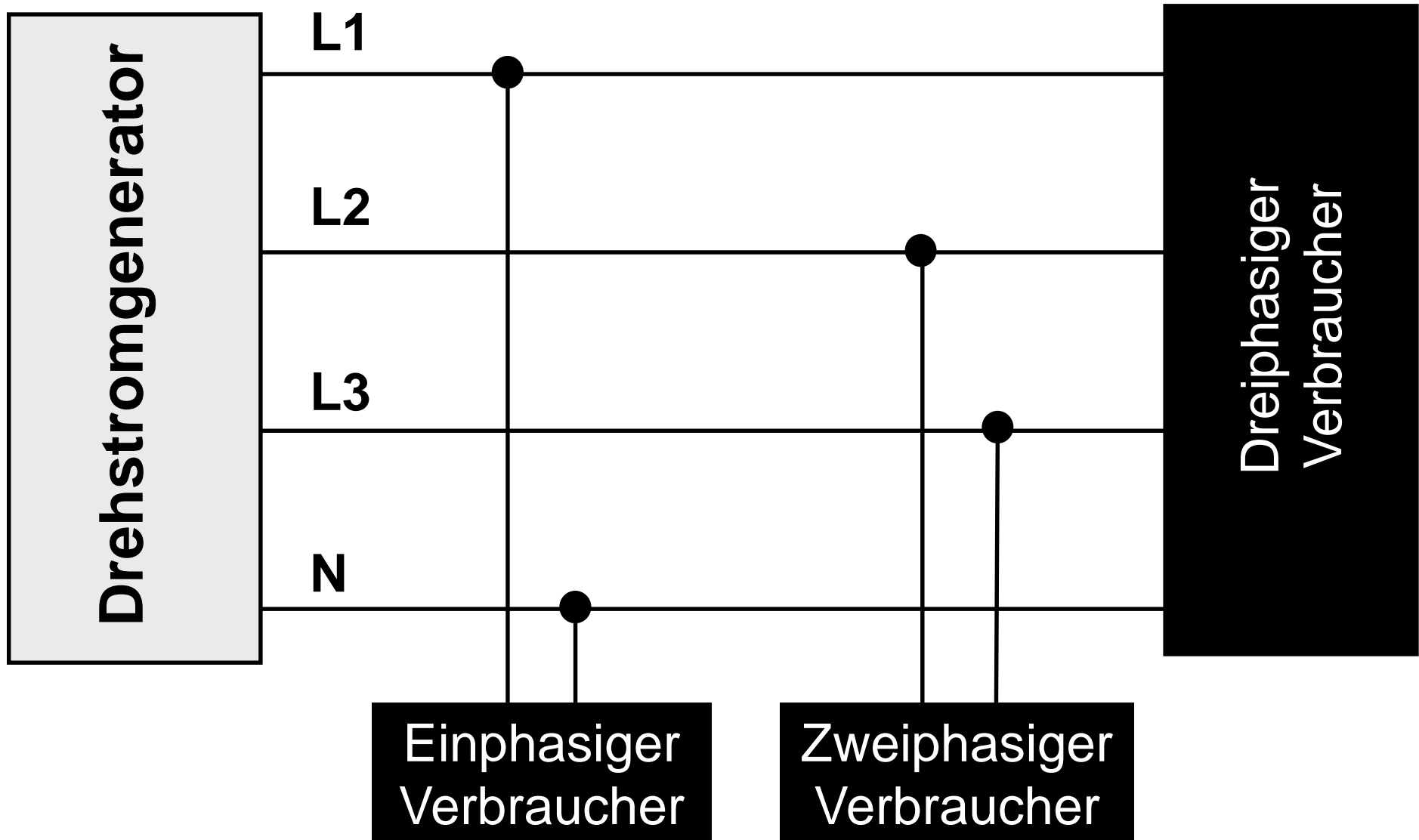
- den Primärstrom  $I_1$  und den Sekundärstrom  $I_2$ ,
- die von der Spannungsquelle abgegebene Wirkleistung  $P_1$  und die in der Lastimpedanz umgesetzte Wirkleistung  $P_2$ ,
- das Verhältnis  $P_2 / P_1$  bei Verdoppelung der Quellspannung  $U$ !

- 11 -

# Lasten im Drehstromsystem

## Leistung im Drehstromsystem

# Drehstrom: Verbrauchertypen



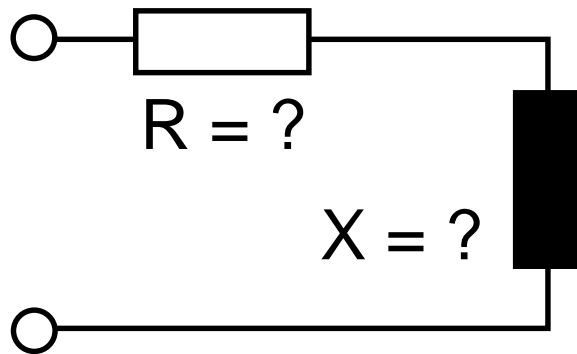
# Notizen

# Notizen

# Quiz zur Leistungsberechnung

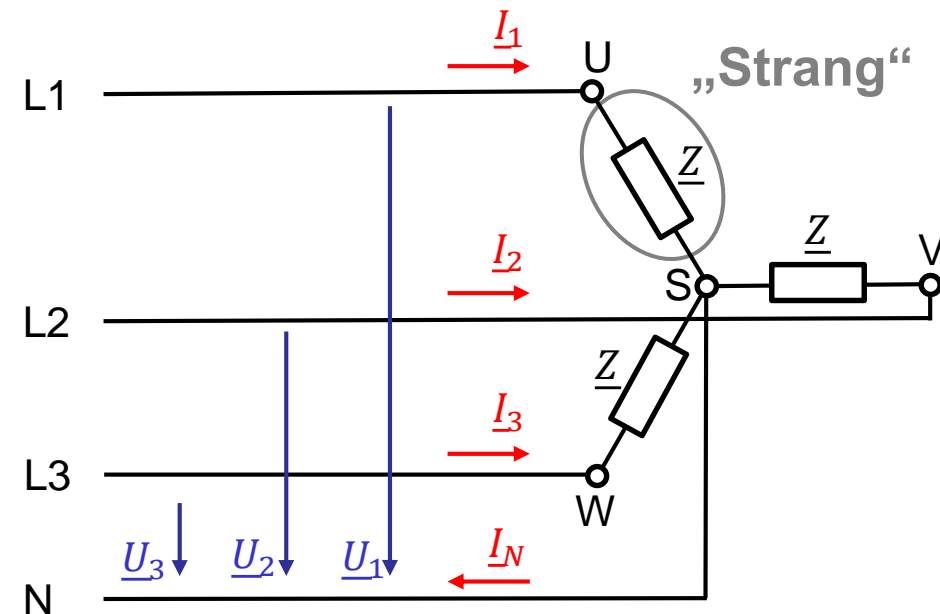
Durch einen ohmsch-induktiven Verbraucher fließt bei Netzspannung (230 V effektiv, 50 Hz) ein Strom von 2 A effektiv. Gleichzeitig messen Sie eine Wirkleistung von 370 W.

Wie groß sind dann die Bauteilwerte der Ersatzschaltung unten?

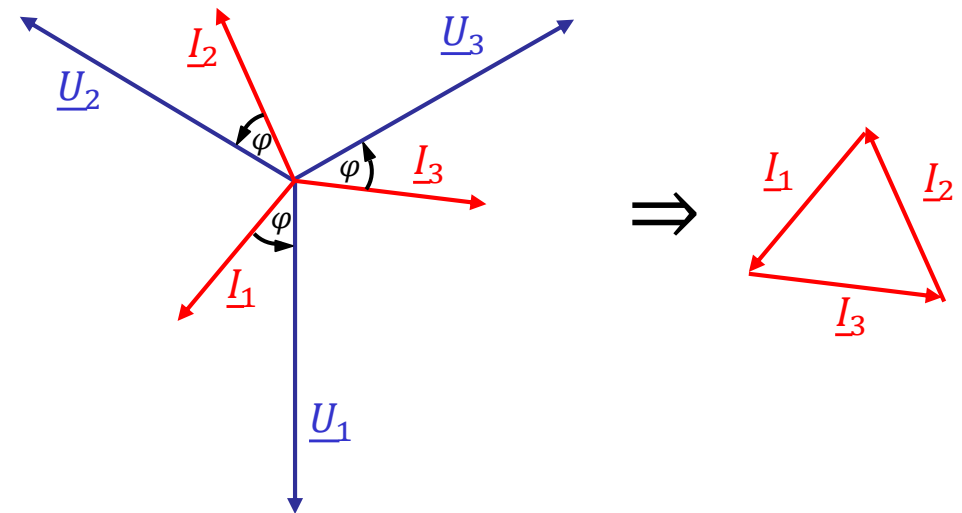


# Notizen

# Symmetrische Sternschaltung



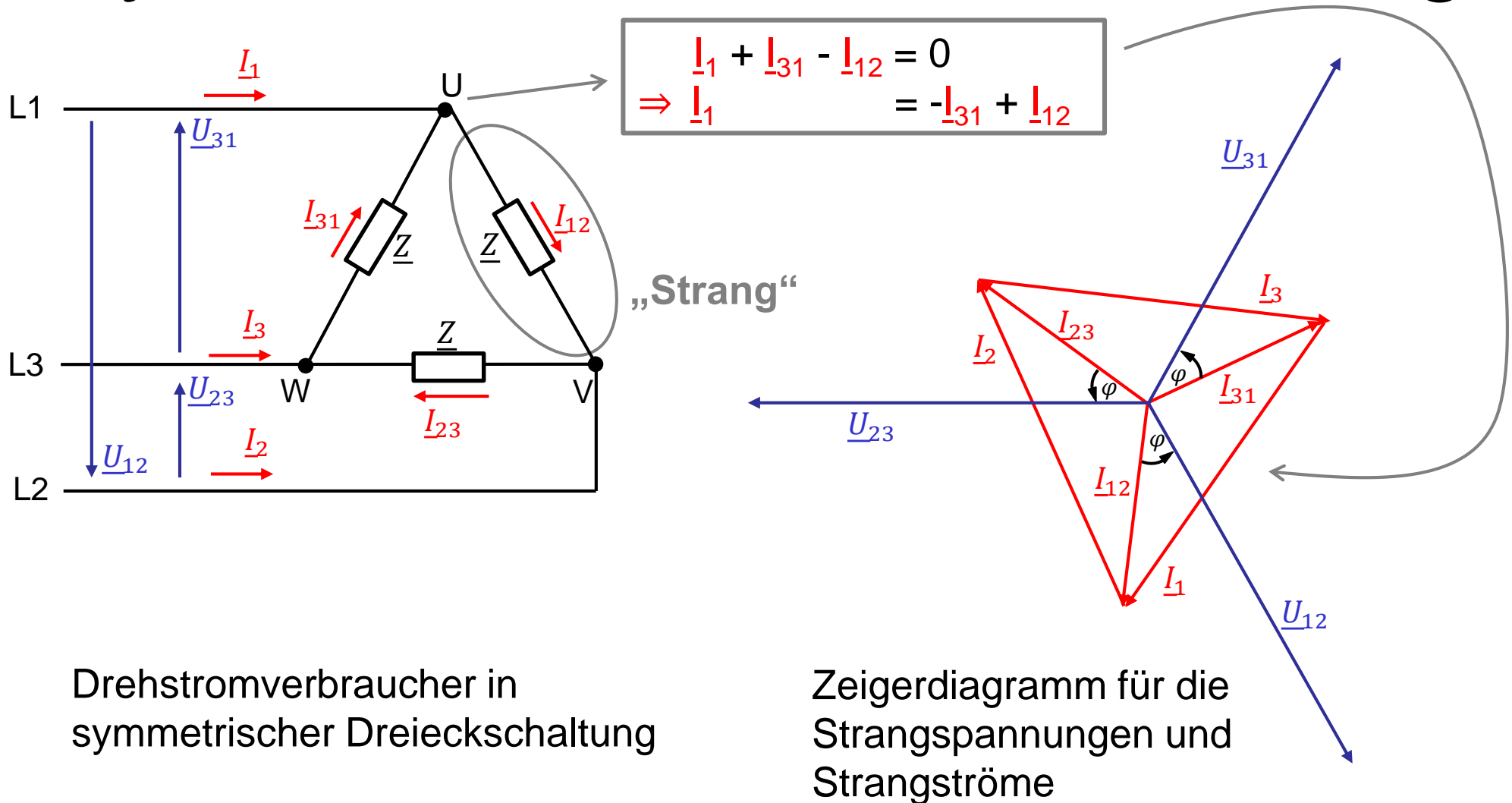
Drehstromverbraucher in  
symmetrischer Sternschaltung



Zeigerdiagramm für die  
Strangspannungen und  
Strangströme

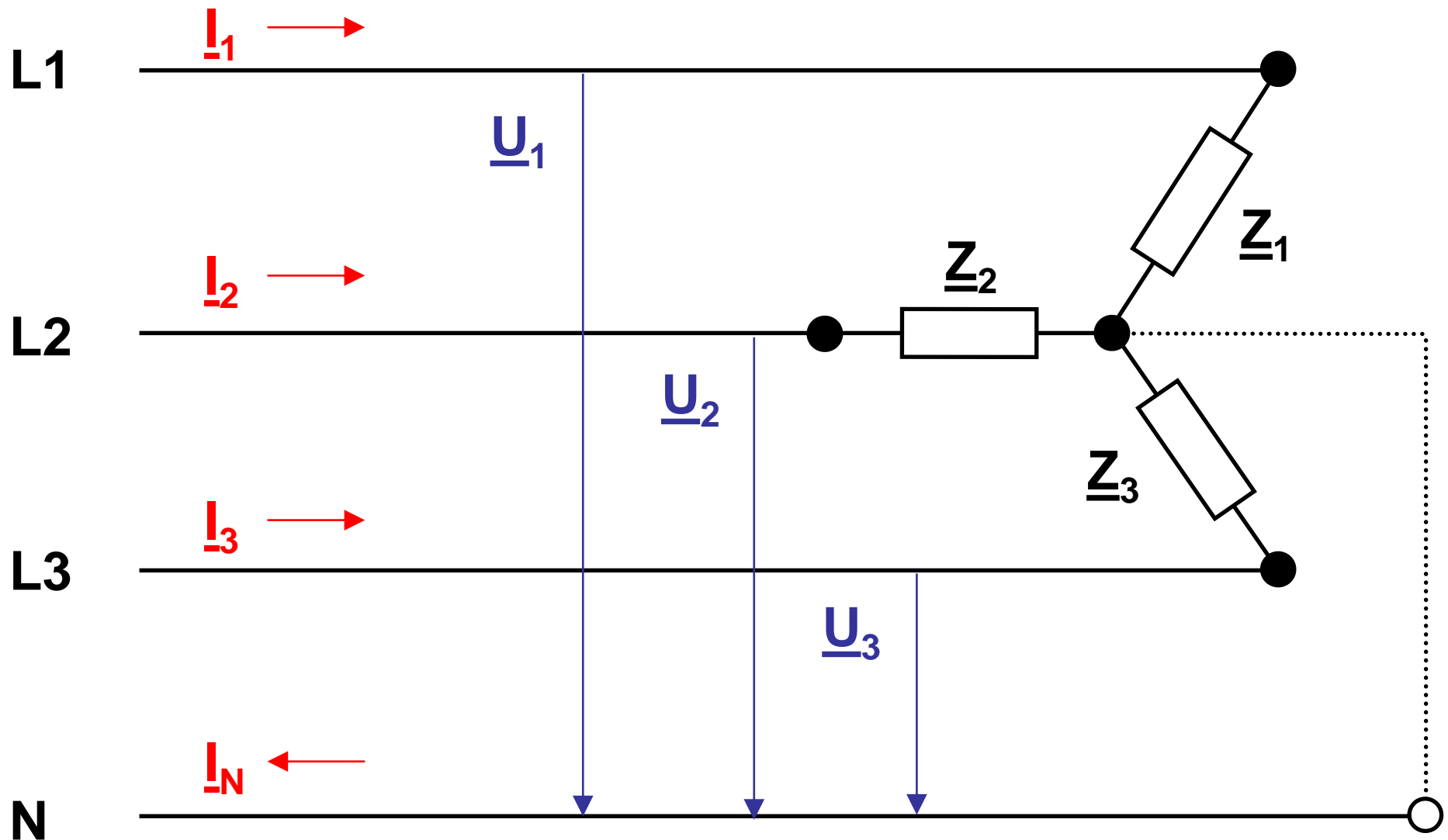
Gemäß Zeigerdiagramm gilt:  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \Rightarrow \underline{I}_N = 0$

# Symmetrische Dreieckschaltung

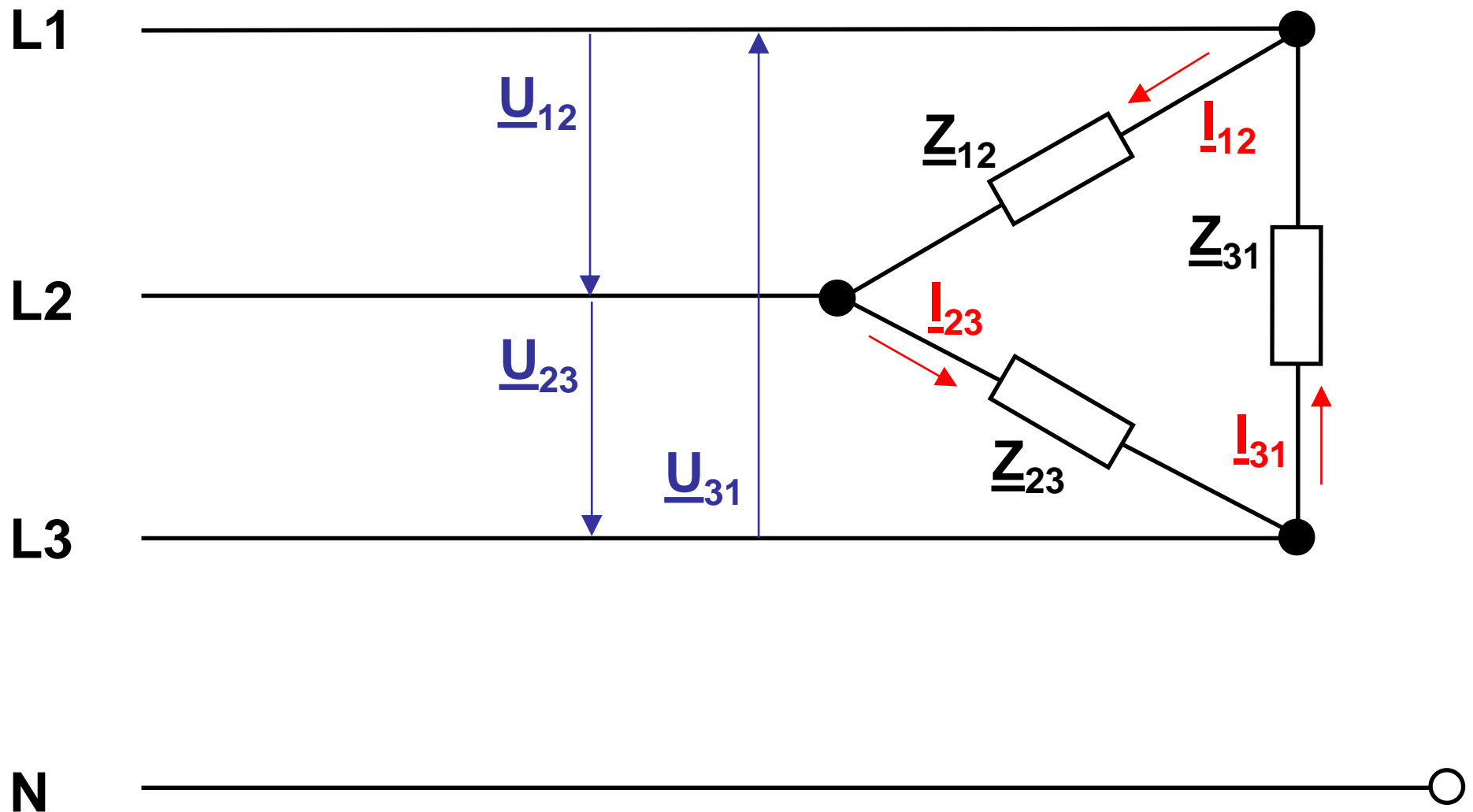


Gemäß Zeigerdiagramm gilt z.B.:  $I_1 = \sqrt{3} I_{12}$   
 (und damit generell:  $I = \sqrt{3} I_{\text{Strang}}$ )

# Verbraucher in Sternschaltung



# Verbraucher in Dreieckschaltung

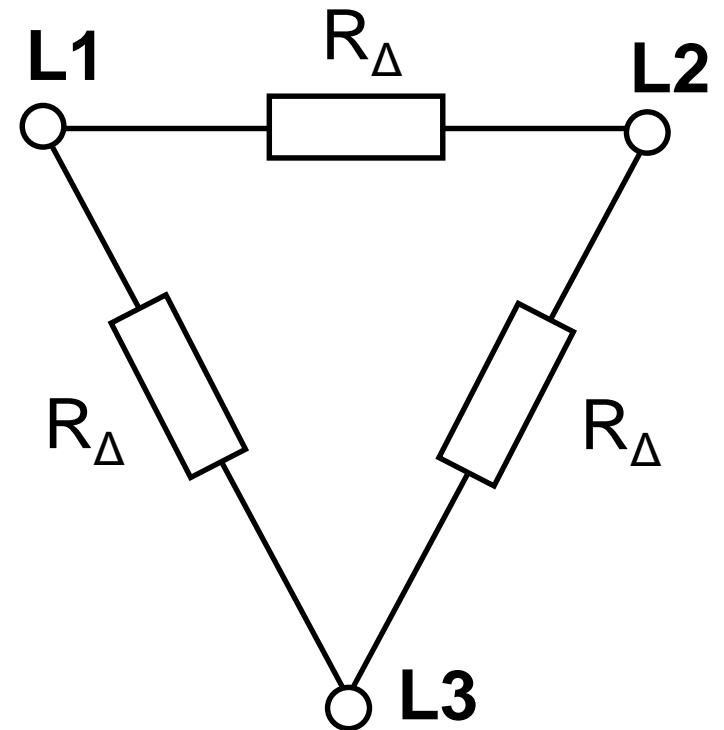
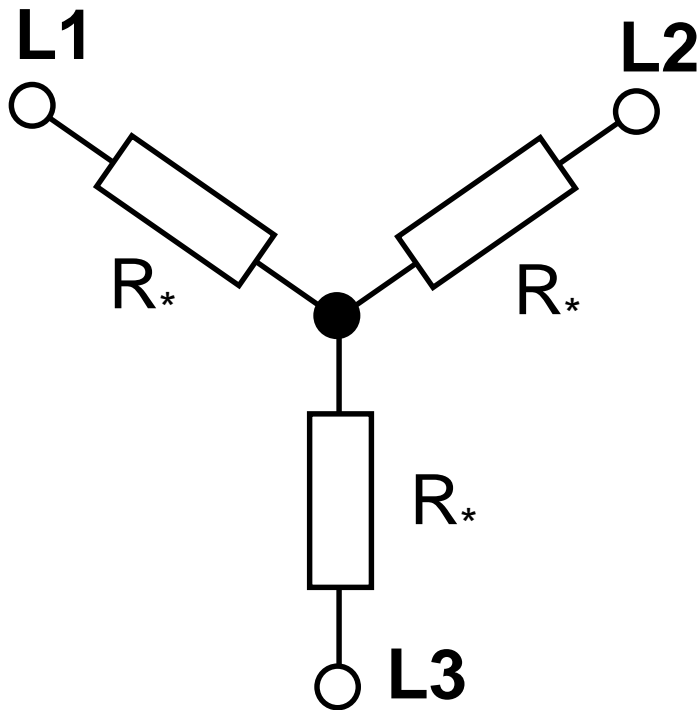


# Notizen

# Notizen

# Drittes Quiz zu Drehstrom

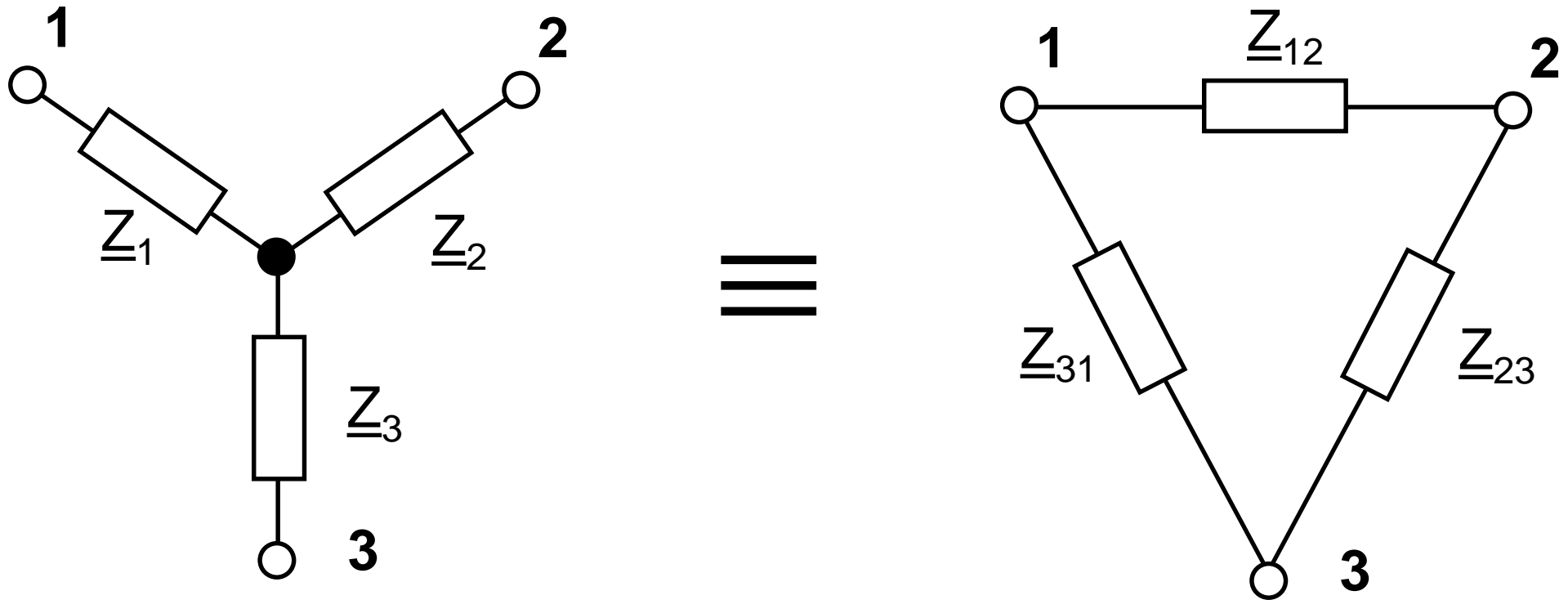
Wie müssen Sie die Verbraucherwiderstände in einem symmetrischen Dreiphasensystem wählen, so dass die symmetrische Sternschaltung dieselbe Leistung zeigt wie die symmetrische Dreieckschaltung?



$$R_\Delta = 3 \cdot R_*$$

# Notizen

# Äquivalente Schaltungen III



$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$

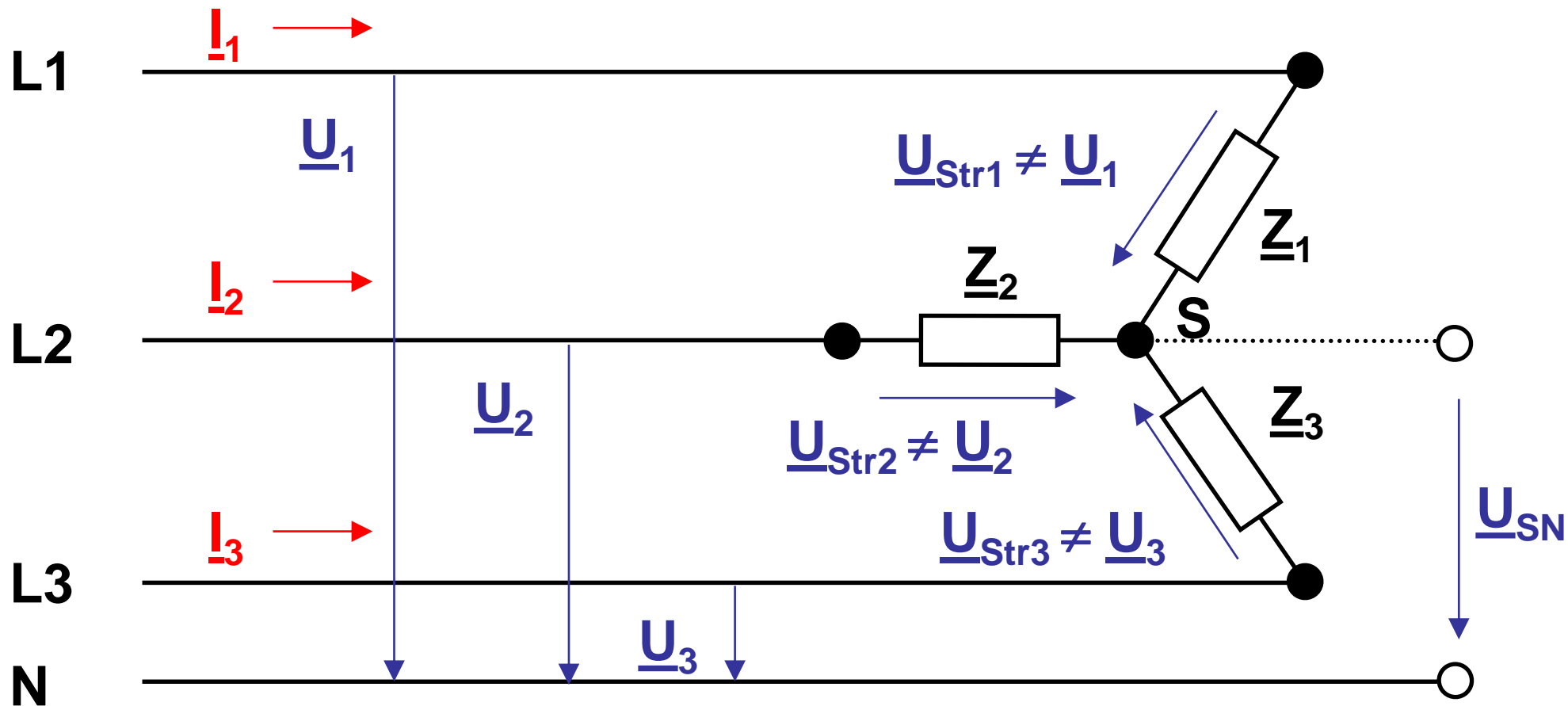
$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

(Man beachte, dass die Zuordnungen i.A. von der Frequenz abhängen!)

# Verbraucher in Sternschaltung II

(asymmetrische Sternschaltung:  $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$ )



Ein unsymmetrischer Verbraucher in Sternschaltung ohne Neutraleiter weist unterschiedlich große Strangspannungen auf, was für einen sicheren Betrieb oft nicht erwünscht ist. **Frage: Wie groß sind diese?**

# Verbraucher in Sternschaltung III

Berechnung einer asymmetrischen Sternschaltung ( $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$ )

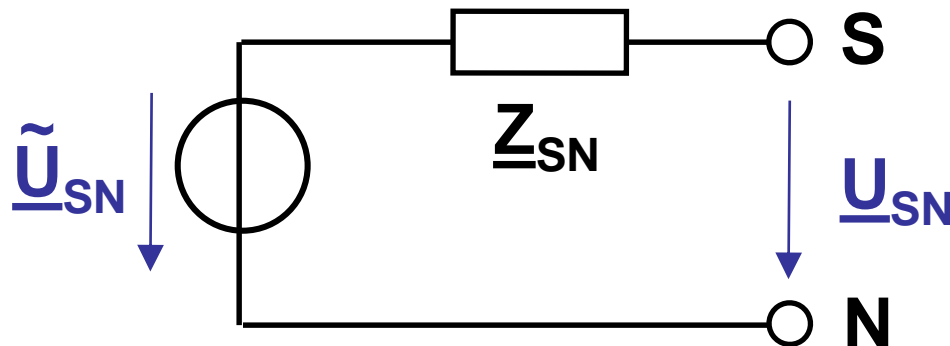
**Ziel:** Bestimmung der über den komplexen Widerständen der Stränge abfallenden Spannungen

$$\underline{U}_{Str.1} = \underline{U}_1 - \underline{U}_{SN}$$

$$\underline{U}_{Str.2} = \underline{U}_2 - \underline{U}_{SN}$$

$$\underline{U}_{Str.3} = \underline{U}_3 - \underline{U}_{SN}$$

**Lösungsansatz:** Bestimmung von  $\underline{U}_{SN}$  durch Anwendung des Satzes der Ersatzspannungsquelle („Thevenin Equivalent Circuit“, siehe Woche 5)



Bei nicht verbundenen Klemmen S und N gilt:

$$\underline{U}_{SN} = \tilde{\underline{U}}_{SN}$$

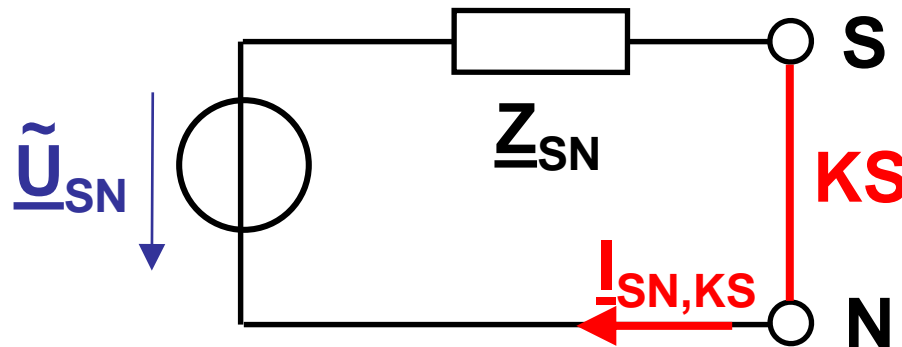
# Verbraucher in Sternschaltung IV

Berechnung einer asymmetrischen Sternschaltung ( $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$ )

Berechnung von  $\underline{Z}_{SN}$ : deaktivieren (= kurzschließen) der Spannungsquellen  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$  und  $\underline{U}_3 \rightarrow \underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$  und  $\underline{Z}_3$  erscheinen von S-N aus in Parallelschaltung

$$\Rightarrow \frac{1}{\underline{Z}_{SN}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}$$

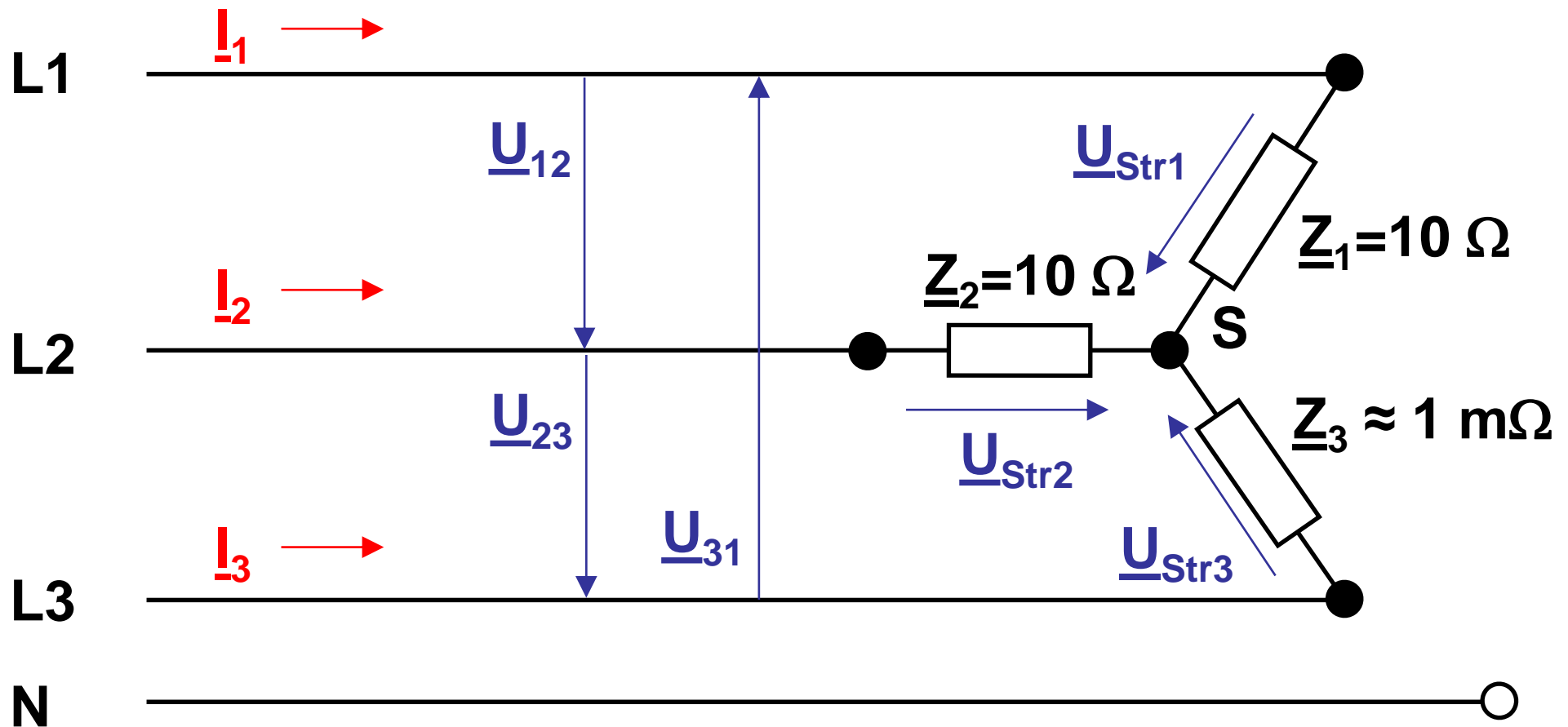
Berechnung von  $\underline{\tilde{U}}_{SN}$ : über Kurzschlussstrom der Ersatzspannungsquelle



Kirchhoffsche Knotenregel (gilt hier nur bei KS, d.h. Verbindung zwischen S und N)

$$\Rightarrow \underline{\tilde{U}}_{SN} = \underline{Z}_{SN} \cdot \underline{I}_{SN,KS} = \underline{Z}_{SN} \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = \underline{Z}_{SN} \cdot \left( \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} \right)$$

# Viertes Quiz zu Drehstrom



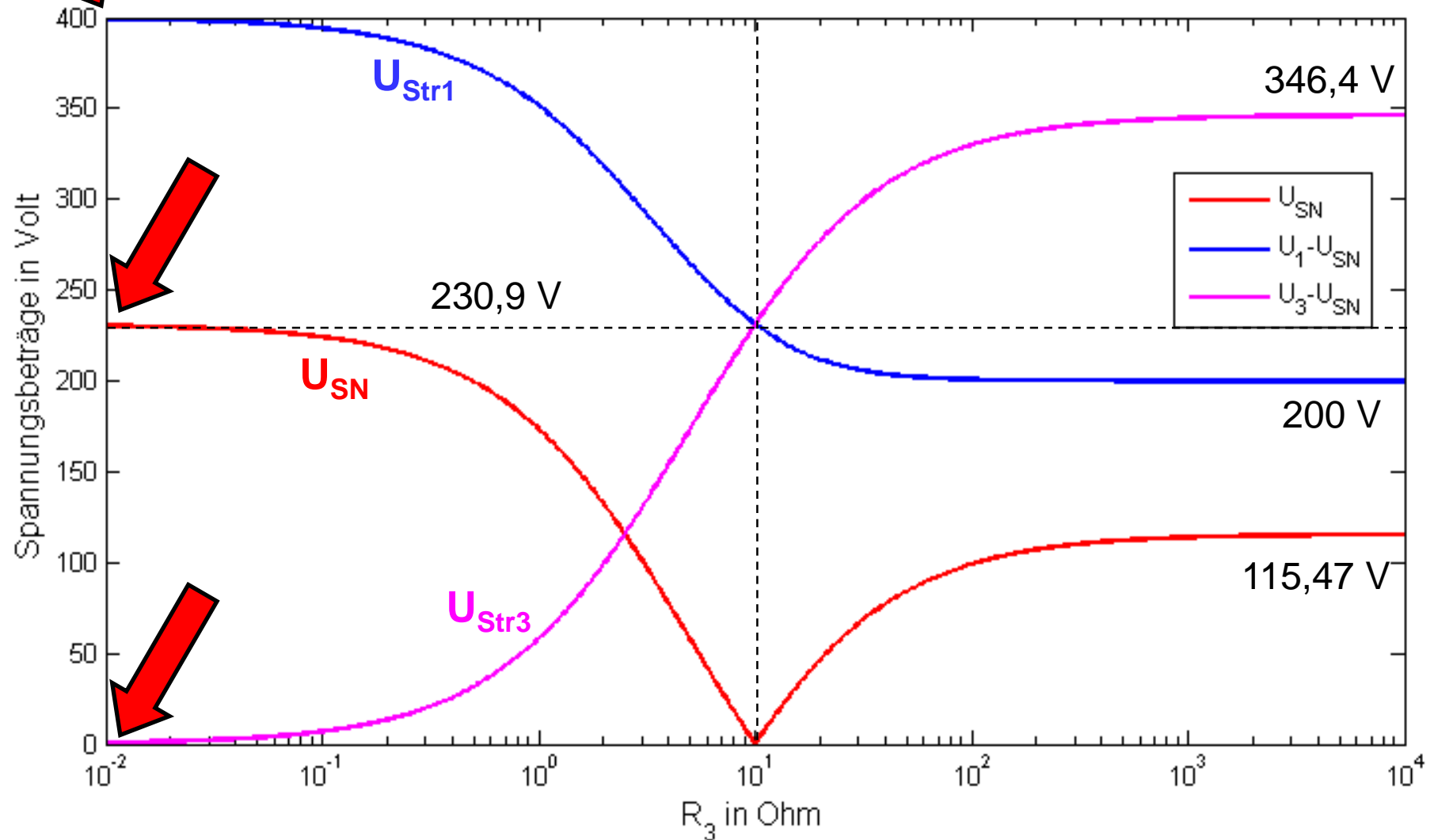
Welche Strangspannungen ergeben sich genähert in dem obigen Fall?

$$\underline{U}_{\text{Str1}} = -\underline{U}_{31}, \quad \underline{U}_{\text{Str2}} = \underline{U}_{23}, \quad \underline{U}_{\text{Str3}} = 0!$$

# Viertes Quiz zu Drehstrom

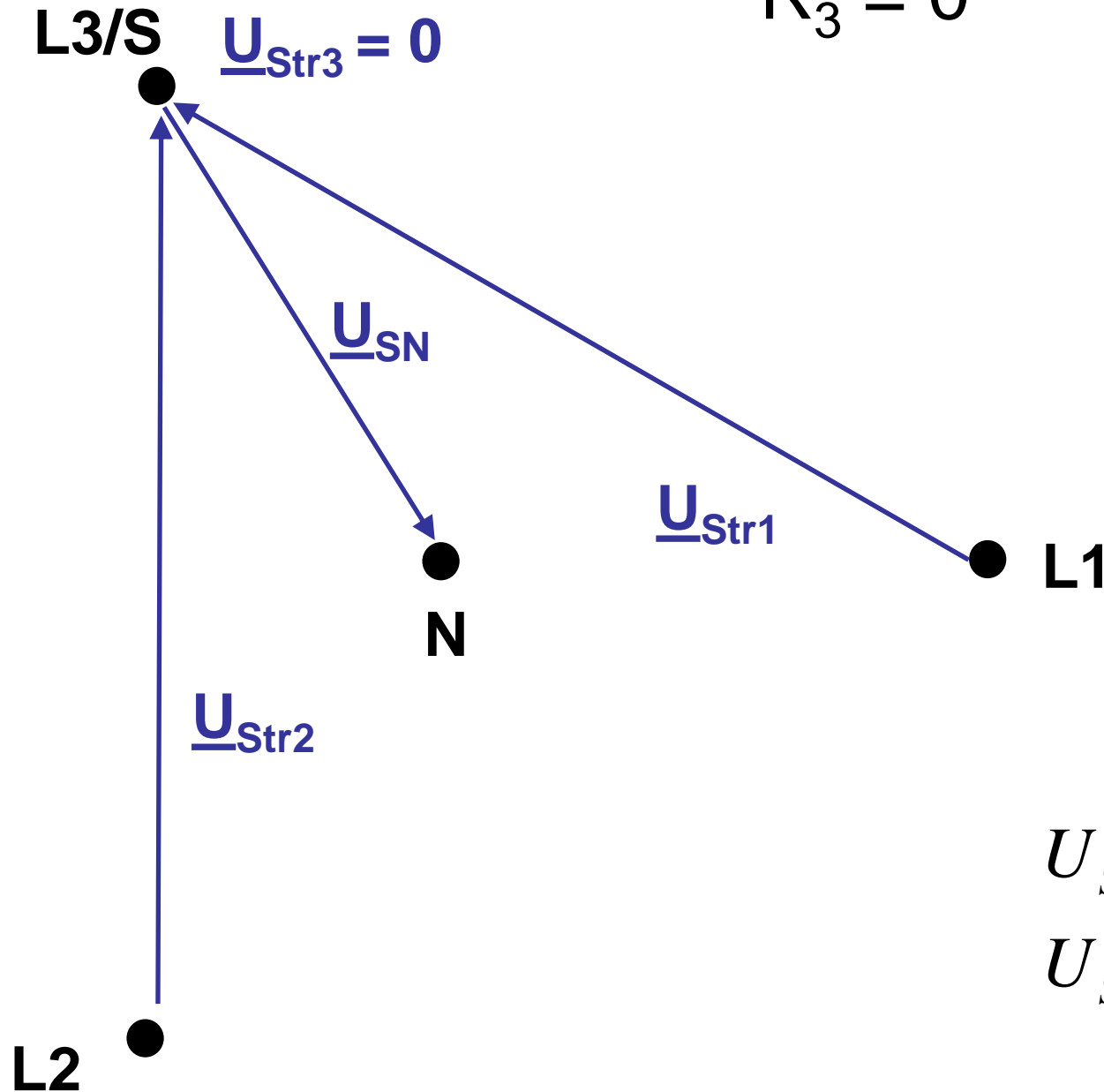
## Variation von $R_3$

Unsymmetrische Sternschaltung ( $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ohm}$ )  $U = 400 \text{ V}$



# Viertes Quiz zu Drehstrom

$$R_3 = 0$$



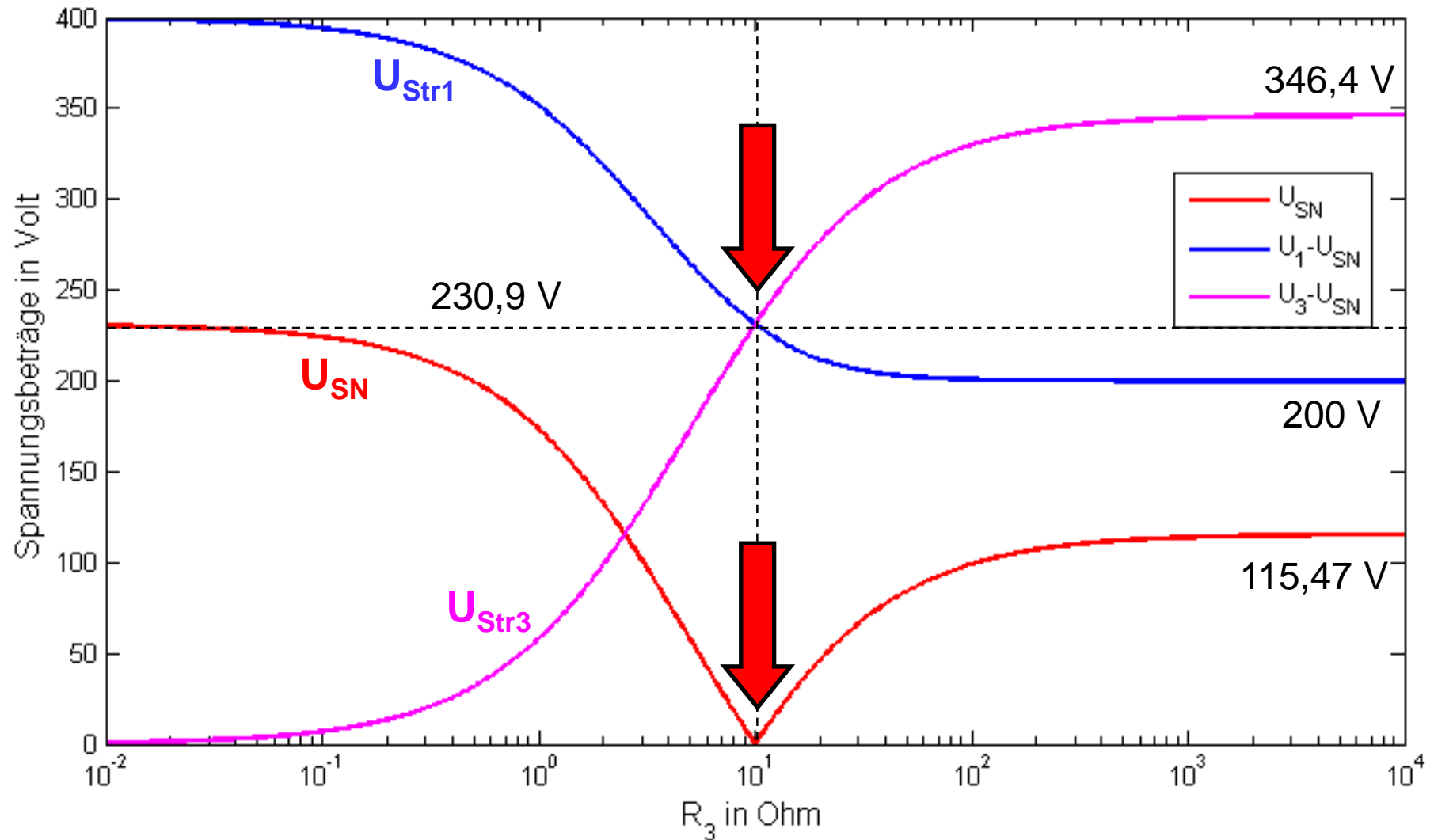
$$U_{Str1} = U_{Str2} = 400V$$

$$U_{SN} = 230,9V$$

# Viertes Quiz zu Drehstrom

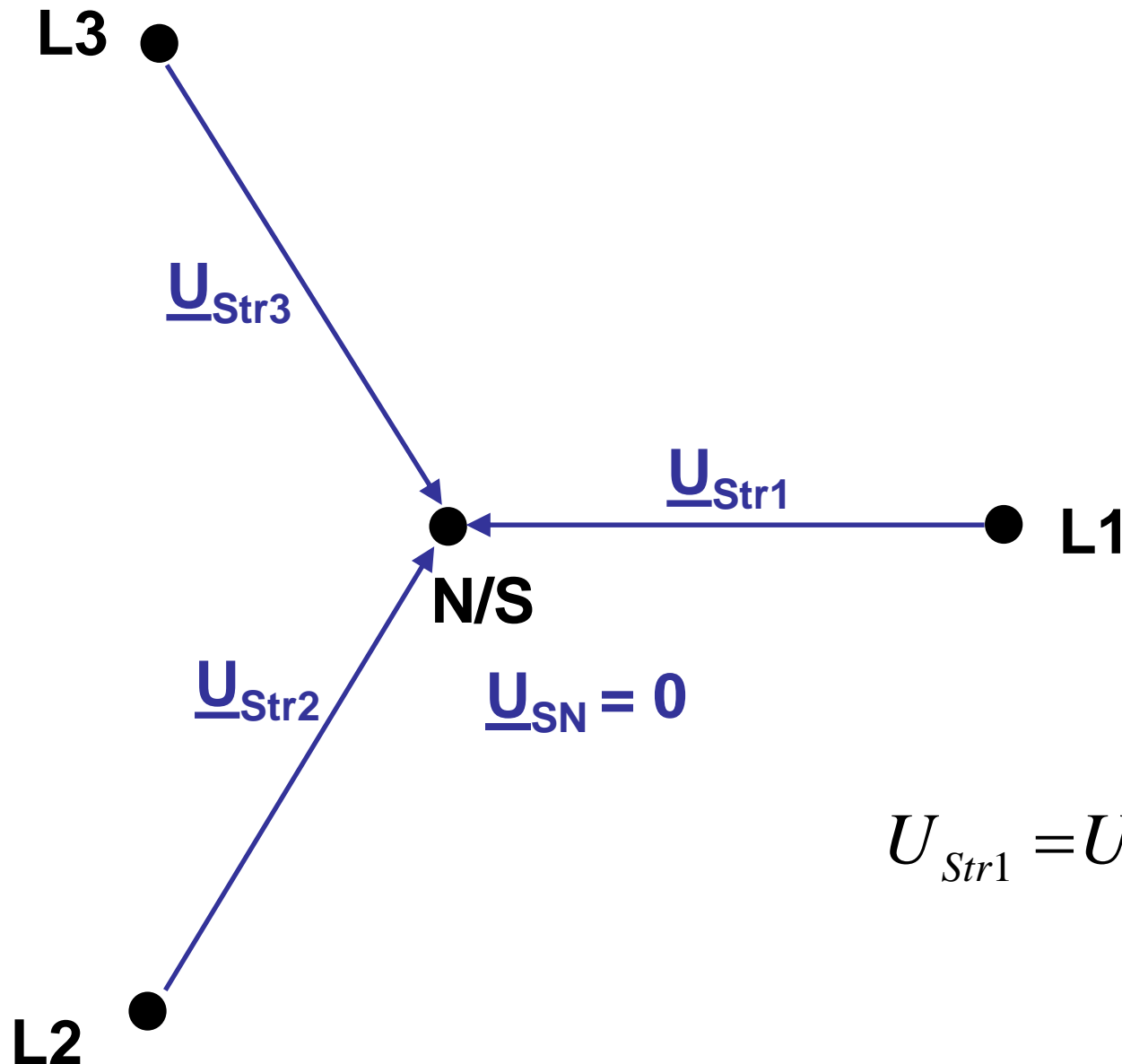
## Variation von $R_3$

Unsymmetrische Sternschaltung ( $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ohm}$ )  $U = 400 \text{ V}$



# Viertes Quiz zu Drehstrom

$R_3 = R_1 = R_2$  (d.h. symmetrische Sternschaltung)

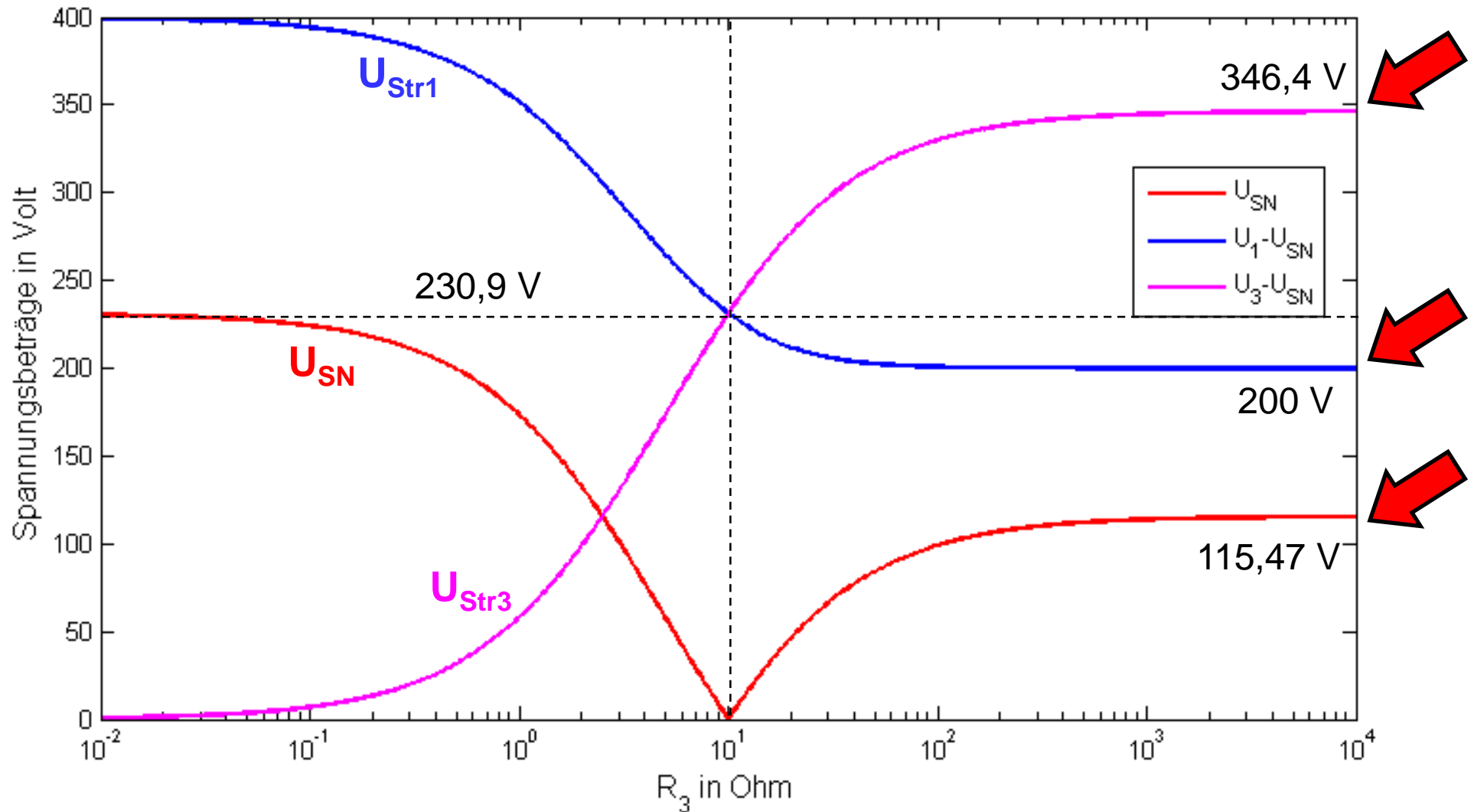


$$U_{Str1} = U_{Str2} = U_{Str3} = 230,9V$$

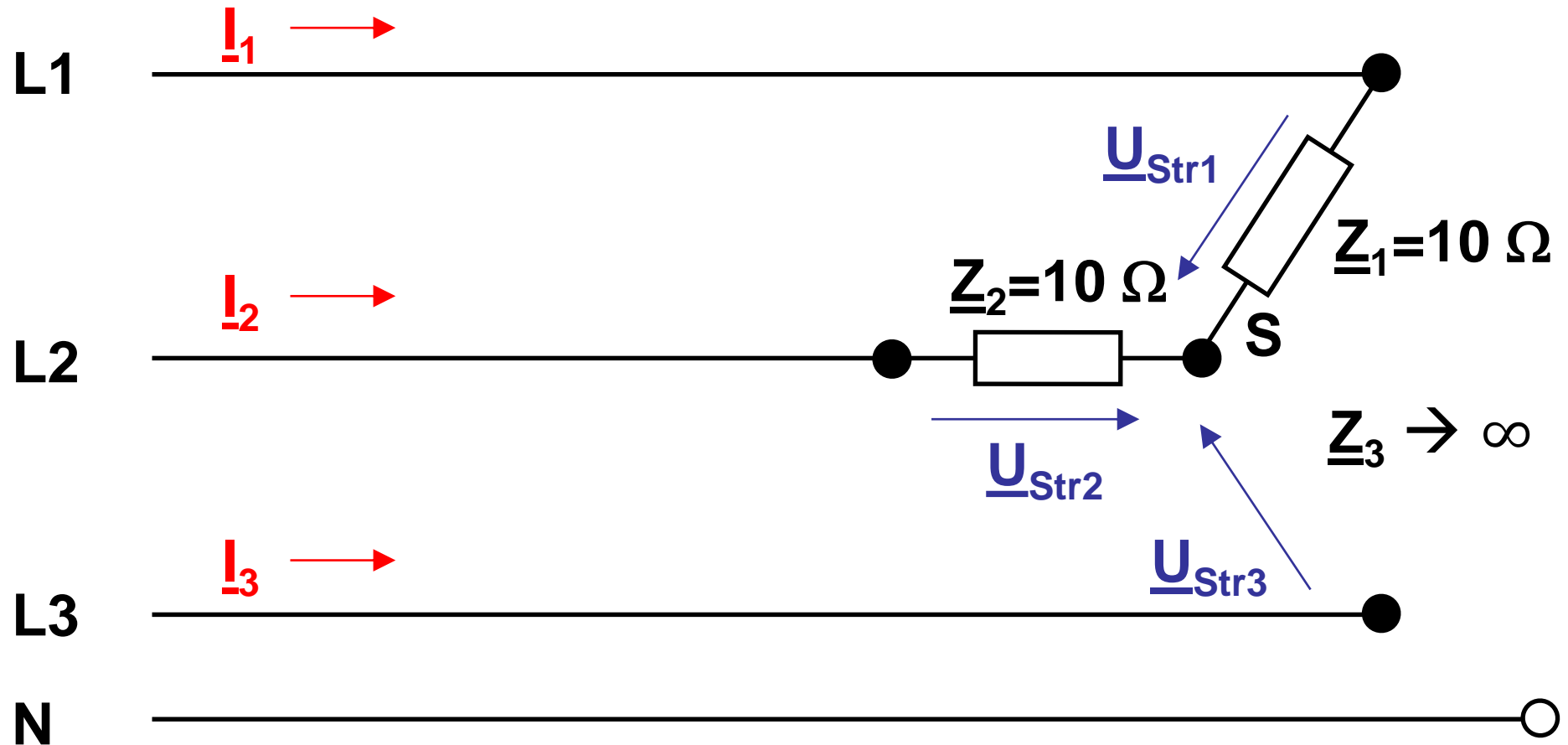
# Viertes Quiz zu Drehstrom

## Variation von $R_3$

Unsymmetrische Sternschaltung ( $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ohm}$ )  $U = 400\text{V}$

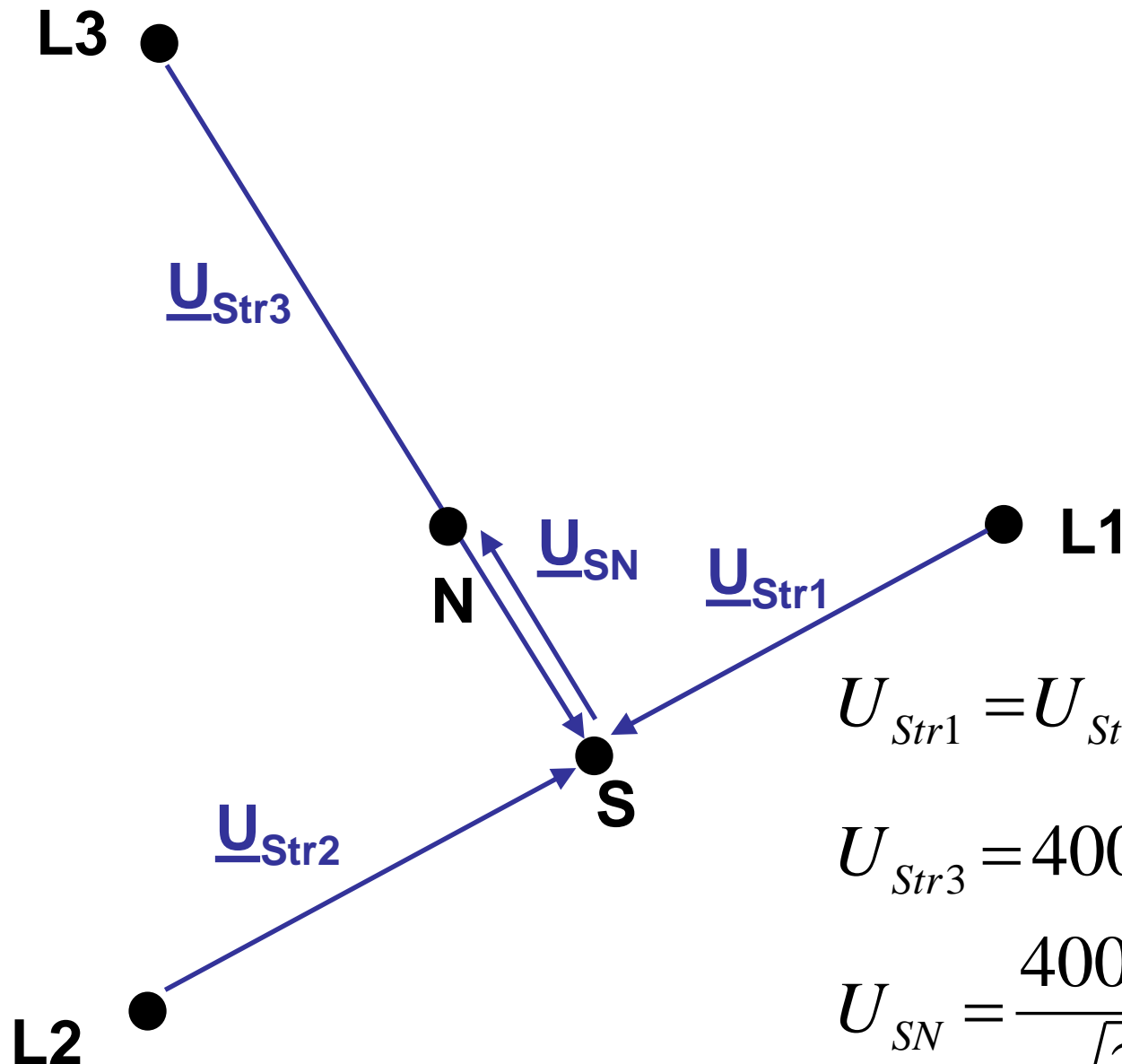


# Viertes Quiz zu Drehstrom



# Viertes Quiz zu Drehstrom

$$R_3 \rightarrow \infty$$

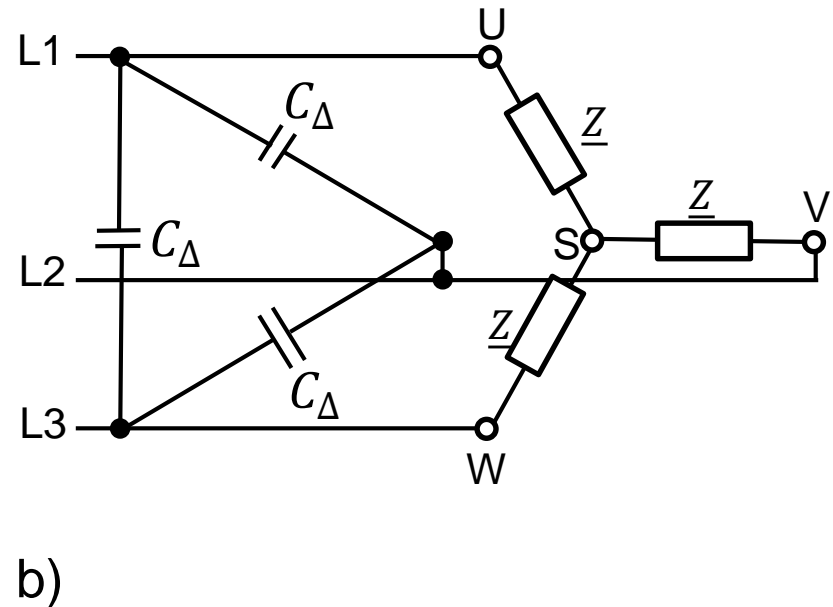
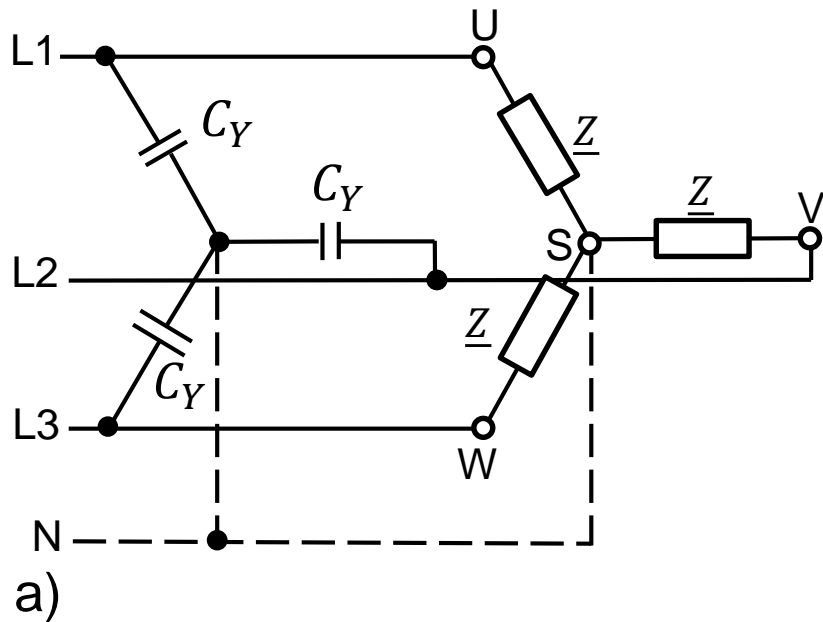


$$U_{Str1} = U_{Str2} = \frac{1}{2} \cdot 400V$$

$$U_{Str3} = 400V \cdot \sin(60^\circ) = 346,41V$$

$$U_{SN} = \frac{400V}{\sqrt{3}} \cdot \sin(30^\circ) = 115,47V$$

# Blindleistungskompensation



Blindleistungskompensation eines ohmschen-induktiven symmetrischen Drehstromverbrauchers durch

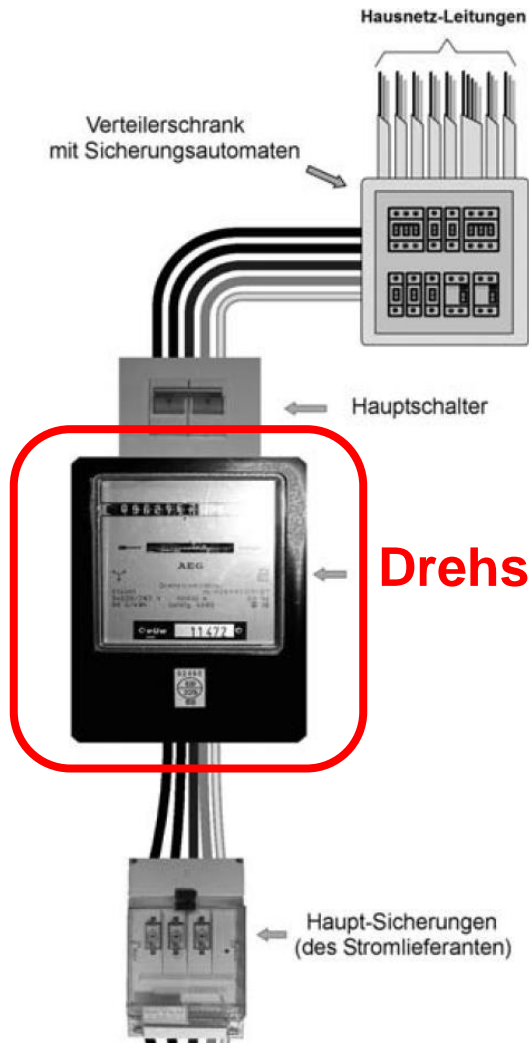
- a) drei Kondensatoren  $C_Y$  in Sternschaltung
- b) drei Kondensatoren  $C_\Delta$  in Dreieckschaltung

Aus der bekannten Regel für die Q-Kompensation eines einphasigen Verbrauchers ( $Q_L + Q_C \neq 0$ ) für jede Phase ergibt sich die Q-Kompensation für einen dreiphasigen Verbraucher. Die Sternschaltung der Kondensatoren kann dabei auch in eine Dreieckschaltung umgewandelt werden.

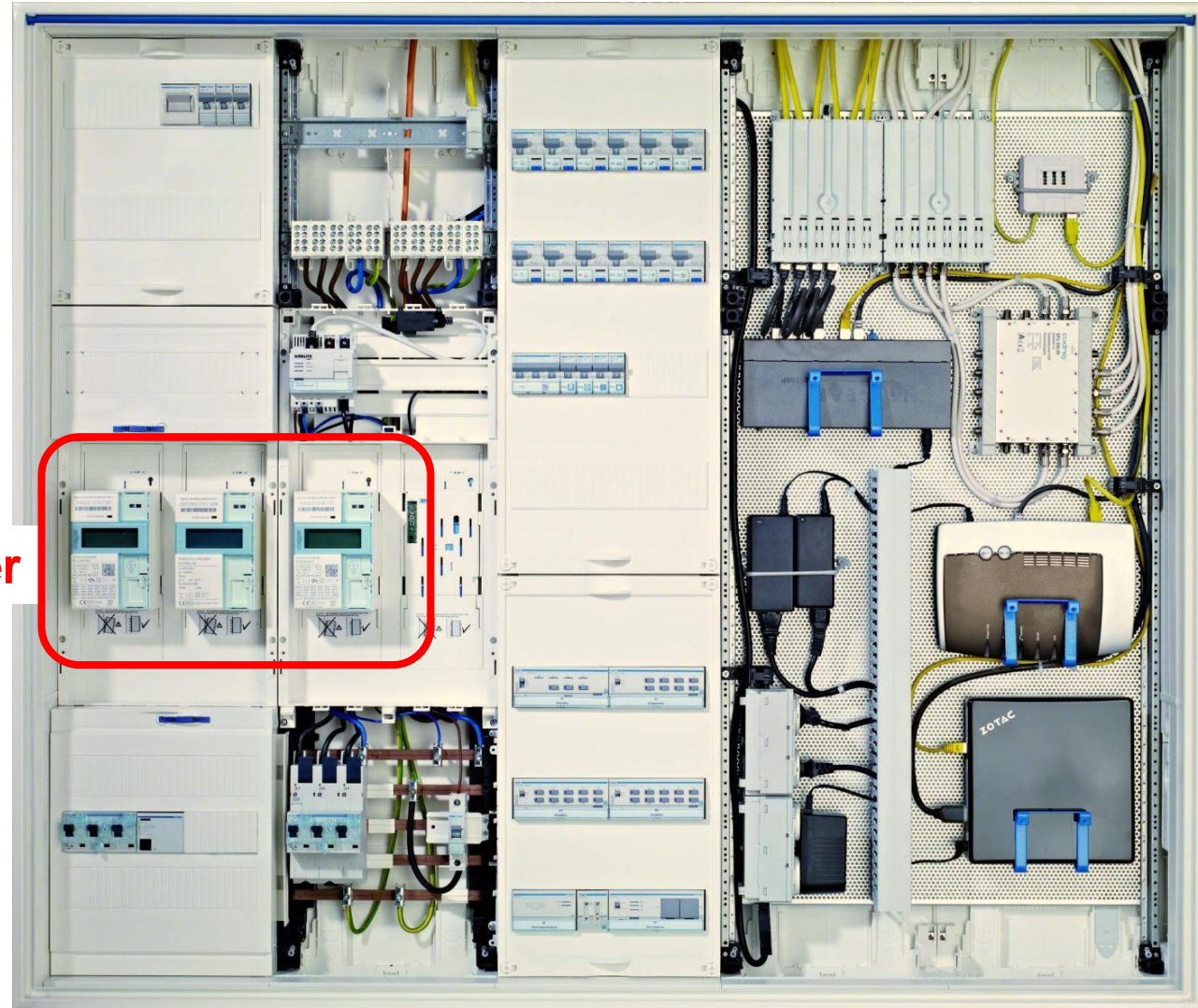
# Notizen

# Drehstromzähler

## Konventioneller Stromzähler



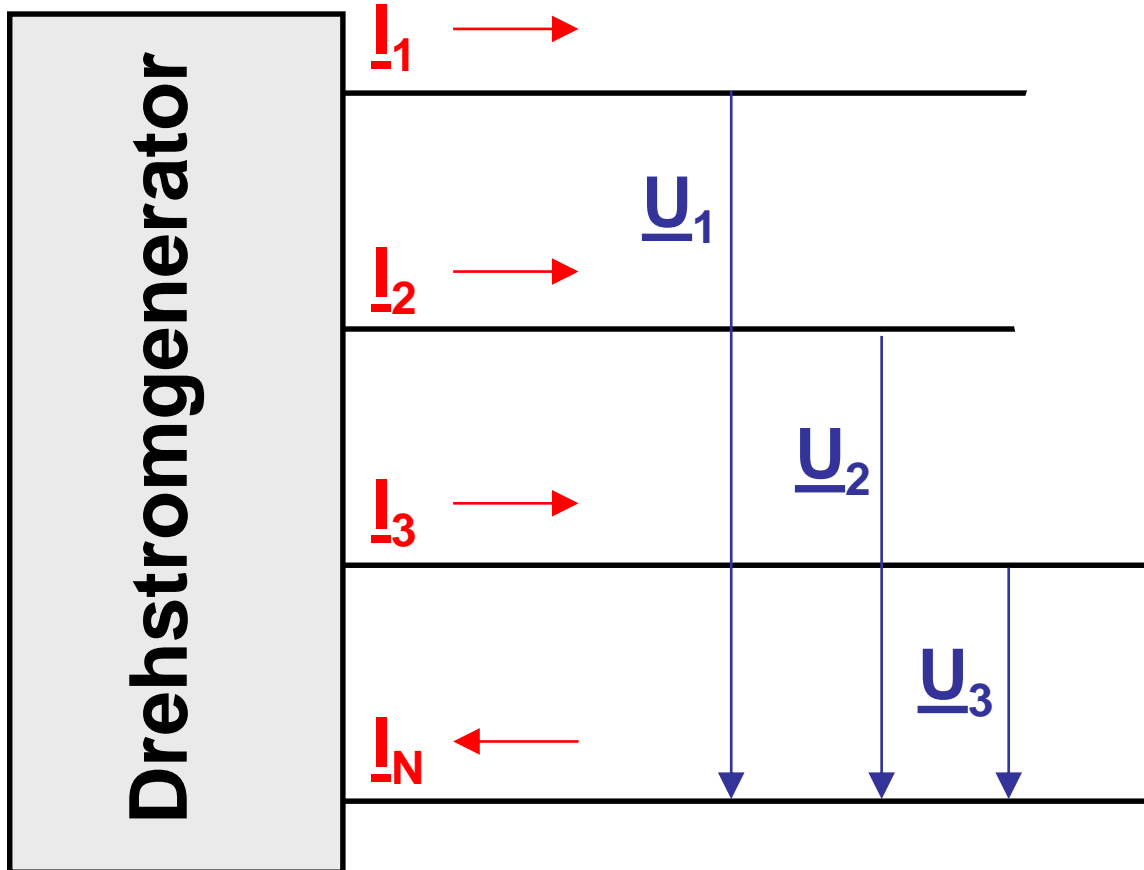
## Intelligente Stromzähler (Smart Meter)



Quelle: Jungfleisch, A.: „Messen, steuern, kommunizieren: Der Zählerplatz als smarte Technikzentrale“, VDE ETZ, „Smart Energy“, 01/2012, © VDE

Quelle: Hanus, B.: „Elektrik im Haus – Praxisbuch“ © 2009 Franzis Verlag

# Gesamtleistung im Drehstrom



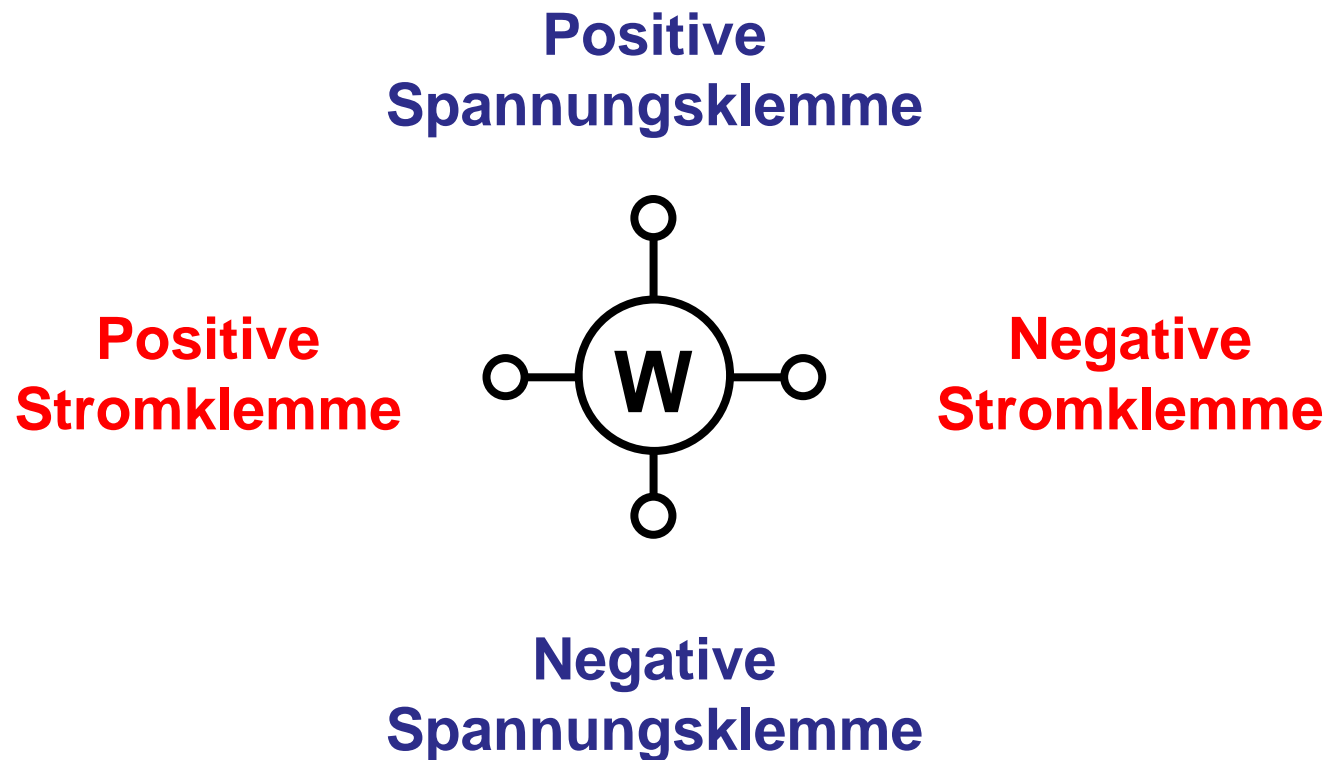
Die Gesamtleistung eines Drehstromgenerators mit im Einzelnen unbekanntem Lasten lässt sich aus der Summe der Quellleistungen bestimmen.

Beispiel:

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^*$$

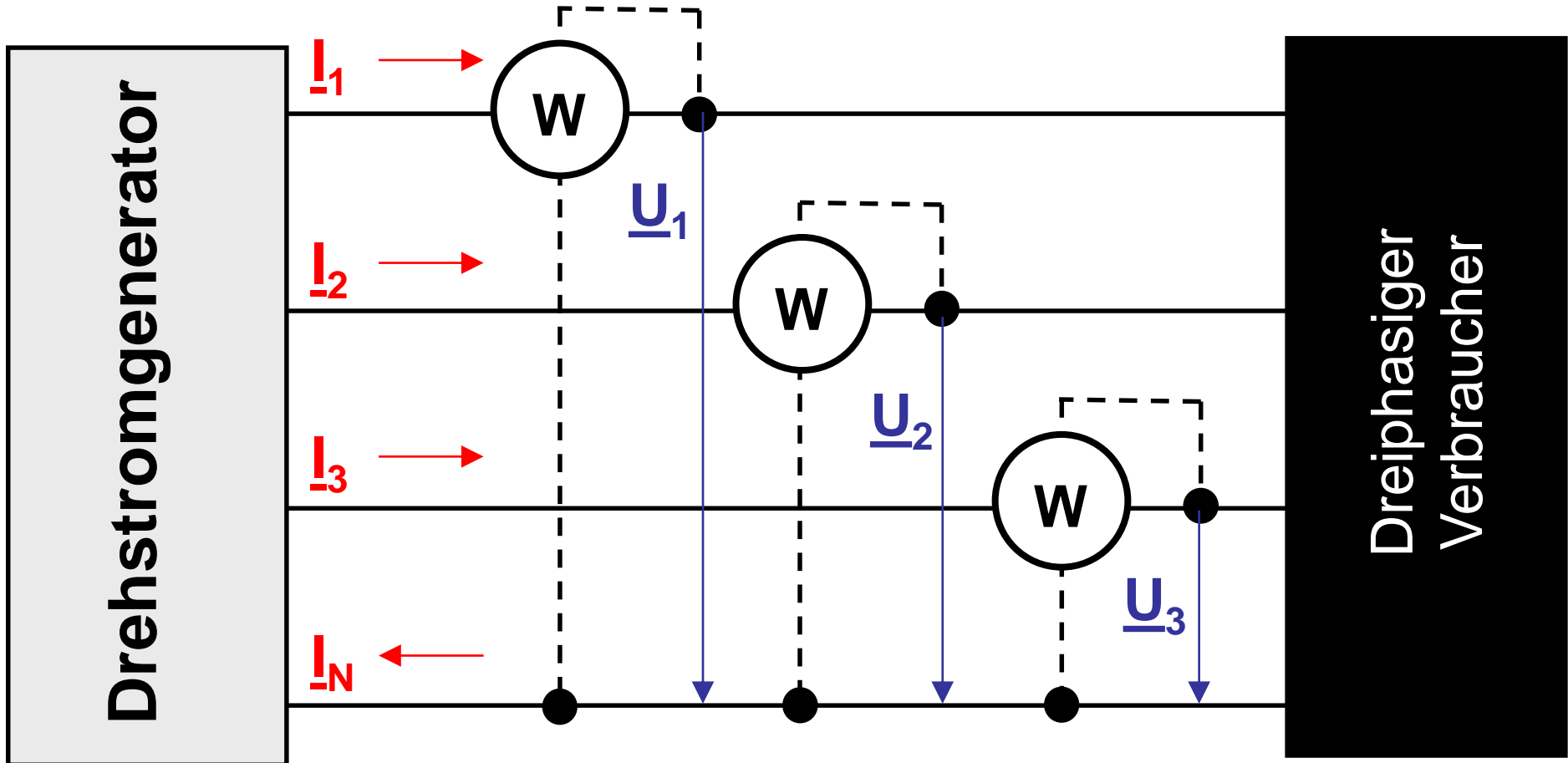
# Quiz zu Wattmetern

Bezeichnen Sie die vier Klemmen eines Wattmeters:



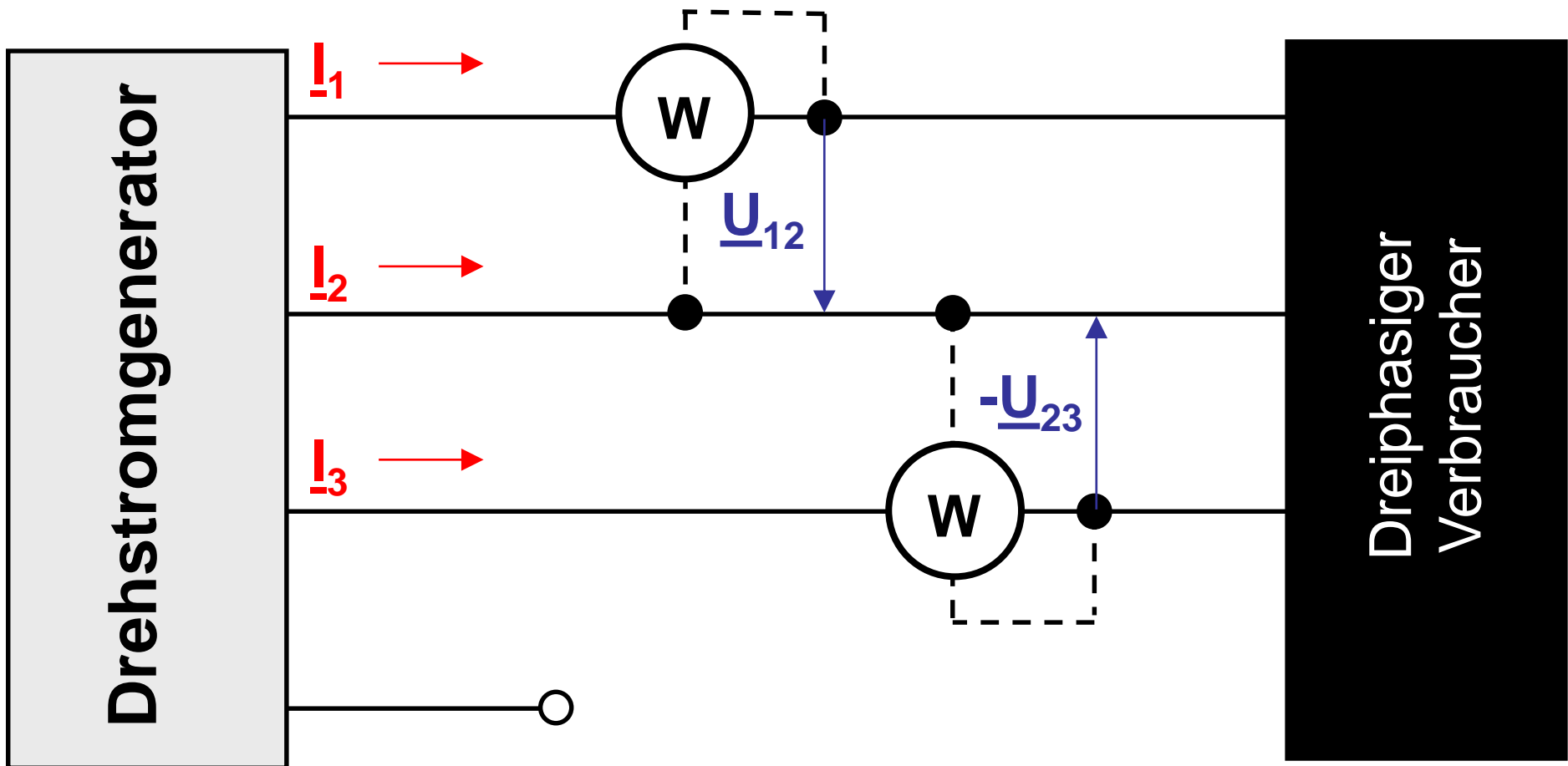
Außerdem: Welcher Pfad eines Wattmeters ist niederohmig (**Strompfad**), welcher hochohmig (**Spannungspfad**)?

# Drehstrom: Leistungsmessung I



Wirkleistungsmessung am Vierleiternetz

# Drehstrom: Leistungsmessung II



Wirkleistungsmessung am Dreileiternetz  
(**ARON-SCHALTUNG**)

# Drehstrom: Leistungsmessung III

Wirkleistungsmessung am Dreileiternetz

**(ARON-SCHALTUNG)**

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^*$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3$$

$$\Rightarrow \underline{U}_1 = \underline{U}_{12} + \underline{U}_2$$

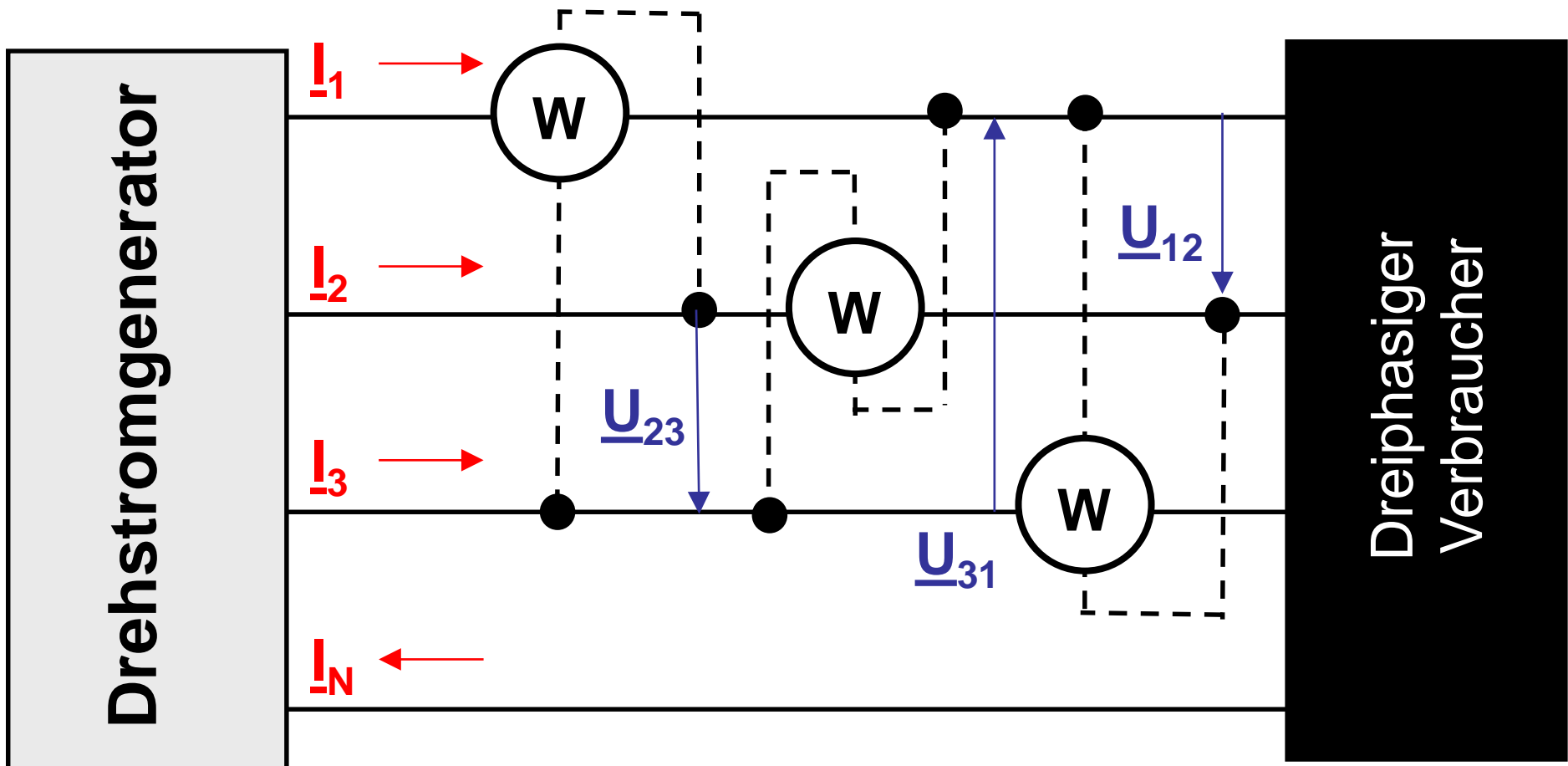
$$\Rightarrow \underline{U}_3 = \underline{U}_2 - \underline{U}_{23}$$

$$\Rightarrow \underline{S}_{\text{ges}} = (\underline{U}_{12} + \underline{U}_2) \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + (\underline{U}_2 - \underline{U}_{23}) \cdot \underline{I}_3^*$$

$$= \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* - \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* + \underbrace{(\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \underline{I}_3^*)}_{=0} \cdot \underline{U}_2$$

$$\Rightarrow P_{\text{ges}} = \text{Re} \left\{ \underline{S}_{\text{ges}} \right\} = \text{Re} \left\{ \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* \right\} + \text{Re} \left\{ -\underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_3^* \right\}$$

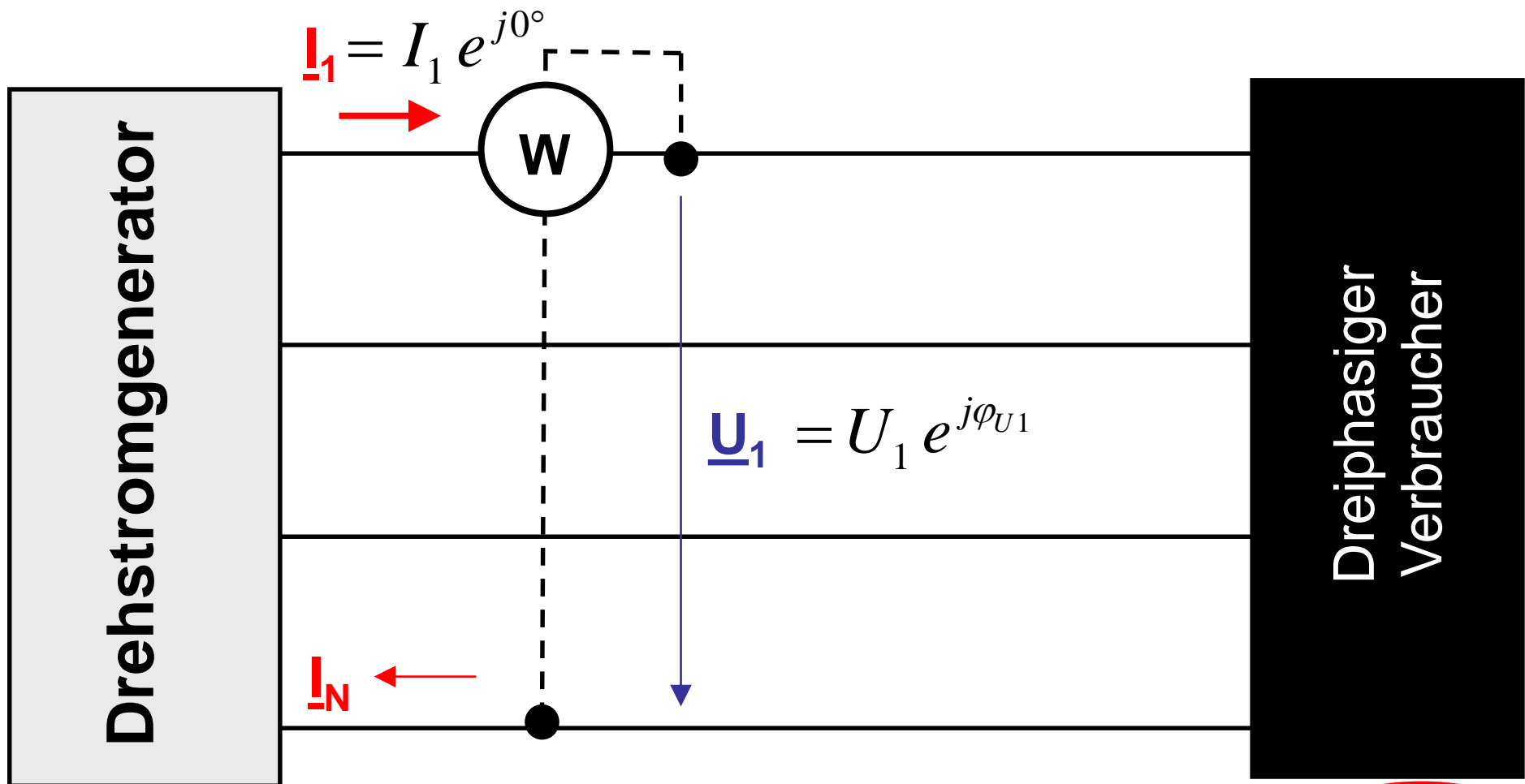
# Fünftes Quiz zu Drehstrom



Was messen Sie mit dieser Verschaltung von Wattmetern?

**die gesamte Blindleistung**

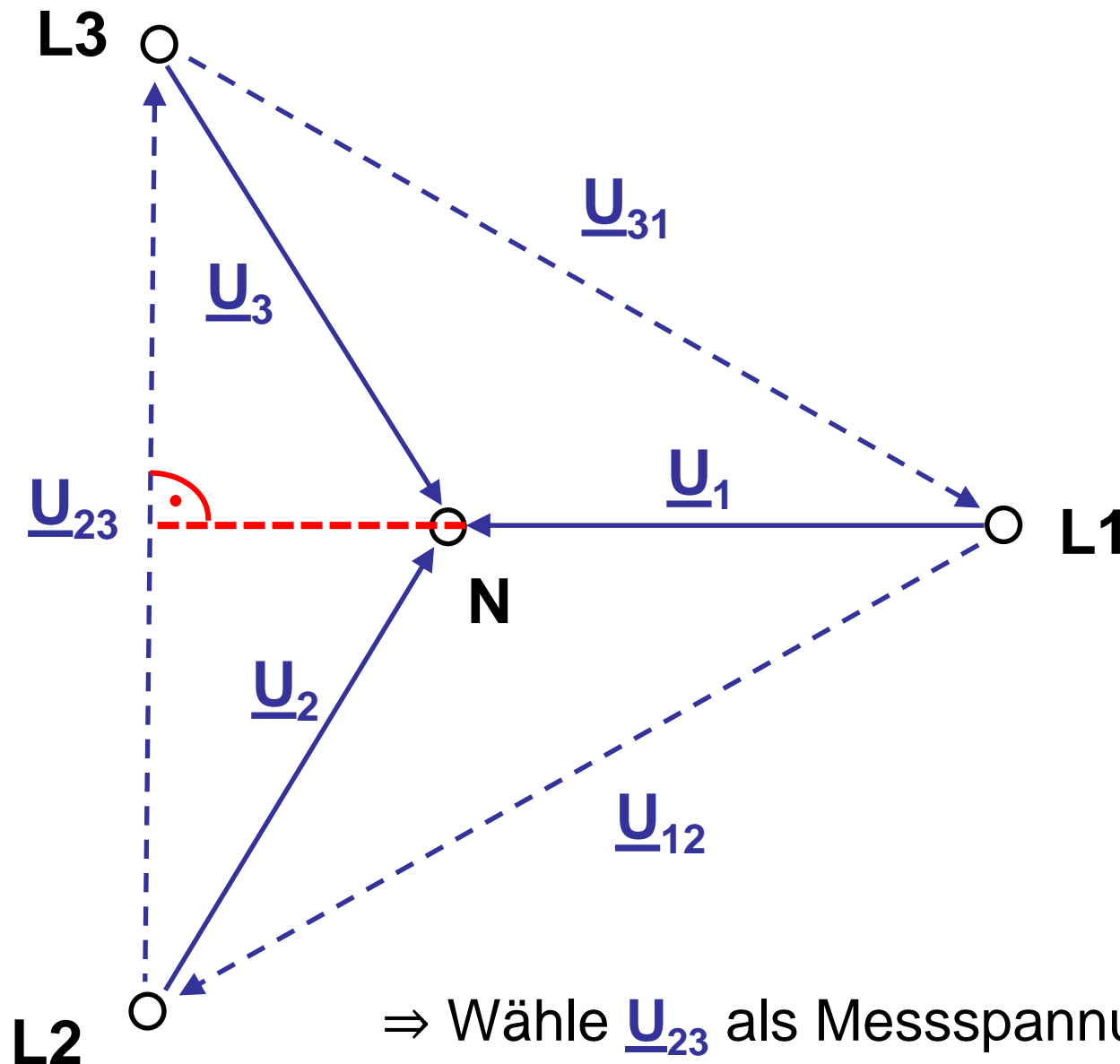
# Fünftes Quiz zu Drehstrom: Erklärung I



$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_{U1} \xrightarrow{?} Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_{U1} = \underline{U_1} I_1 \cos(\underline{\varphi_{U1}} - 90^\circ)$$

⇒ Zur Bestimmung der Blindleistung  $Q_1$ : Wirkleistung messen mit Messspannung, die  $\underline{U}_1$  um  $90^\circ$  nacheilt und den Betrag  $|\underline{U}_1|$  hat.

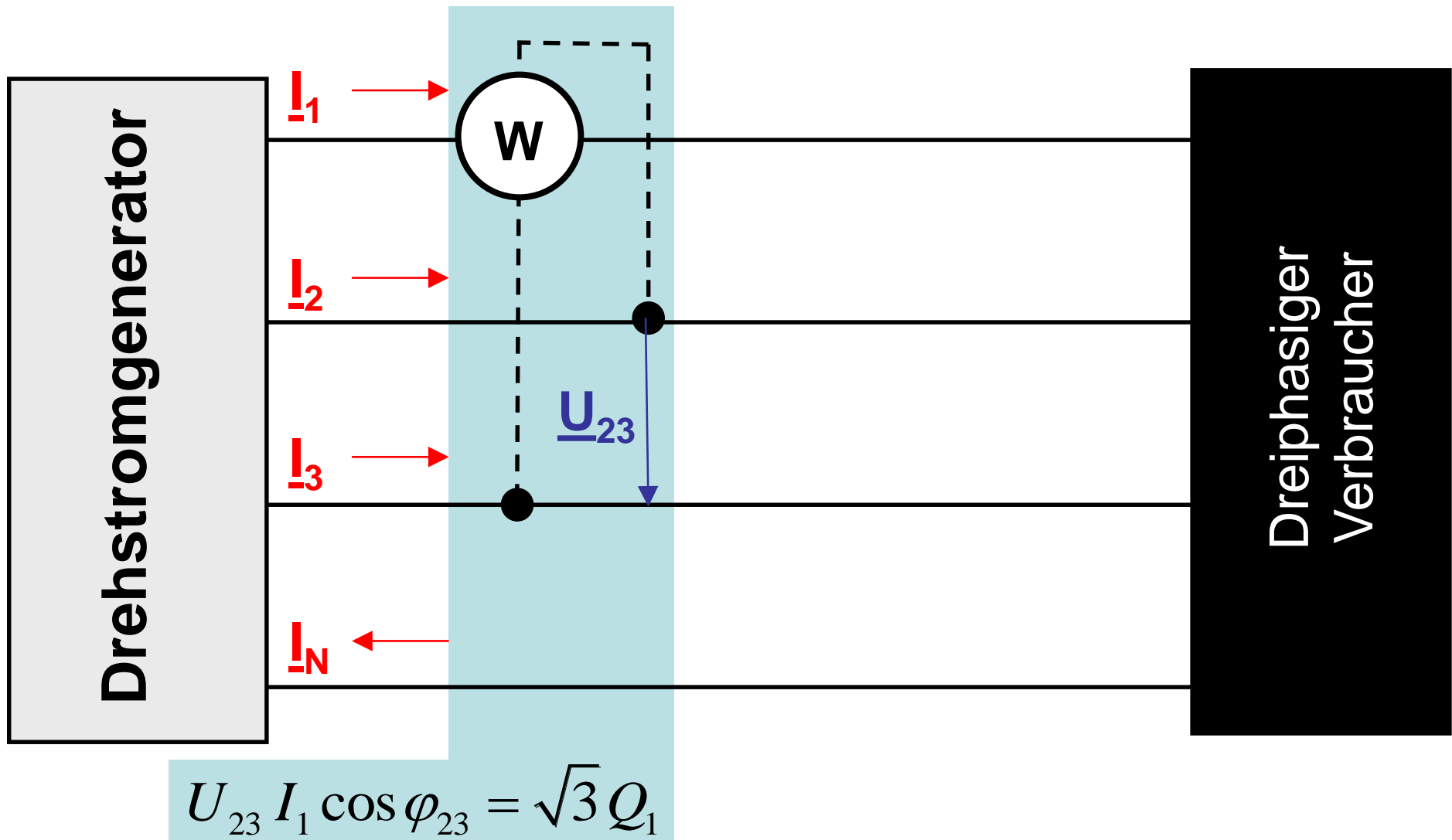
# Fünftes Quiz zu Drehstrom: Erklärung II



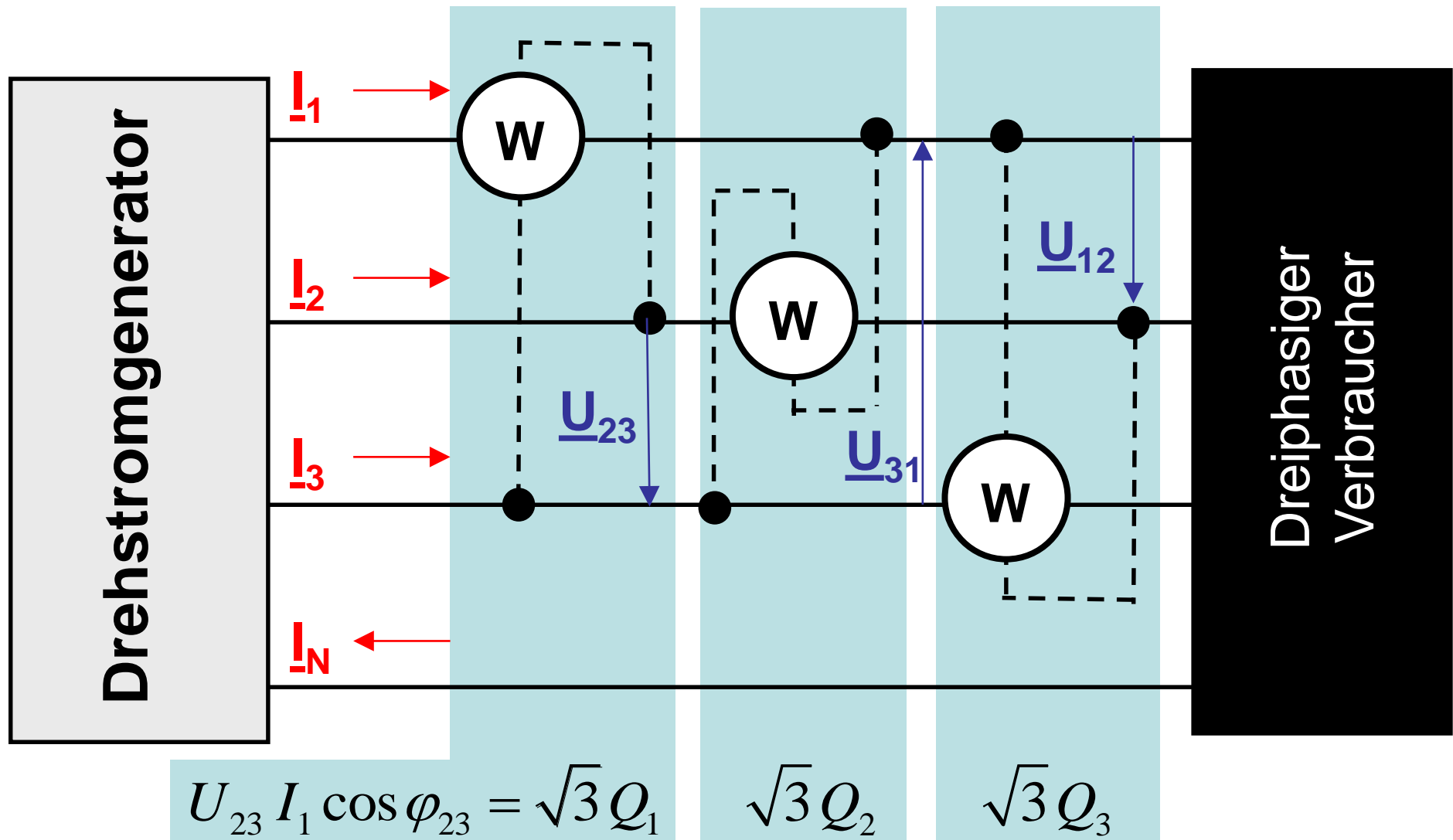
⇒ Wähle  $\underline{U}_{23}$  als Messspannung.

Achtung:  $\underline{U}_{23}$  ist jedoch um den Faktor  $\sqrt{3}$  zu groß!

# Fünftes Quiz zu Drehstrom: Erklärung III

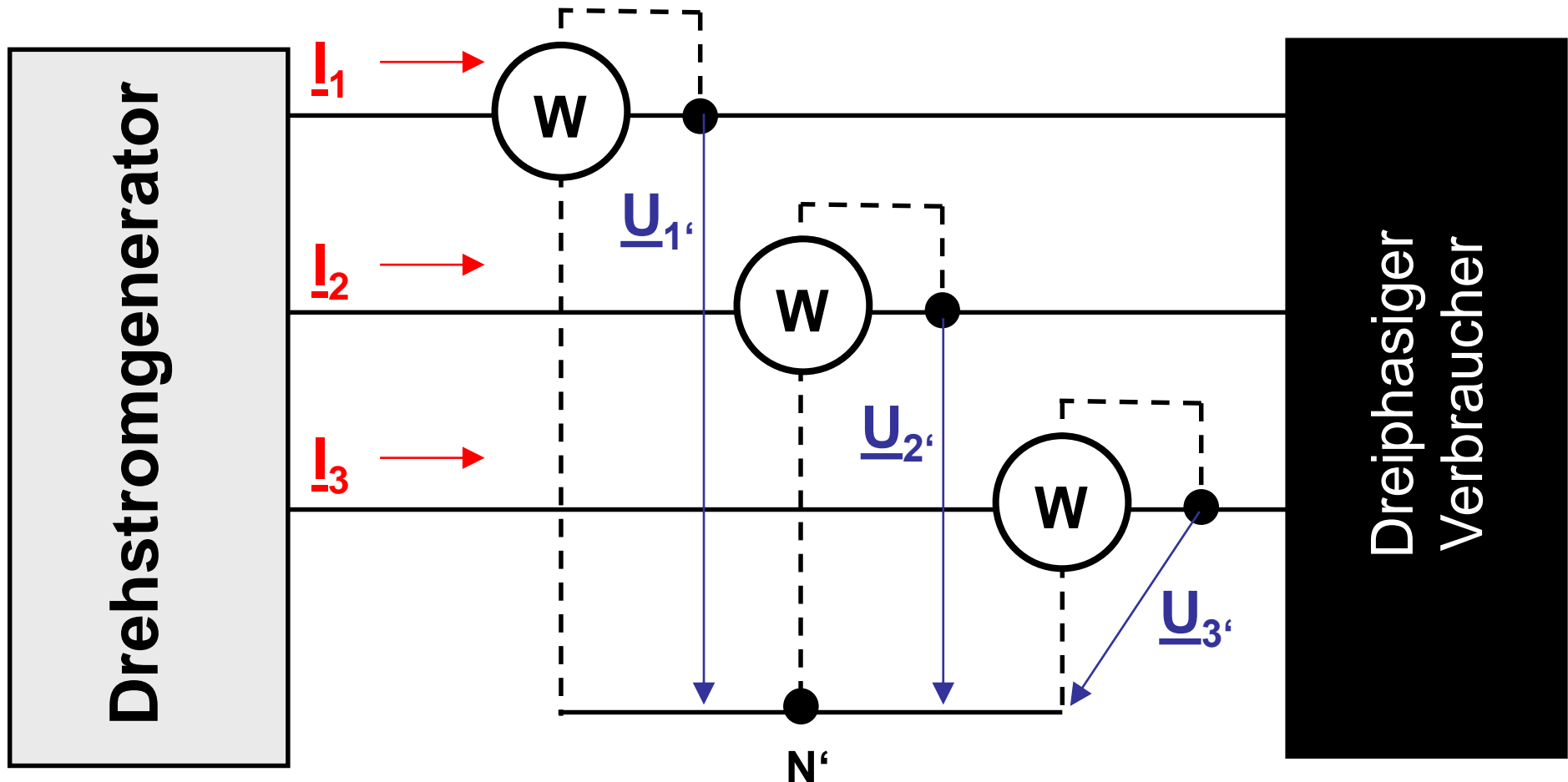


# Fünftes Quiz zu Drehstrom: Erklärung III



# Sechstes Quiz zu Drehstrom

Zeigen Sie, dass die gesamte Wirkleistung im Drehstrom-Dreileiternetz auch durch die Schaltung mit künstlichem Sternpunkt  $N'$  bestimmt werden kann.



# Sechstes Quiz zu Drehstrom: Lösung

Wir gehen davon aus, dass eine (unbekannte) Spannung zwischen künstlichem Sternpunkt N' und dem Neutralleiteranschluss N des Drehstromgenerators  $\underline{U}_{N'}$  existiert, so dass

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{1'} + \underline{U}_{N'}$$

und analog für alle anderen Sternspannungen angenommen werden kann.

Damit gilt:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{ges}} &= \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^* \\ &= (\underline{U}_{1'} + \underline{U}_{N'}) \cdot \underline{I}_1^* + (\underline{U}_{2'} + \underline{U}_{N'}) \cdot \underline{I}_2^* + (\underline{U}_{3'} + \underline{U}_{N'}) \cdot \underline{I}_3^* \\ &= \underline{U}_{1'} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2'} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3'} \cdot \underline{I}_3^* + \underline{U}_{N'} \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3)^* \end{aligned}$$

Wiederum gilt  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$ , und so folgt entsprechend der Schaltung der Wattmeter:

$$\underline{S}_{\text{ges}} = \underline{U}_{1'} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2'} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3'} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$\Rightarrow P_{\text{ges}} = \text{Re}\{\underline{S}_{\text{ges}}\} = \text{Re}\{\underline{U}_{1'} \cdot \underline{I}_1^*\} + \text{Re}\{\underline{U}_{2'} \cdot \underline{I}_2^*\} + \text{Re}\{\underline{U}_{3'} \cdot \underline{I}_3^*\}$$

# ET-Versuchspraktikum

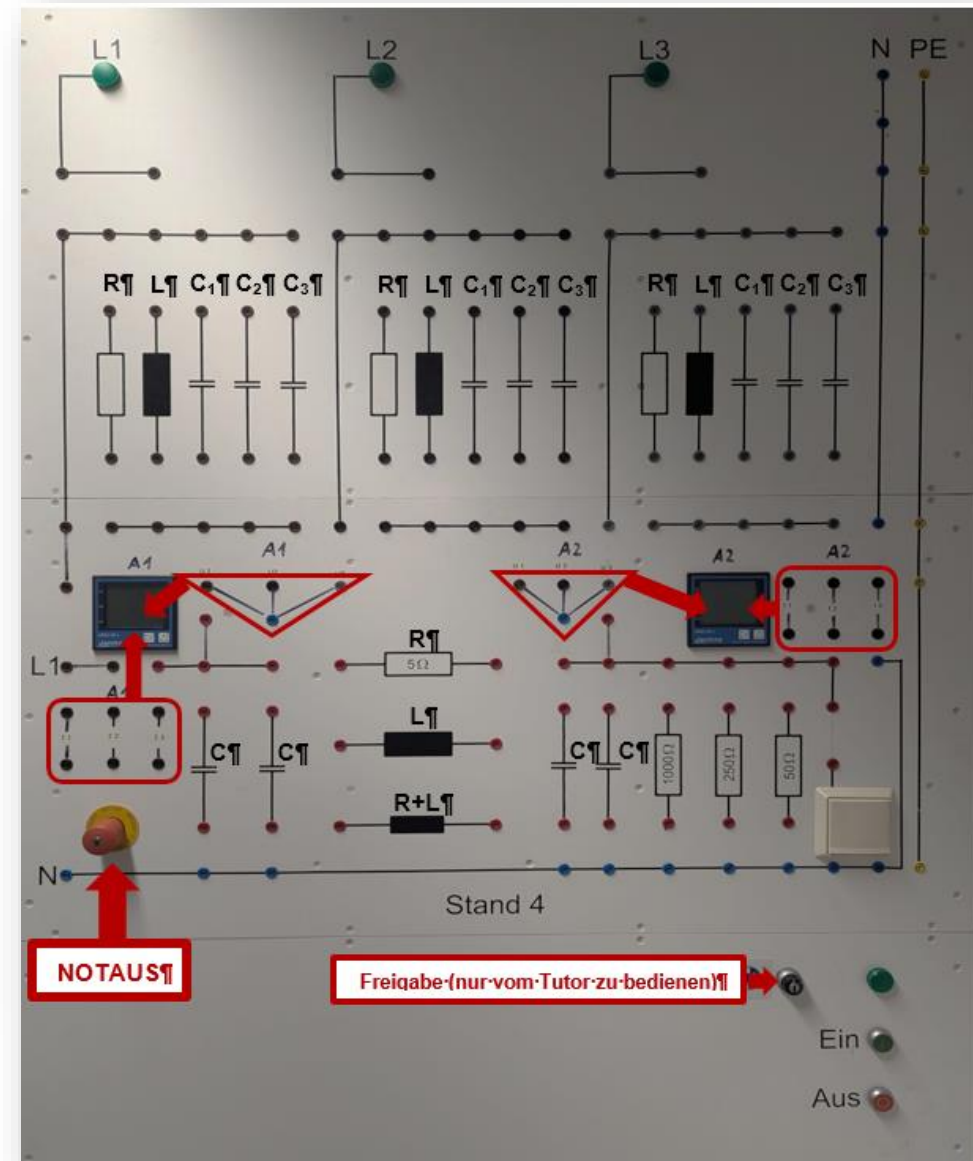


## Elektrotechnisches Versuchspraktikum

TUHH  
Technische  
Universität  
Hamburg

**Versuch Nr. 5:**  
Leistung im Wechselstromkreis

**Veranstaltungsort:**  
Institut für Elektrische Energietechnik  
Harburger Schloßstraße 22a  
21079 Hamburg

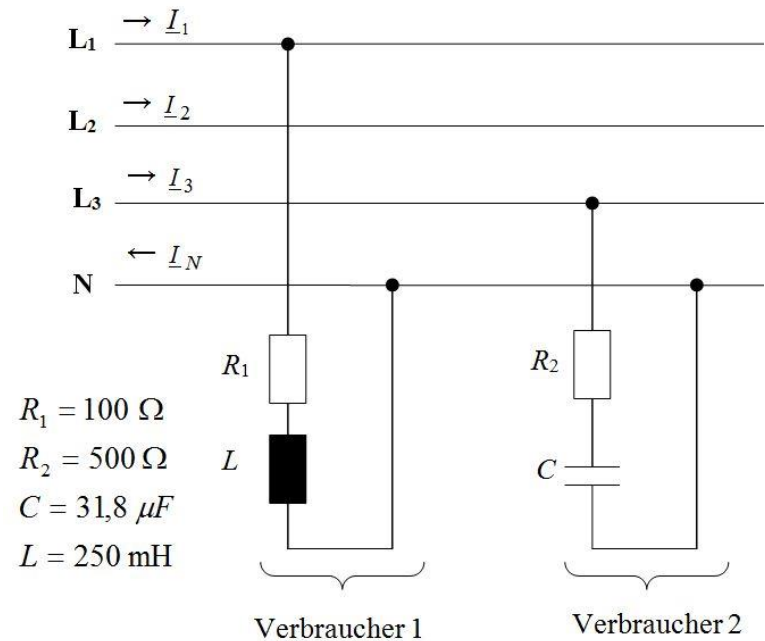


# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Welche Arten von Verbrauchern gibt es prinzipiell in einem Drehstromsystem?
2. Muss der Neutraleiter angeschlossen sein, damit Leistung im Drehstromsystem verbraucht werden kann?
3. Verbrauchen drei gleiche Widerstände in Dreieck- oder in Sternschaltung mehr Leistung im Drehstromsystem?
4. Warum genügen zwei Wattmeter im Dreileiternetz um den Wirkleistungsverbrauch eines Drehstromverbrauchers zu messen?
5. Überlegen Sie: Wie viele verschiedene Spannungen stünden in einem symmetrischen Vierphasensystem für Verbraucher zu Verfügung?

# Übungsaufgabe 21

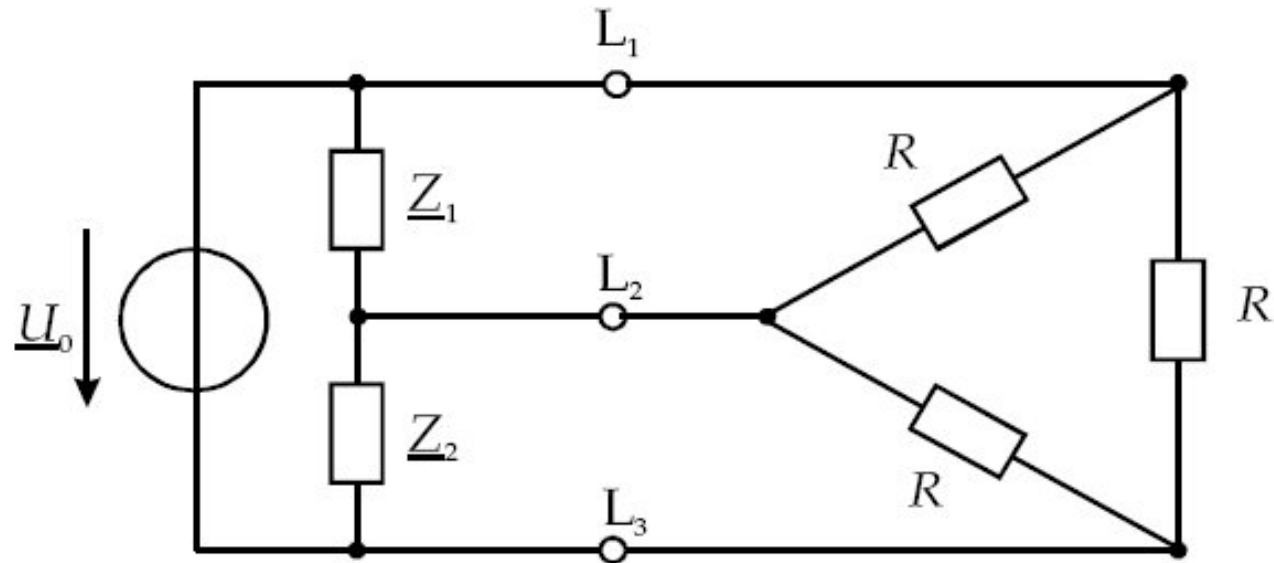
Ein Vierleiter-Drehstromsystem (symmetrisches Dreiphasensystem) mit einer effektiven Dreiecksspannung von 400 V und der Frequenz  $f = 50$  Hz ist wie nebenstehend mit zwei Verbrauchern belastet. Nehmen Sie an, dass der Phasenwinkel von  $\underline{U}_1$  null Grad ist und dass alle anderen Stern- und Außenleiterspannungen gemäß der gängigen Konvention daraus folgen.



- Zeichnen Sie für diese ein Zeigerdiagramm, dass die gängige Drehstromkonvention erfüllt!
- Berechnen Sie in Zahlenwerten die Außenleiterströme  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  und  $\underline{I}_3$  jeweils nach Betrag und Phase!
- Die beiden Verbraucher sind nun nicht mehr mit dem Neutralleiter verbunden, sondern mit Leiter  $L_2$  (also Verbraucher 1 liegt zwischen  $L_1$  und  $L_2$  und Verbraucher 2 liegt zwischen  $L_3$  und  $L_2$ ). Berechnen Sie wiederum in Zahlenwerten  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  und  $\underline{I}_3$  nach Betrag und Phase!

# Übungsaufgabe 22

Mittels eines komplexen Spannungsteilers (siehe rechts) aus reinen Blindwiderständen soll aus einer Wechselspannungsquelle ein Drehstromnetz betrieben werden.



- Ersetzen Sie die Parallelschaltungen von  $\underline{Z}_1$  und  $R$  bzw. von  $\underline{Z}_2$  und  $R$  durch Ersatzimpedanzen und finden Sie alle Dreiecksspannungen!
- Bestimmen Sie nun Art und Größe der Bauelemente  $\underline{Z}_1$  und  $\underline{Z}_2$ , wenn  $U_0 = 230\text{V}$ ,  $f = 50\text{ Hz}$  und  $R = 100\ \Omega$  gegeben sind!
- Wie könnte die Drehrichtung des Drehstromes umgedreht werden?



# Themen der letzten zwei Wochen

1. Elektrische Leitung und elektrische Leitfähigkeit
2. Bändermodell für Elektronenenergien in Festkörpern
3. Klassifikation: Metall – Halbleiter – Isolator
4. Dotierung von Halbleitern
5. Diffusionsströme: Ströme ohne Spannungsquellen!
6. Der pn-Übergang (die Diode)
7. Bipolare Bauelemente (bipolare Transistoren)
8. Unipolare Bauelemente (Feldeffekt-Transistoren)
9. Kennlinien, Arbeitspunkteinstellung, Schaltungen
10. Operationsverstärker und andere Anwendungen

- 12 -

Elektrische Leitungsmechanismen

Halbleiter

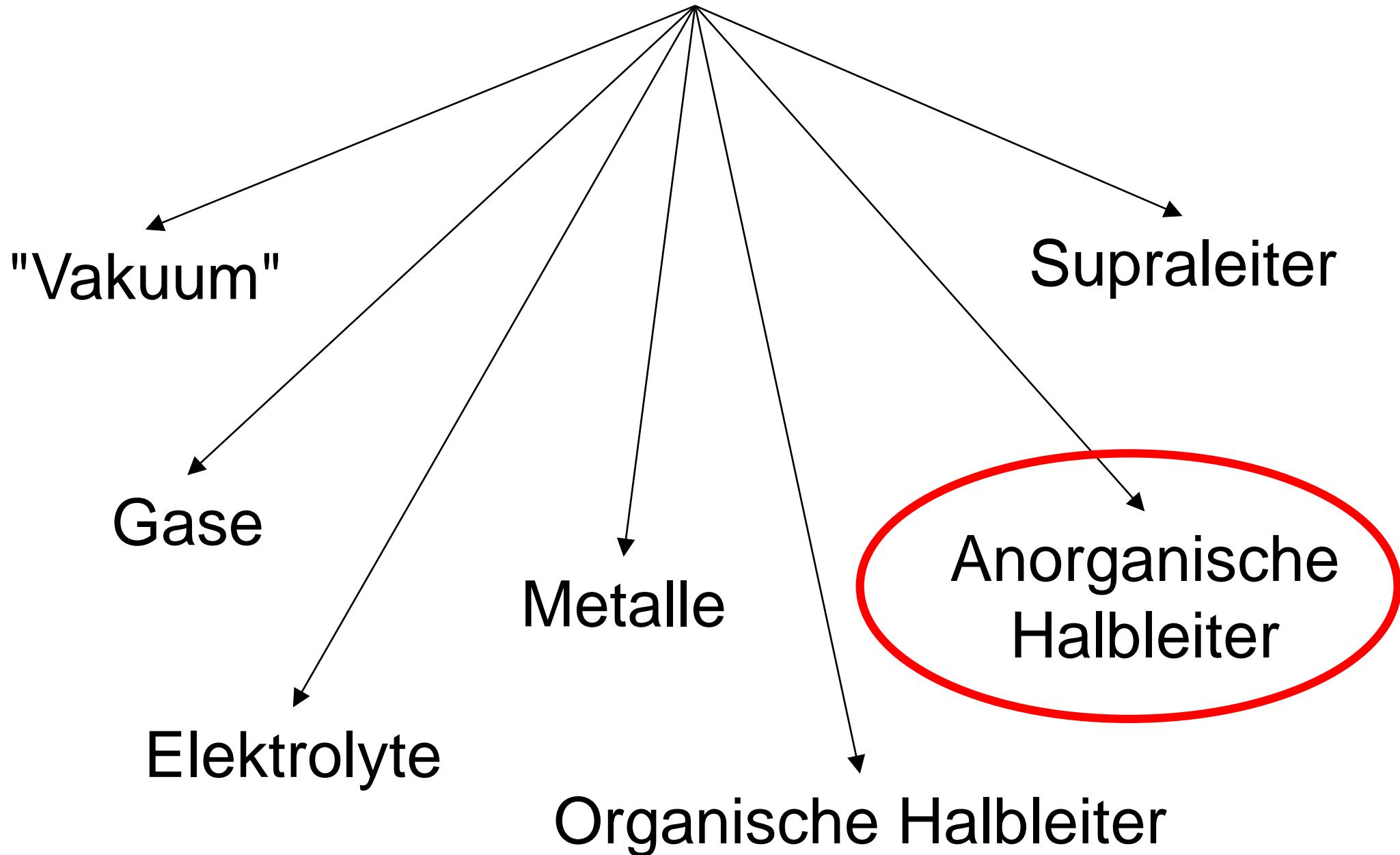
Dioden

# Quiz zur Leitfähigkeit

Entscheiden Sie: Richtig oder falsch?

1. Strom und Spannung sind in jedem elektrisch leitfähigen Medium proportional zueinander (Ohmsches Gesetz).
2. Strom kann in einem leitfähigen Medium nie ohne angelegte äußere Spannung fließen.
3. Strom fließt in jedem elektrisch leitfähigen Medium in alle Richtungen gleich gut.

# Medien elektrischer Leitung



# Leitung in einer Gasentladungsröhre

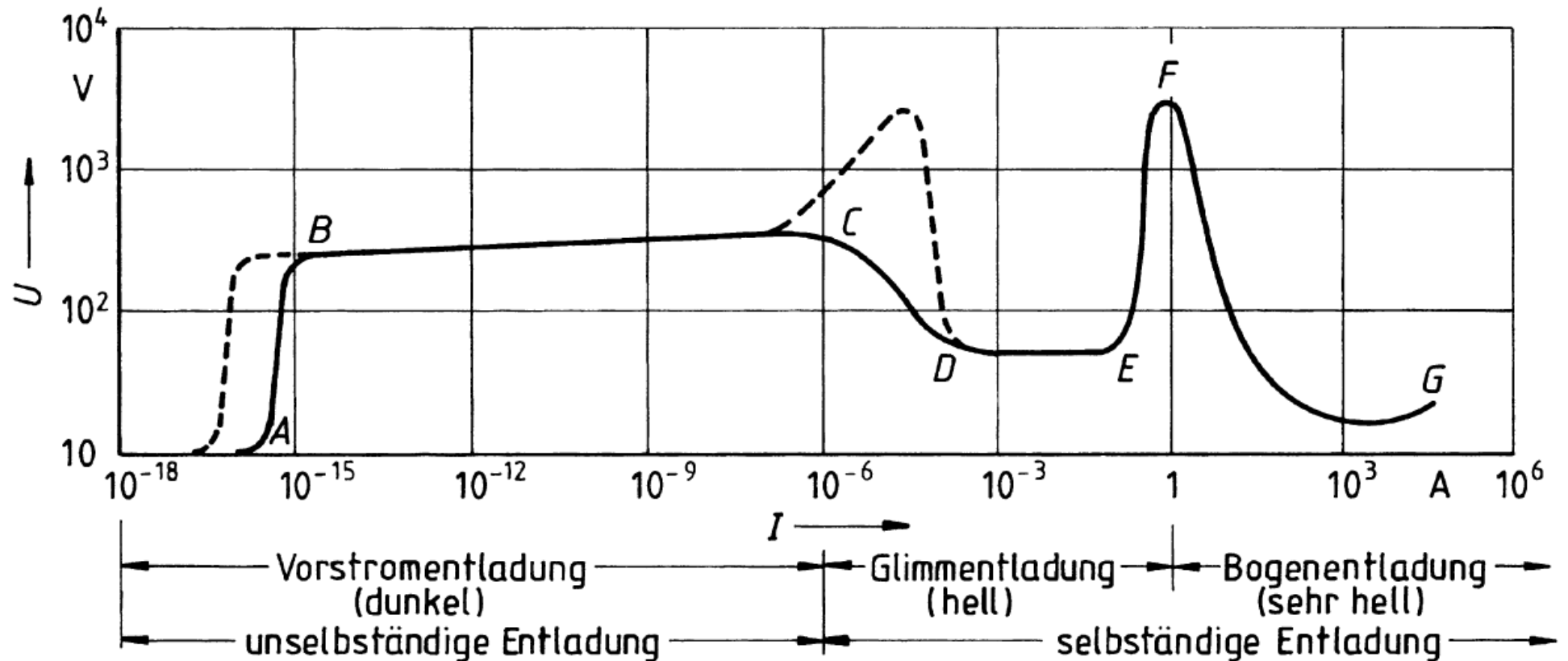


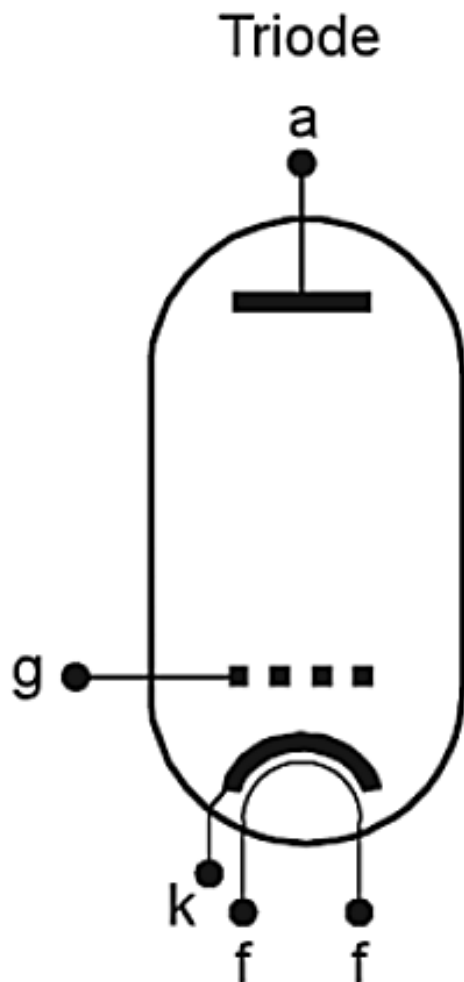
Bild 10.11: Allgemeine Kennlinie  $U(I)$  einer Gasentladungsröhre mit kalter Kathode

# Die Elektronenröhre



Quelle: Friesecke, A.: „Die Audio-Enzyklopädie“, 2. Auflage, © De Gruyter, 2014

# Die Elektronenröhre (Triode)



Ein typisches Einsatzgebiet von Elektronenröhren ist der Audio-Röhrenverstärker. Seit Erfindung des Transistors 1947 hat dieser die Elektronenröhre allerdings Schritt für Schritt abgelöst.

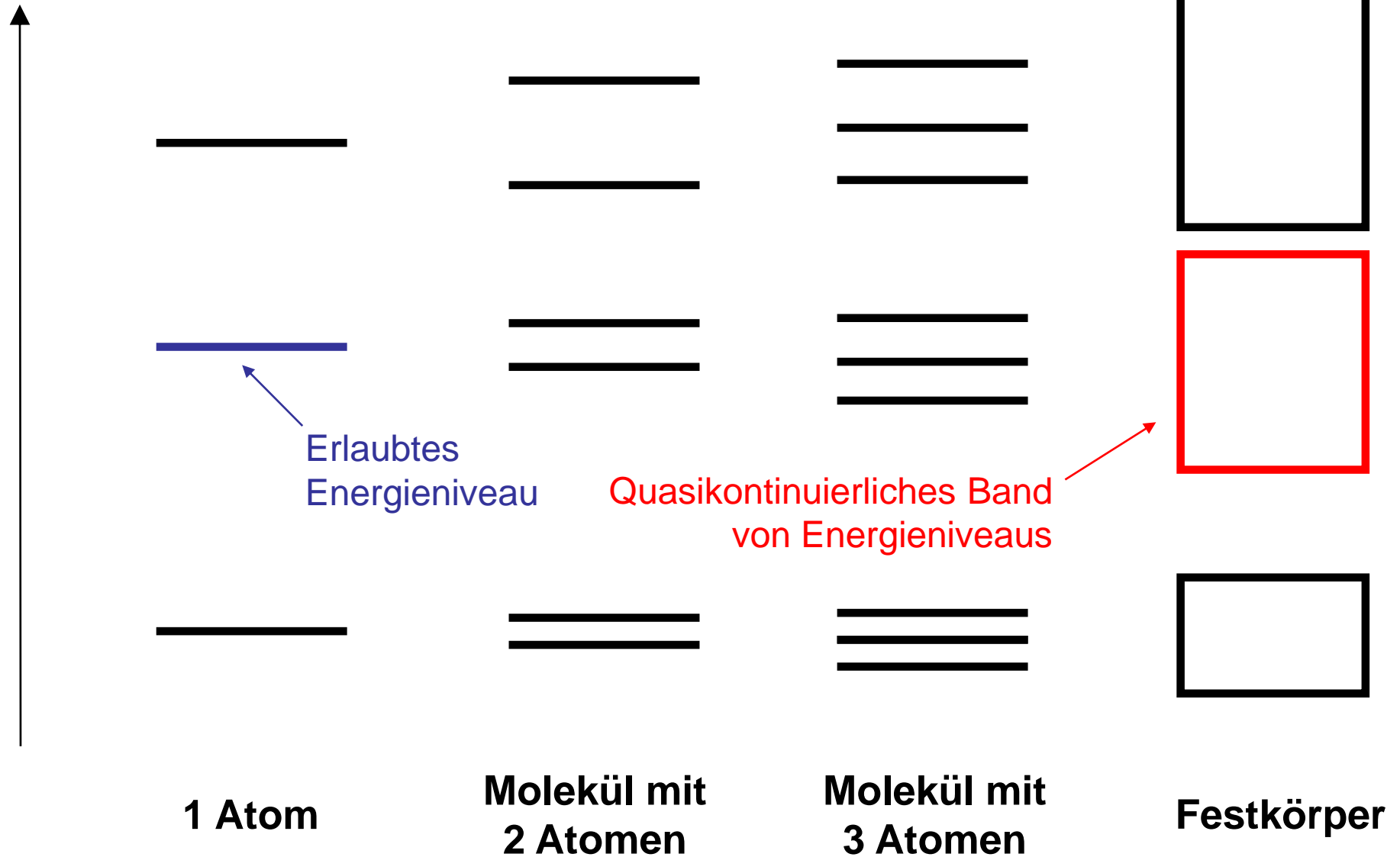
<b>a</b>	Anode
<b>f</b>	Heizfaden
<b>g</b>	Gitter
<b>k</b>	Kathode

# Notizen

# Notizen

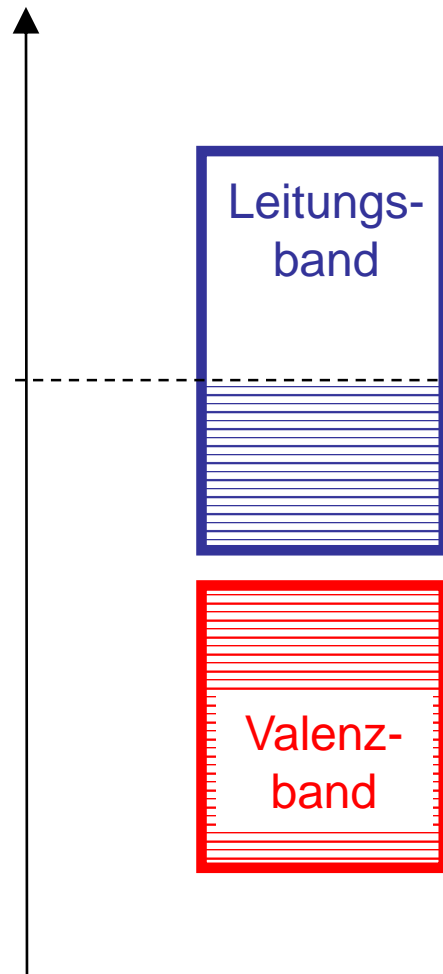
# Bändermodell I

Energie der Elektronen im  
Potential der Atomkerne



# Bändermodell II

Energie der Elektronen im  
Potential der Atomkerne



Beispiele: **Metall**

**Leitungsband:** Über dem Valenzband liegendes, teilweise gefülltes oder auch leeres Band; Elektronen sind nicht mehr an den Atomkern gebunden und können sich frei im Material bewegen.

**Valenzband:** Oberstes, vollständig mit Elektronen gefülltes Band; Elektronen sind an den Atomkern gebunden.

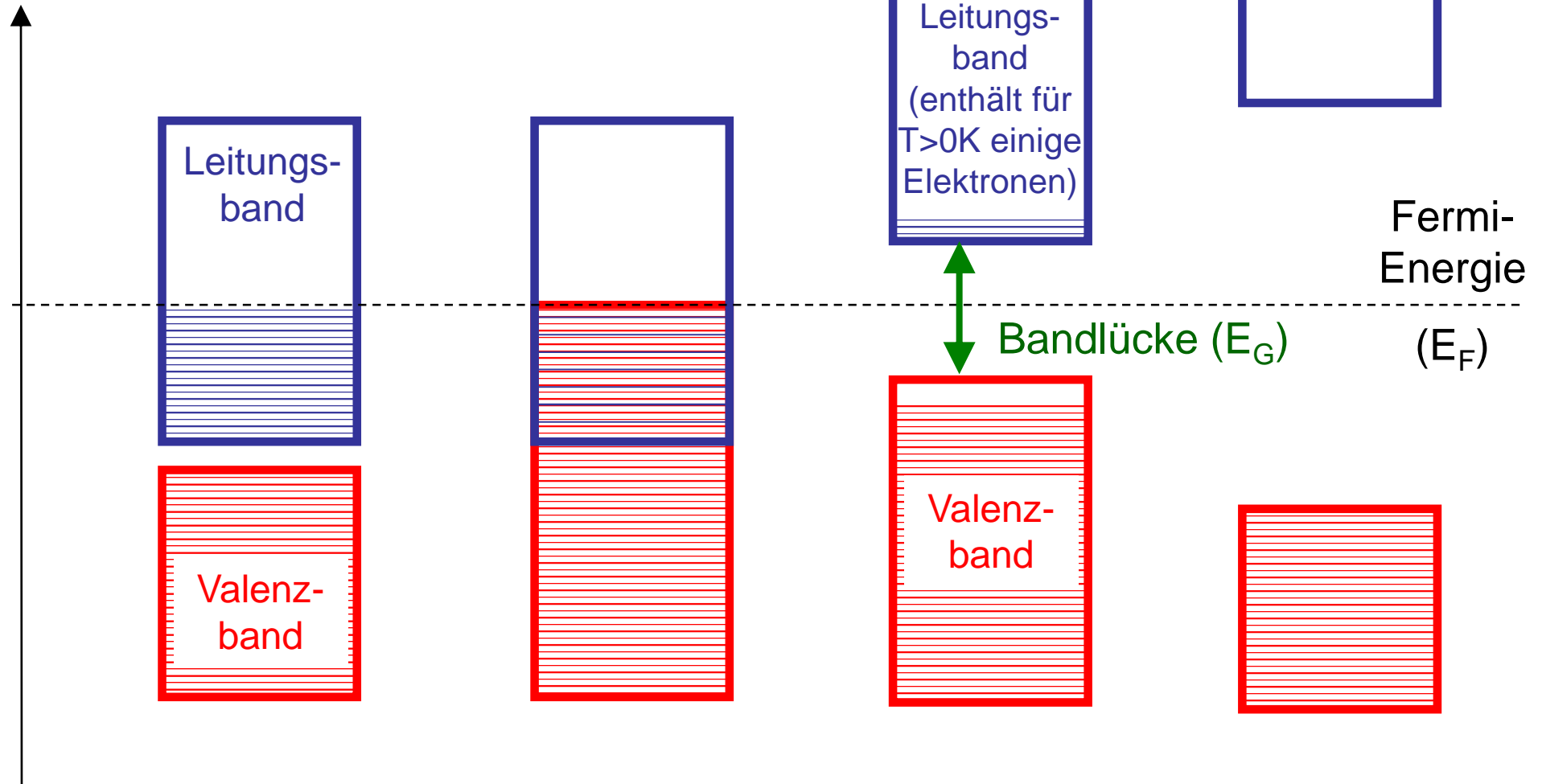
**Voraussetzung für Leitfähigkeit:**  
Ein Energieband ist nur teilweise mit Elektronen gefüllt.

kennzeichnet den „Füllstand“ der Elektronen eines Festkörpers, d.h. seine elektrische Neutralität (für  $T=0K$ ), Einheit: eV

↓  
Fermi-Energie  
( $E_F$ )

# Bändermodell III

Energie der Elektronen im  
Potential der Atomkerne



Beispiele: Metall

Metall

Halbleiter

Isolator

# Element-Halbleiter

Gruppe Ia												VIIIa						
K	1 1,008 H Wasserstoff											2 4,003 He Helium						
	3 6,939 Li Lithium											10 20,183 Ne Neon						
L	4 9,012 Be Beryllium											5 10,811 B Bor	6 12,011 C Kohlenstoff	7 14,007 N Stickstoff	8 15,999 O Sauerstoff	9 18,998 F Fluor	10 20,183 Ne Neon	
	11 22,990 Na Natrium	12 24,312 Mg Magnesium											13 26,982 Al Aluminium	14 28,086 Si Silicium	15 30,974 P Phosphor	16 32,064 S Schwefel	17 35,453 Cl Chlor	18 39,948 Ar Argon
M			IIIb	IVb	Vb	VIb	VIIb	VIIIb		lb	IIb							
	19 39,10 K Kalium	20 40,08 Ca Calcium	21 44,96 Sc Scandium	22 47,90 Ti Titan	23 50,84 V Vanadium	24 52,00 Cr Chrom	25 54,96 Mn Mangan	26 55,84 Fe Eisen	27 58,93 Co Kobalt	28 58,71 Ni Nickel	29 63,54 Cu Kupfer	30 65,38 Zn Zink	31 69,72 Ga Gallium	32 72,59 Ge Germanium	33 74,92 As Arsen	34 78,96 Se Selen	35 79,91 Br Brom	36 83,80 Kr Krypton
N	37 85,47 Rb Rubidium	38 87,62 Sr Strontium	39 88,91 Y Yttrium	40 91,22 Zr Zirkonium	41 92,91 Nb Niob	42 95,94 Mo Molybdän	43 (98) Tc Technetium	44 101,07 Ru Ruthenium	45 102,91 Rh Rhodium	46 106,4 Pd Palladium	47 107,87 Ag Silber	48 112,40 Cd Cadmium	49 114,82 In Indium	50 118,82 Sn Zinn	51 121,75 Sb Antimon	52 127,60 Te Tellur	53 126,90 I Iod	54 131,30 Xe Xenon
	55 132,91 Cs Cäsium	56 137,34 Ba Barium	57 138,91 La Lanthan	72 178,49 Hf Hafnium	73 180,95 Ta Tantal	74 183,85 W Wolfram	75 186,2 Re Rhenium	76 190,2 Os Osmium	77 192,2 Ir Iridium	78 195,1 Pt Platin	79 196,97 Au Gold	80 200,59 Hg Quecksilber	81 204,37 Tl Thallium	82 207,2 Pb Blei	83 208,98 Bi Bismut	84 (210) Po Polonium	85 (210) At Astat	86 (222) Rn Radon
O	87 (223) Fr Francium	88 (226) Ra Radium	89 (227) Ac Actinium	104 (261) Rf Rutherfordium	105 (262) Db Dubnium	106 Sg Seaborgium	107 Bh Bohrium	108 Hs Hassium	109 Mt Meitnerium	110 Ds Darmstadtium	111 Rg Roentgenium	112 Cn Copernicium						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
P																		
	58 140,12 Ce Cer	59 140,91 Pr Praseodym	60 144,24 Nd Neodym	61 (147) Pm Promethium	62 150,35 Sm Samarium	63 151,96 Eu Europium	64 157,25 Gd Gadolinium	65 158,93 Tb Terbium	66 162,50 Dy Dysprosium	67 164,93 Ho Holmium	68 167,26 Er Erbium	69 168,93 Tm Thulium	70 173,04 Yb Ytterbium	71 174,97 Lu Lutetium				
Q	90 232,04 Th Thorium	91 (231) Pa Protaktinium	92 238,03 U Uran	93 (237) Np Neptunium	94 (239) Pu Plutonium	95 (243) Am Americium	96 (247) Cm Curium	97 (249) Bk Berkelium	98 (252) Cf Californium	99 (254) Es Einsteinium	100 (257) Fm Fermium	101 (258) Md Mendelevium	102 (255) No Nobelium	103 (257) Lr Lawrencium				

Abb. 19. Periodensystem der Elemente

Quelle: Latscha e.a., „Allgemeine Chemie – Chemie Basiswissen I“, 10. Auflage,  
© Springer, 2011

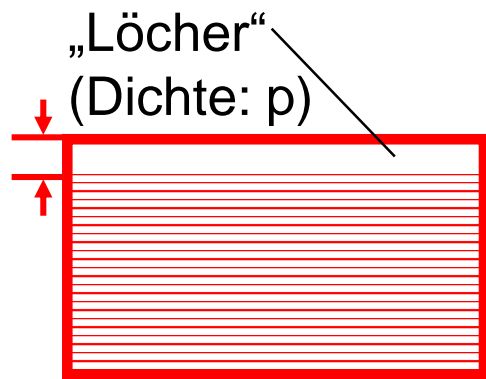


# Bändermodell IV

Energie der Elektronen im  
Potential der Atomkerne



Elektronen  
(Dichte:  $n$ )



„Löcher“  
(Dichte:  $p$ )

**Intrinsischer  
Halbleiter (z.B. Si, Ge)  
„Basismaterial“**

Dotierstoff hat ein  
Valenzelektron mehr als  
das Basismaterial

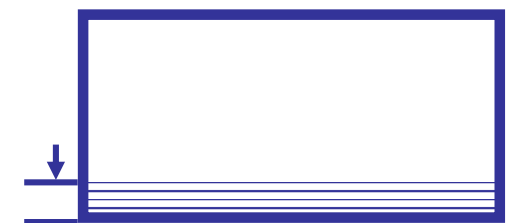


Ionisierte Donatoren aus  
Elementen der V.  
Hauptgruppe (z.B. P, As)  
erhöhen  $n$  bei gleichem  $p$

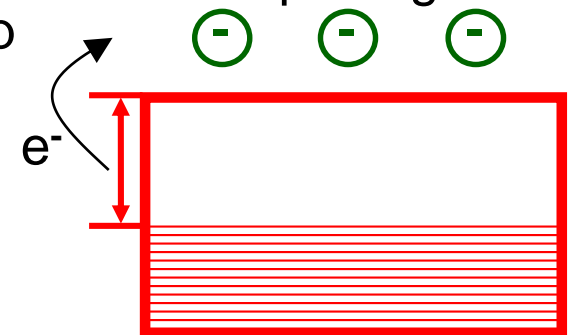


**n-dotierter  
Halbleiter**

Dotierstoff hat ein  
Valenzelektron weniger als  
das Basismaterial



Ionisierte Akzeptoren aus  
Elementen der III.  
Hauptgruppe (z.B. B, Al)  
erhöhen  $p$  bei gleichem  $n$

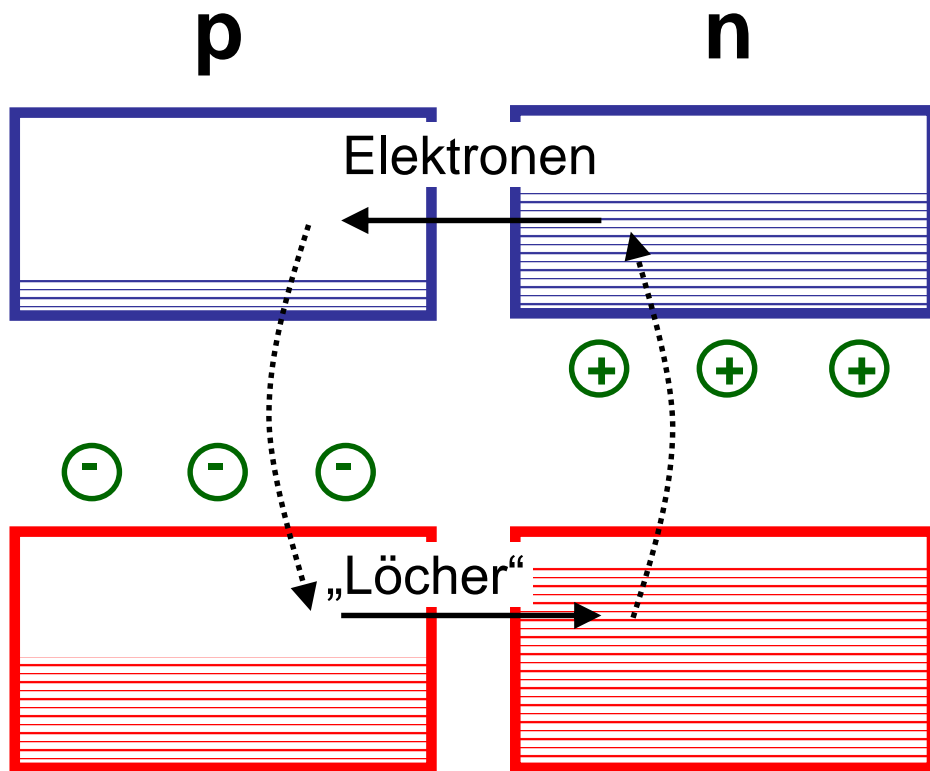


**p-dotierter  
Halbleiter**

# Notizen

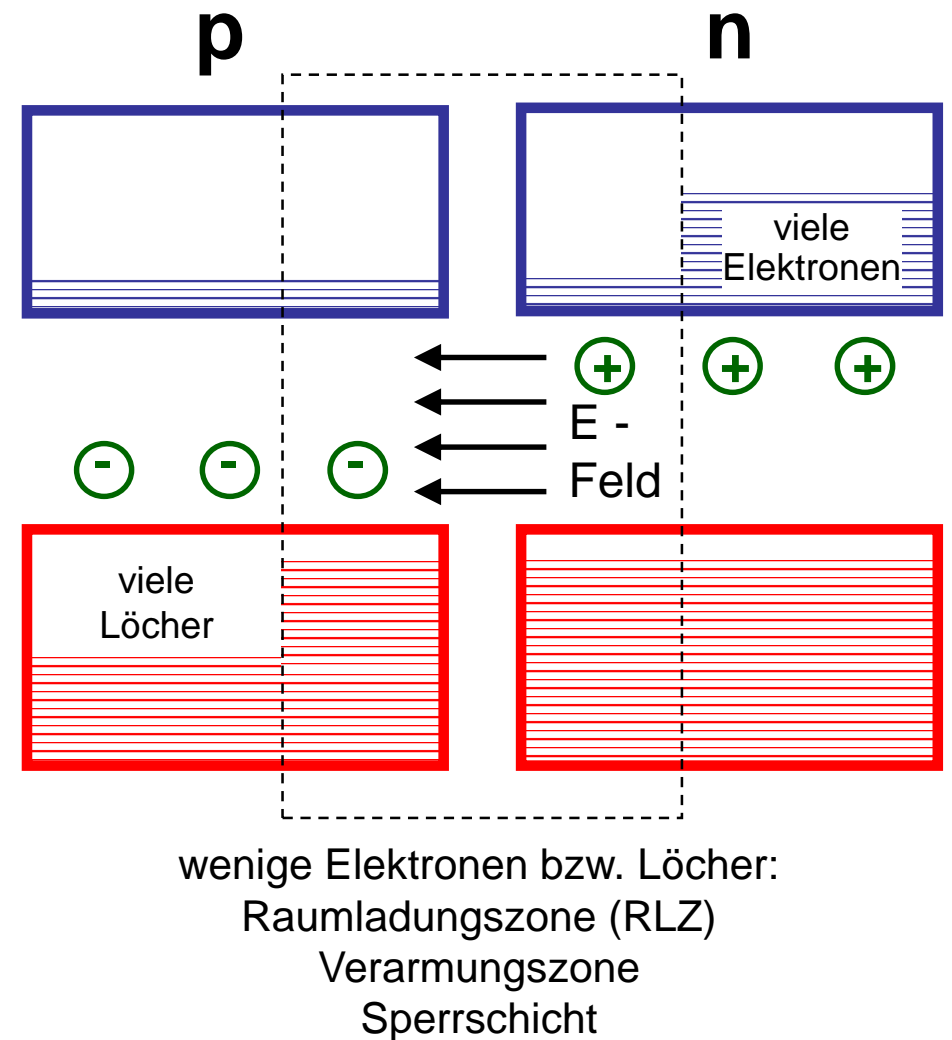
# Notizen

# Der pn-Übergang I



← Diffusionsströme  
(proportional zu  $T$  und zum  
Gradient von  $n$  bzw.  $p$ , Ursache:  
thermische Energie)

← Rekombination (Elektronen „fallen  
herunter“, Löcher „wandern nach  
oben“)



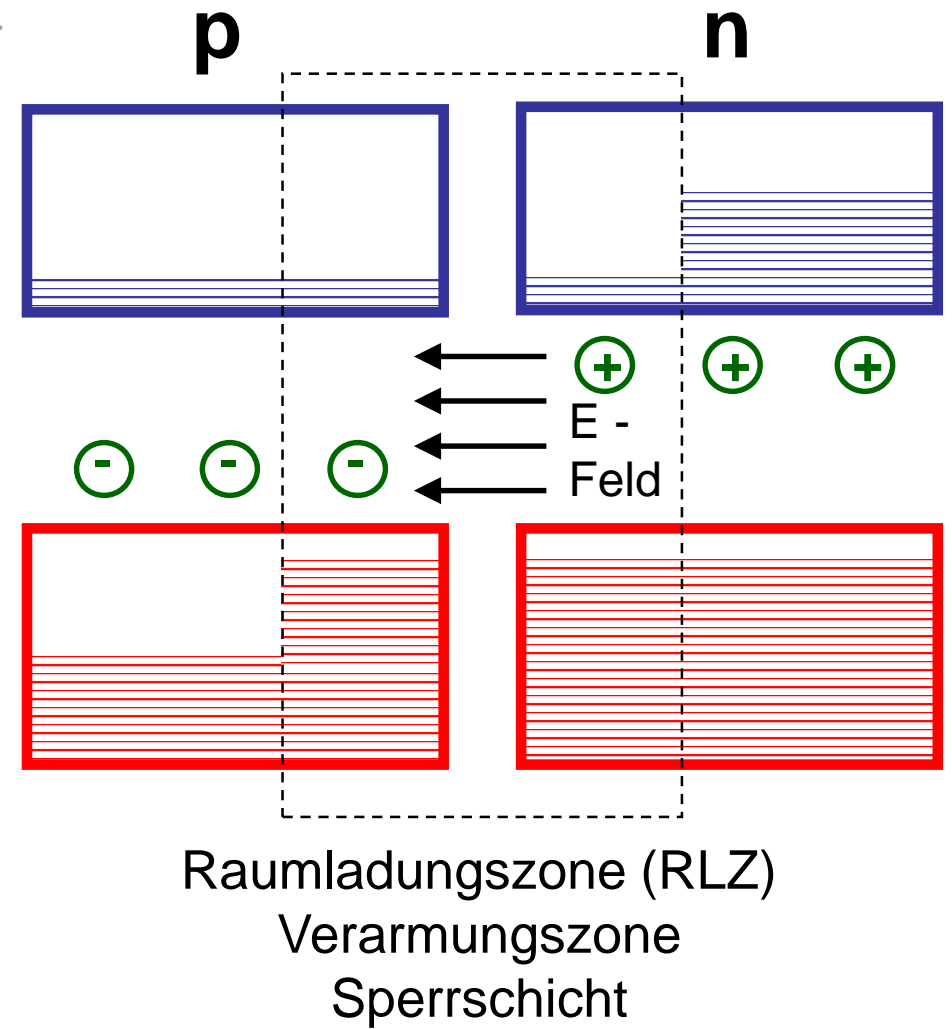
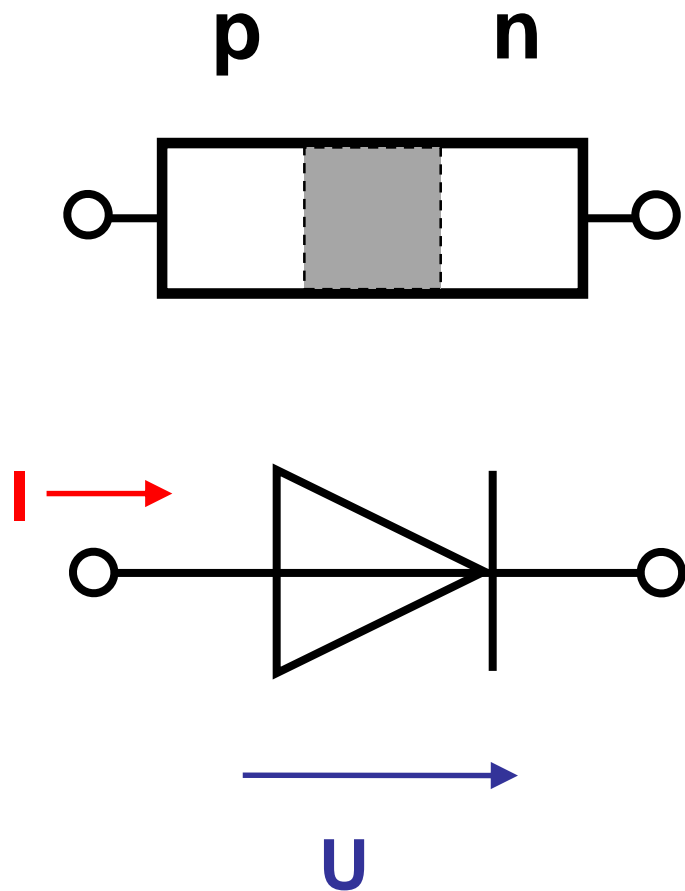
(Rein schematische Darstellung. Bänderschema in der Realität "verbogen". Im Gleichgewicht, d.h. ohne äußere Spannung, sind Feld- und Diffusionsströme exakt entgegengesetzt gleich groß.)

# Notizen

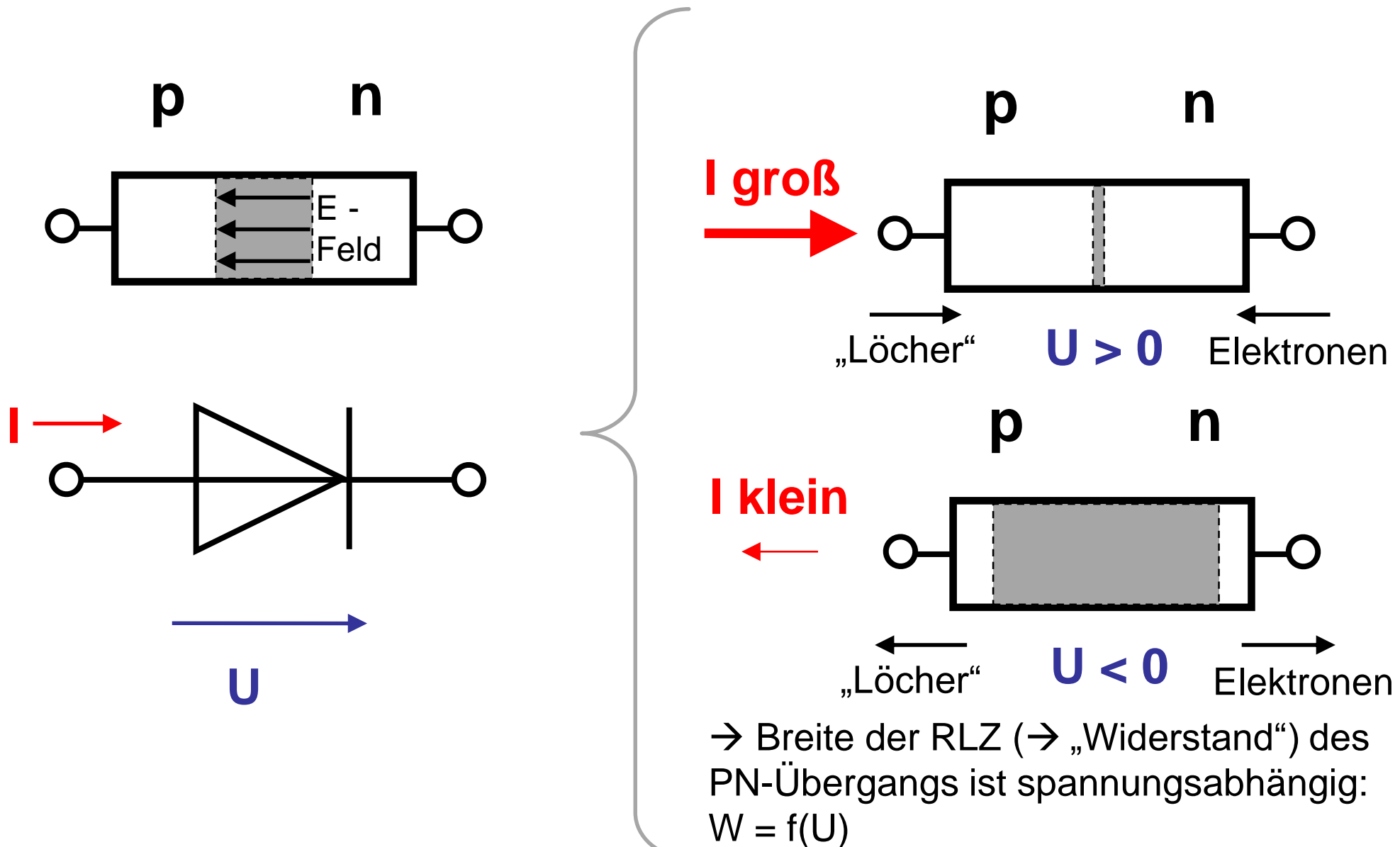
# Notizen

# Der pn-Übergang II

Die Diode besteht aus einem pn-Übergang.



# Der pn-Übergang III

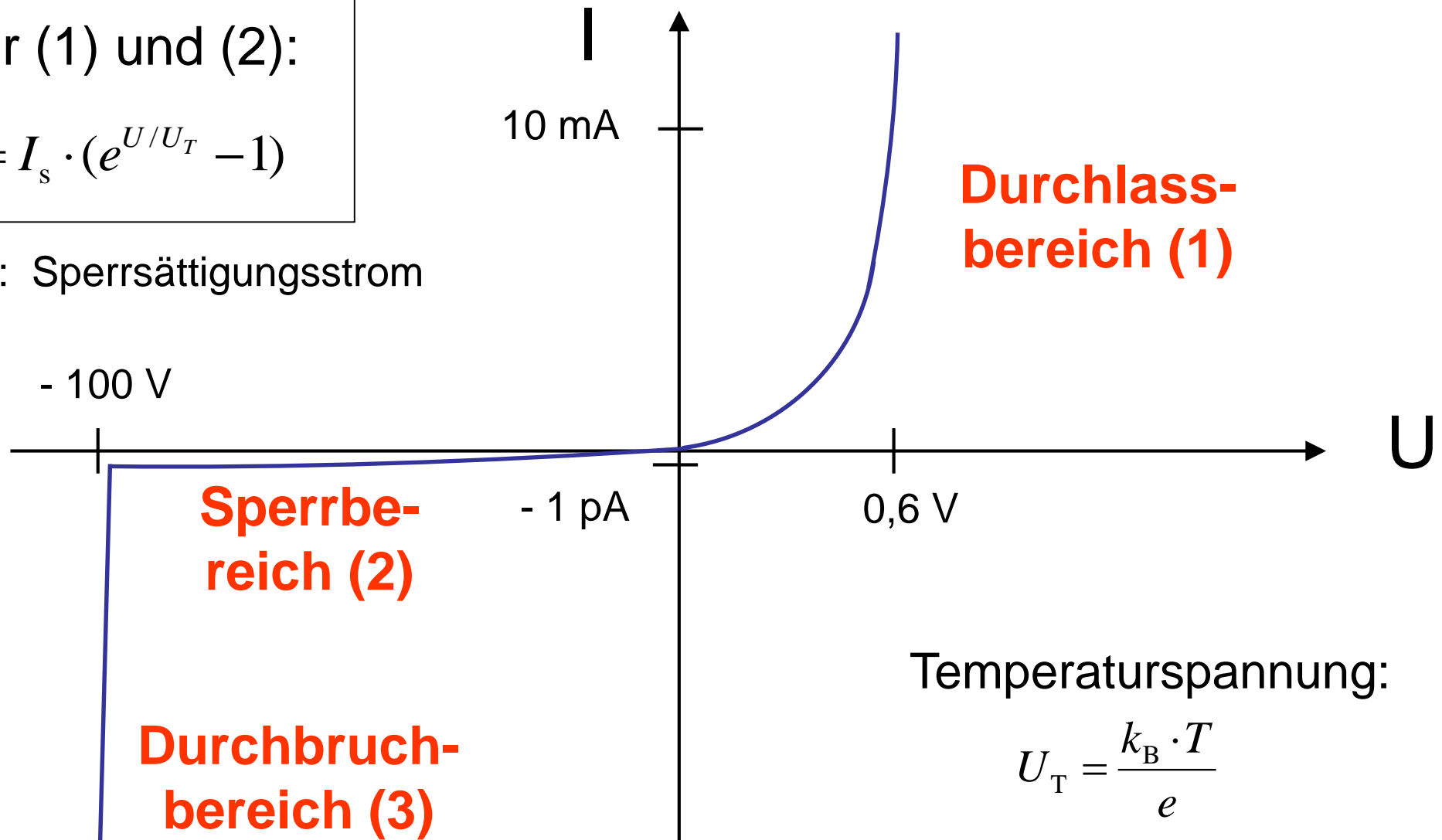


# Die Diodenkennlinie

Für (1) und (2):

$$I = I_s \cdot (e^{U/U_T} - 1)$$

$I_s$  : Sperrsättigungsstrom



Temperaturspannung:

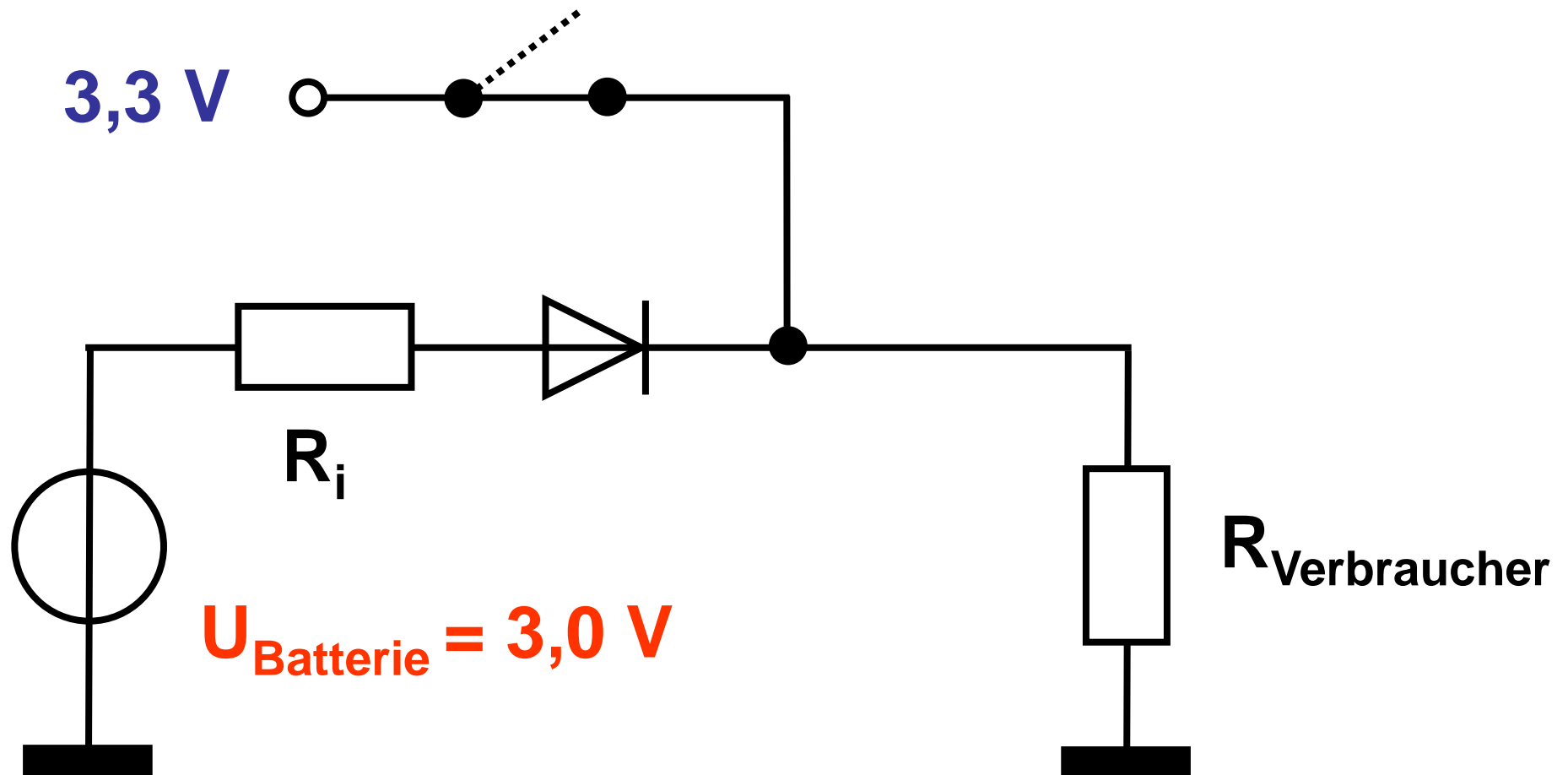
$$U_T = \frac{k_B \cdot T}{e}$$

$\approx 26\text{ mV}$  bei Raumtemperatur

(Je nach Bauart der Diode streuen die Zahlenwerte in weiten Bereichen.)

# Quiz zu Dioden

Was bewirkt die Diode in folgender Schaltung?



# Diodentypen

Diodentyp	Schaltdiode	Schottkydiode	Gleichrichterdiode	Schottky-Leistungsdiode	Z-Diode	Diac	Fotodiode	Kapazitätsdiode	pin-Diode	Step-Recovery-Diode	Tunnel diode	Backward-Diode
Schaltzeichen												
Gleichstromkennlinie												
Nutzkennlinie, schematisch												
genutzter Effekt	Ventilwirkung	Ventilwirkung	Ventilwirkung	Ventilwirkung	Zener- oder Lawenendurchbruch	kontrollierter Durchbruch	lichtstärkeabhängiger Sperrstrom	spannungsabhängige Sperrschichtkapazität	stromabhängiger Durchlasswiderstand	der Sperrstrom endet abrupt	Tunnelleffekt	Ventilwirkung
innerer Aufbau	pn Silicium (Germanium)	Metall-n Silicium	pn Silicium	Metall-n Silicium	pn Silicium	pnp Silicium	pn pin Metall-n Silicium	pn Silicium Galliumarsenid	pin Silicium	pn Silicium	pn Germanium hoch dotiert	pn Germanium hoch dotiert
Frequenzbereich	Gleichstrom Niederfrequenz Hochfrequenz	Gleichstrom bis Höchstfrequenz	Gleichstrom Netzfrequenz Niederfrequenz	Gleichstrom bis mittlere Frequenzen	Gleichstrom Niederfrequenzen	Netzfrequenz	Gleichstrom bis Hochfrequenz	Hochfrequenz				
besondere Eigenschaften	schnell, klein, kleiner Sperrstrom, kleiner Durchlasswiderstand, preisgünstig	sehr schnell, klein, kleine Durchlassspannung	hohe Sperrspannung, hoher Durchlassstrom, niederohmig, preisgünstig	sehr schnell, kleine Sperrspannung, hoher Durchlassstrom, kleine Verluste	kontrollierter Durchbruch in Sperrichtung	Kennlinie mit Bereichen negativen Widerstandes	Sperrstrom abhängig von der Beleuchtung der Sperrschicht. Avalanche-Effekt	Sperrschichtkapazität ist spannungsabhängig, hohe Güte	Durchlasswiderstand ist stromabhängig, hohe Güte	abrupt endende Sperrverzögerung Sperrverzögerungszeit typenabhängig	Kennlinie mit negativem Widerstandsbereich	keine Schleusenspannung, sehr kleine Sperrspannung
Anwendungsbereich	Universaldiode zum Schalten, zum Begrenzen, zum Entkoppeln, für Logikschaltungen	Hochfrequenzgleichrichter, Gleichrichter mit kleiner Schleusenspannung, schnelle Logikschaltungen	Gleichrichter bei Netzfrequenz für kleine und große Spannungen und Ströme, auch für Schaltregler bei höheren Frequenzen	Gleichrichter bei hohen Frequenzen, hohen Strömen, aber kleinen Spannungen, Freilaufdiode	Spannungsstabilisierung, Spitzenspannungsbegrenzung	Triggerdiode zur sicheren Zündung bei einfachen Triacschaltungen zur Phasenanschnittsteuerung.	Messung der Lichtstärke in einem großen Dynamikbereich, Datenempfänger am Ende einer Glasfaserstrecke	spannungsgesteuerte Abstimme von Schwingkreisen für Frequenzfilter, Synthesizer, Phasenschieber	stromgesteuerte analoge Dämpfungsglieder für Hochfrequenz, stromgesteuerte Schalter für Hochfrequenz	Frequenzvielfacher bis in den GHz-Bereich mit sehr geringem Aufwand	sehr schnelle Triggerdiode Entdämpfung von Schwingkreisen, Höchstfrequenzoszillator	Gleichrichter für sehr kleine Hochfrequenzspannungen

Abb. 2.49 Übersicht über Dioden und Gleichrichter

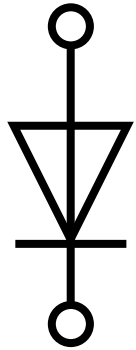
Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

# Anwendungsfelder für Dioden

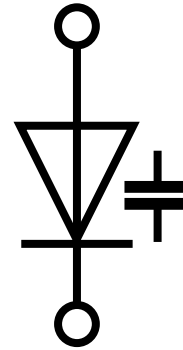
## (Auswahl)

1. Gleichrichtung
  2. Spannungsstabilisierung
  3. Spannungsverdopplung ("Ladungspumpe")
  4. Spannungsgesteuerte Kapazität ("Varactor")
  5. Abstimmung / Entdämpfung von Schwingkreisen
  6. Frequenzvervielfachung (Mischer)
  7. Schutz gegen elektrostatische Entladungen
  8. Fotodiode
  9. Solarzelle
  10. Leuchtdiode
  11. Diodenlaser
- Optoelektronische Bauelemente

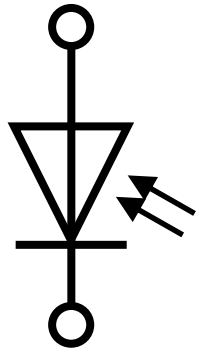
# Einige Schaltzeichen



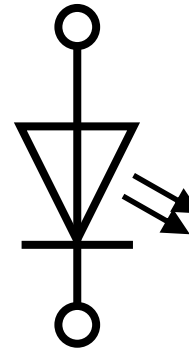
Diode (allgemein)



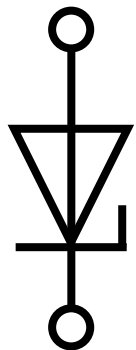
Kapazitätsdiode  
(Varaktor)



Photodiode



Leuchtdiode  
(LED)

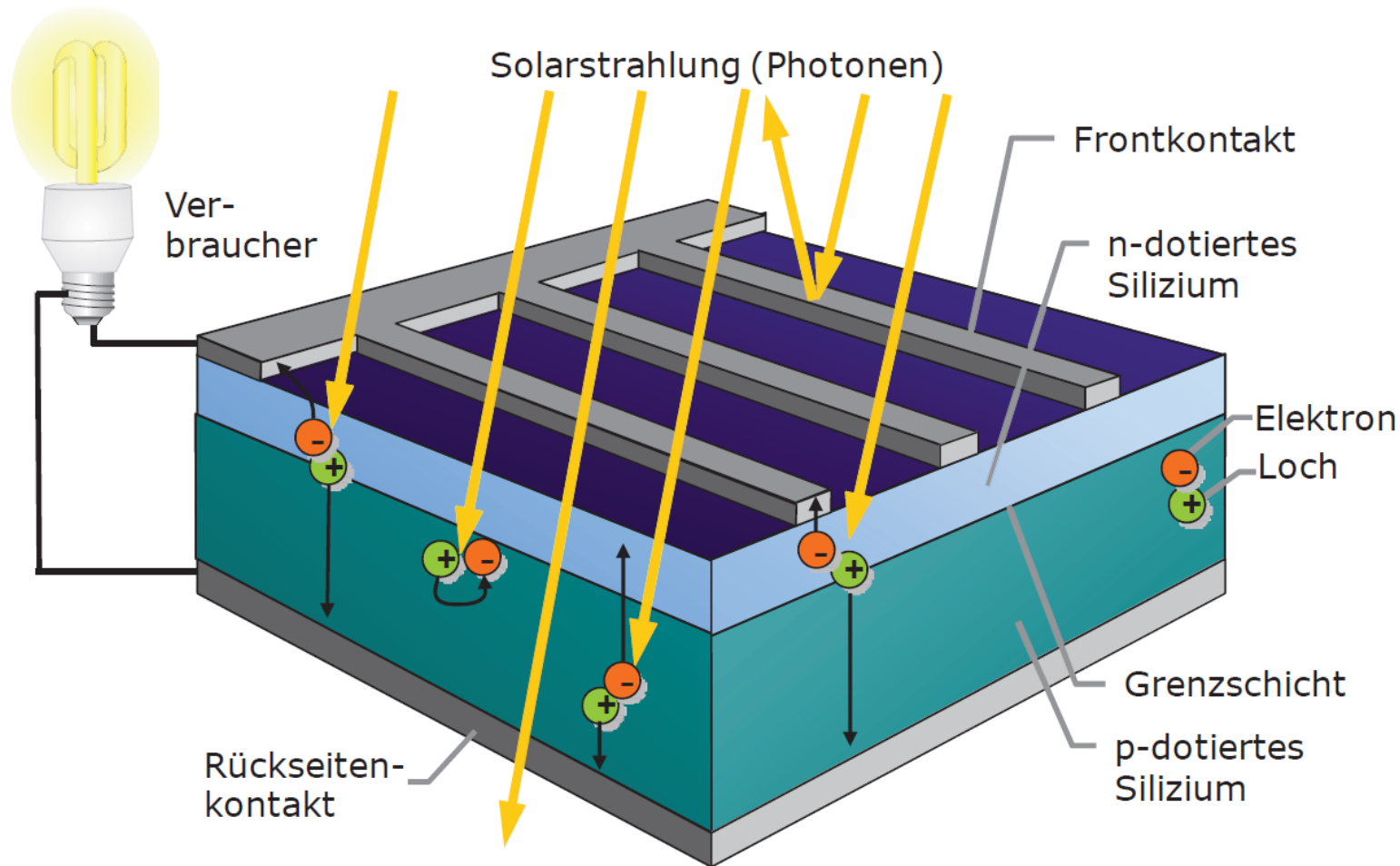


Durchbruchdiode  
(Zener-Diode)



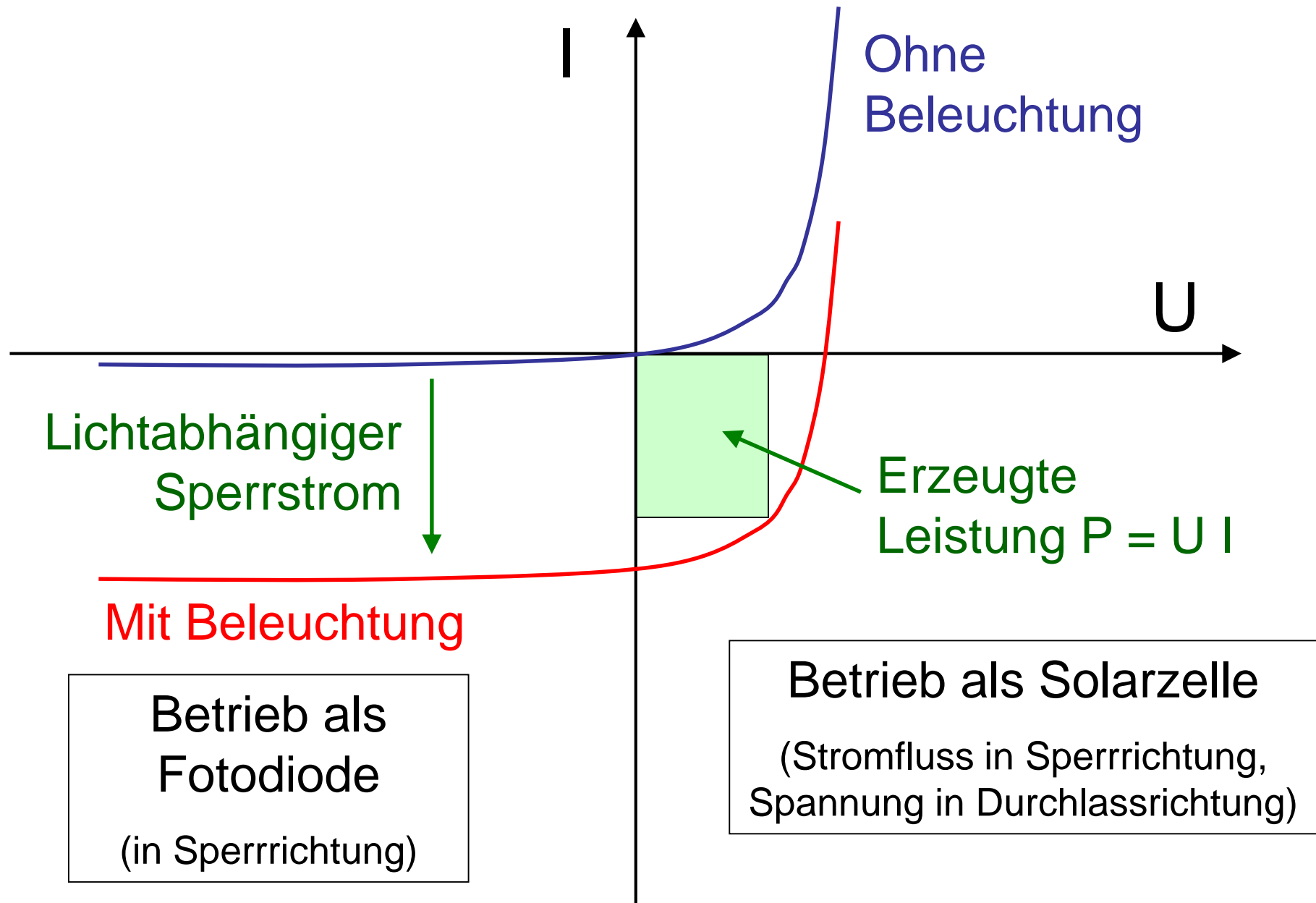
Tunneldiode

# Wirkungsweise der Solarzelle



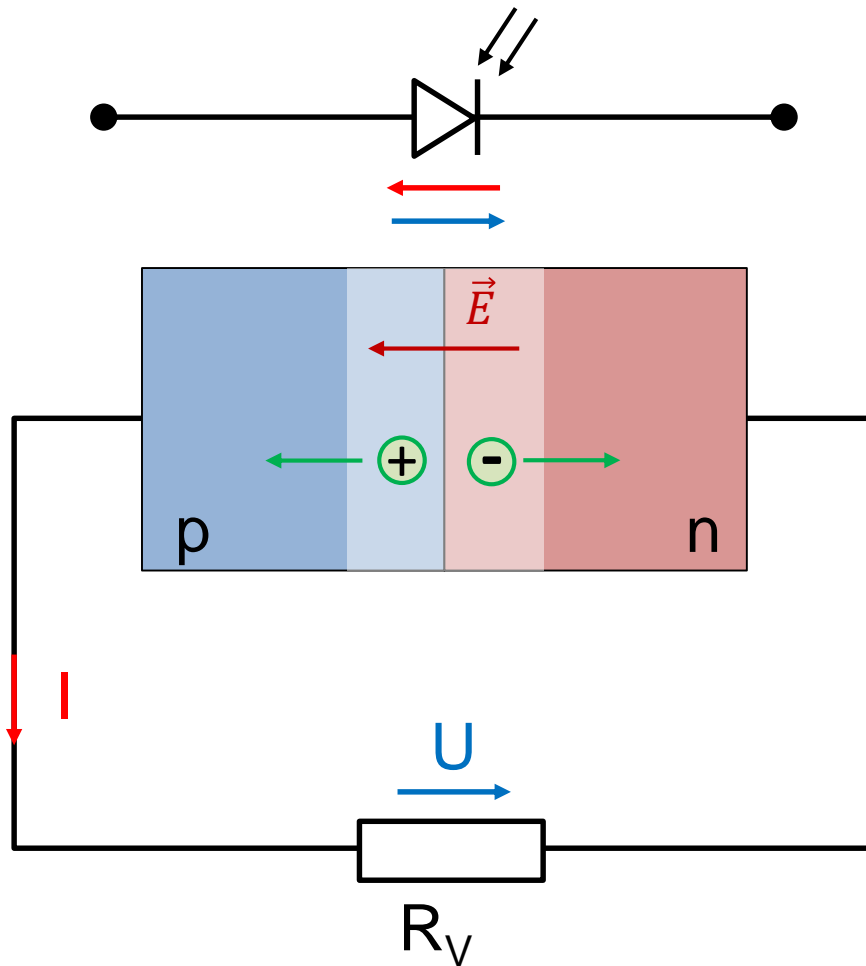
Photonen heben Elektronen vom Valenzband in das Leitungsband. Das elektrische Feld der RLZ zieht diese Elektronen ins n-Gebiet und die entstehenden Löcher ins p-Gebiet. Über einen angeschlossenen Verbraucher lässt sich der Stromkreis schließen, es fließt ein Strom.

# Fotodiode und Solarzelle I



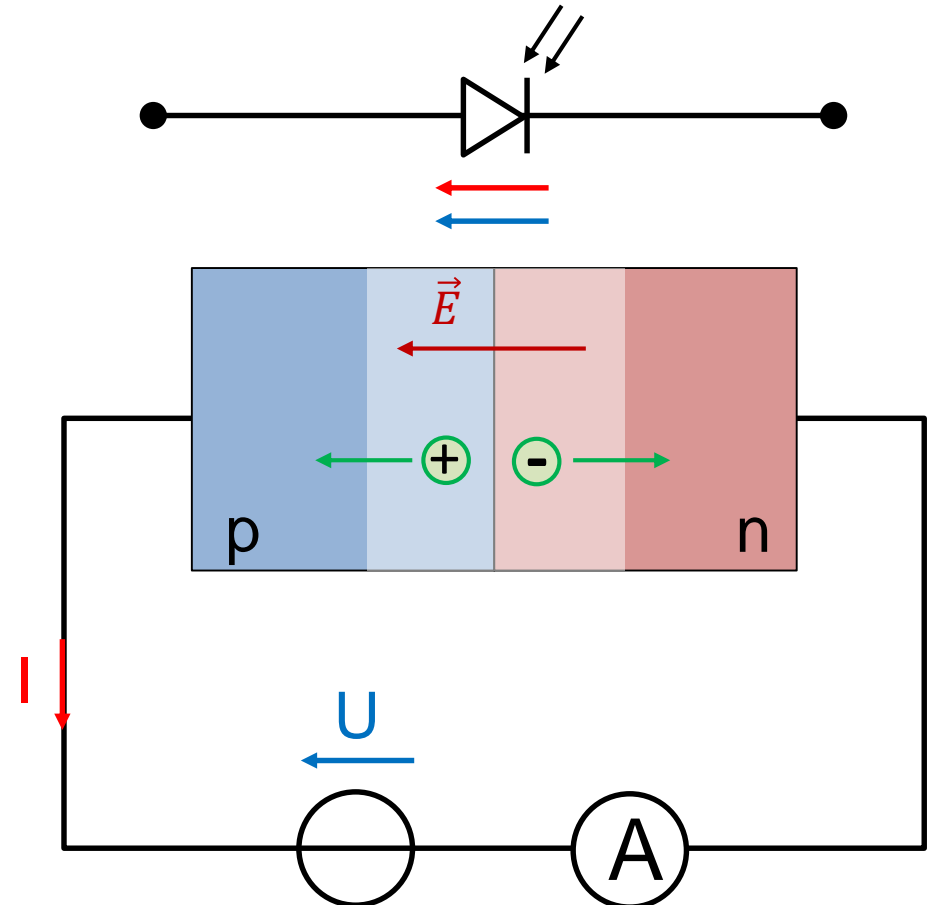
# Fotodiode und Solarzelle II

Solarzelle



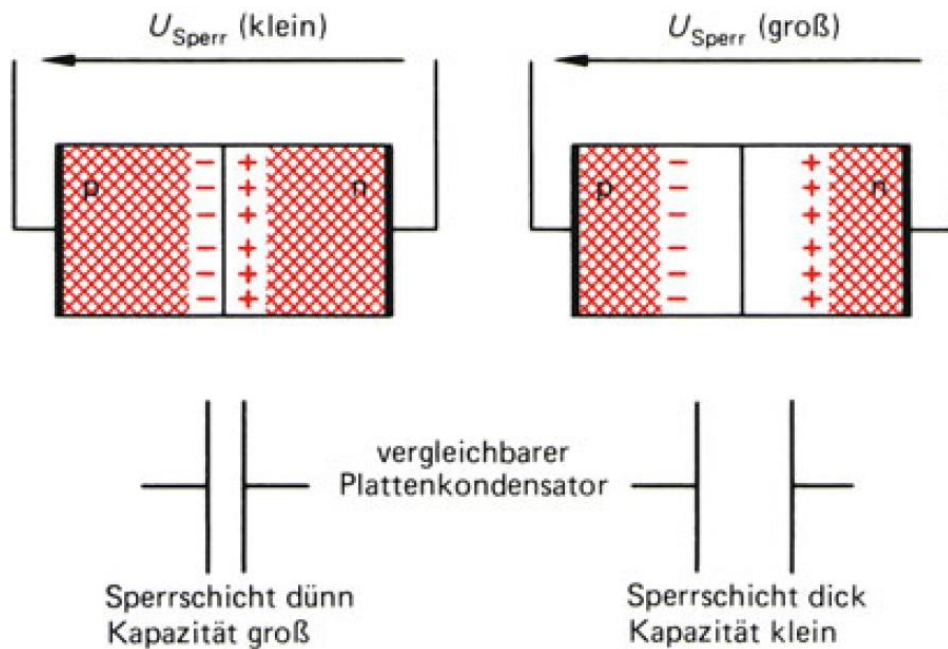
**Strom:** in Sperrrichtung  
**Spannung:** in Durchlassrichtung

Fotodiode

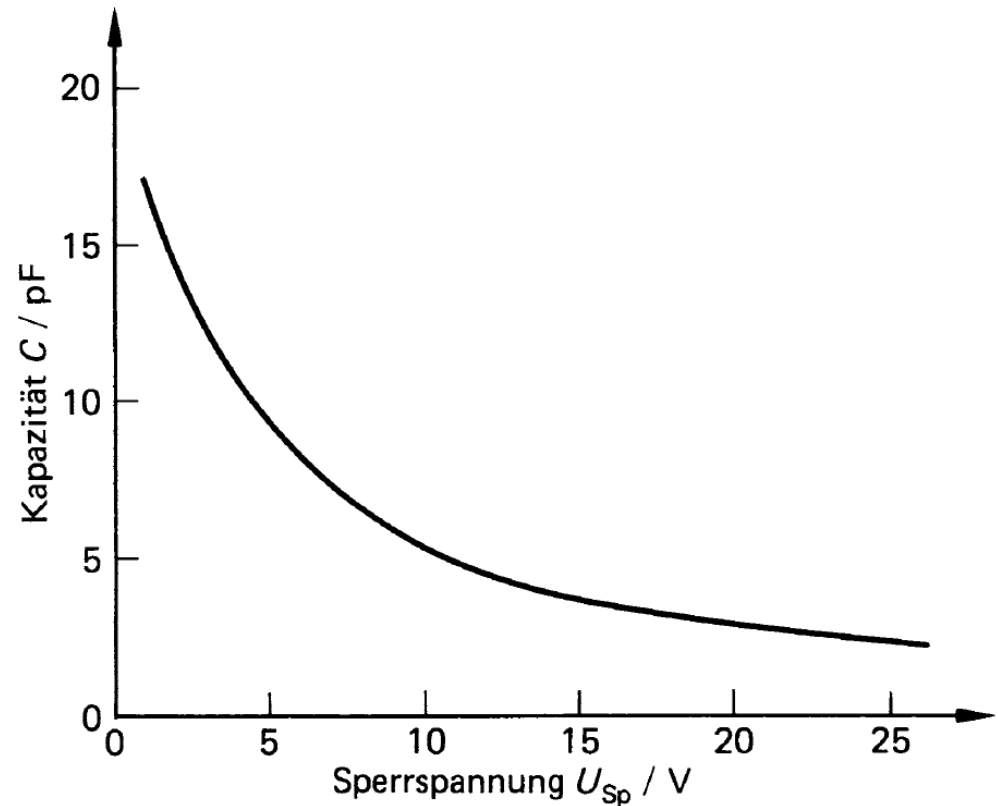


**Strom:** in Sperrrichtung  
**Spannung:** in Sperrrichtung

# Kapazitätsdioden



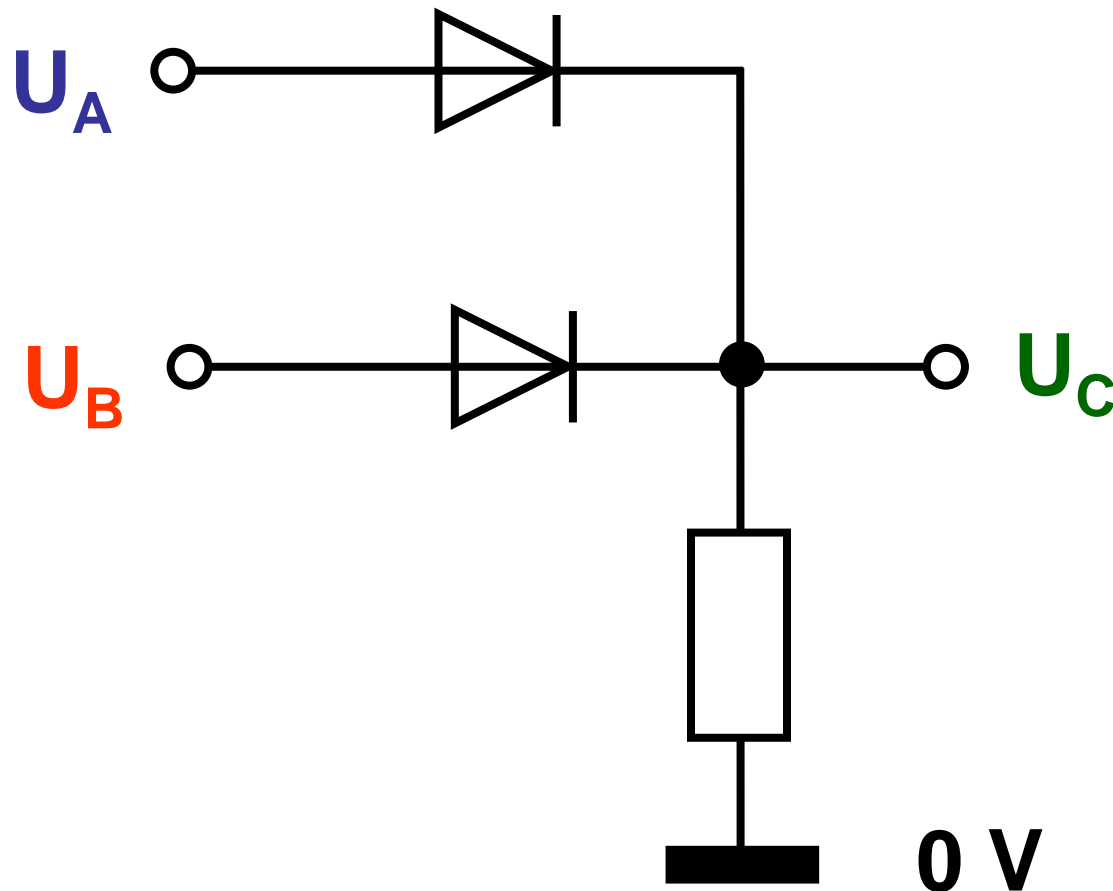
**Abb. 2.65** Funktionsweise der Kapazitätsdiode



**Abb. 2.66** Kapazität als Funktion der Sperrspannung

# Zweites Quiz zu Dioden

Wozu könnte diese Schaltung mit Dioden dienen?

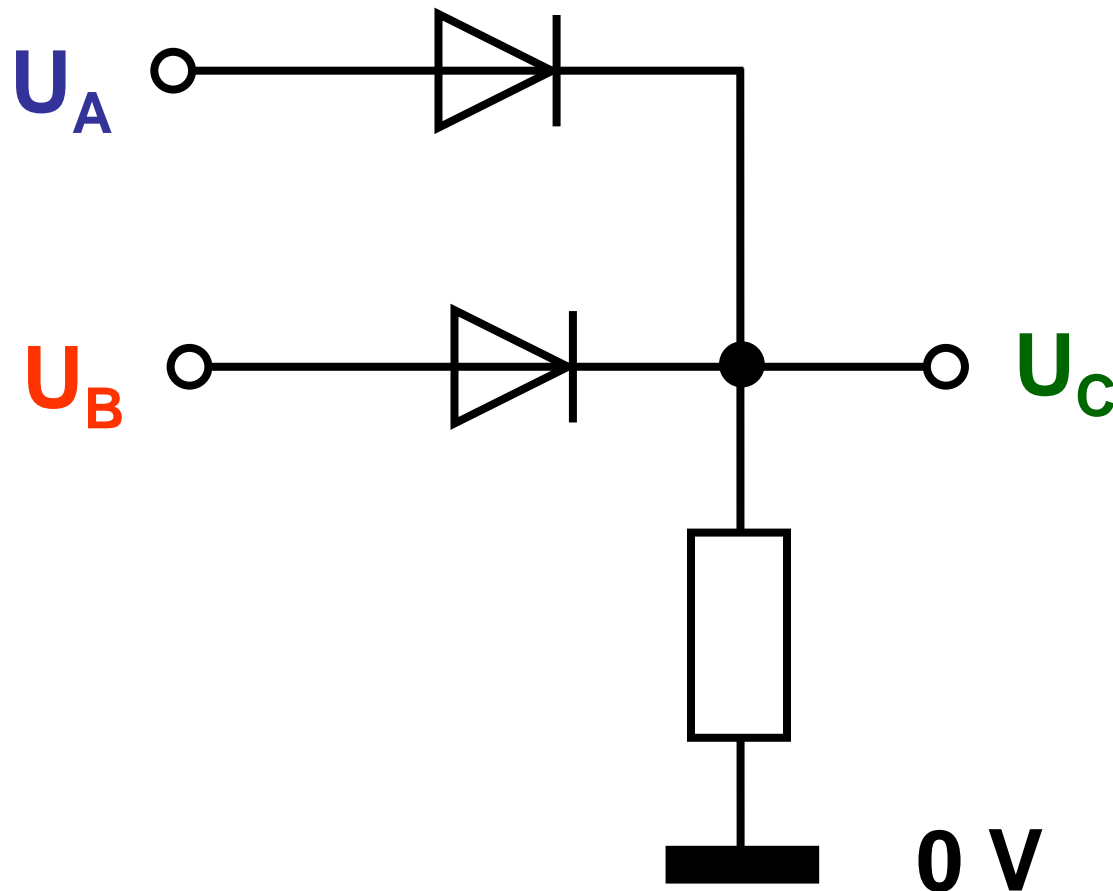


**Hinweis:**

Mit dieser Schaltung kann eine "logische" Operation durchgeführt werden!

# Zweites Quiz zu Dioden

Wozu könnte diese Schaltung mit Dioden dienen?



$U_A$	$U_B$	$U_C$
0 V	0 V	0 V
2 V	0 V	1,5 V
0 V	2 V	1,5 V
2 V	2 V	1,5 V

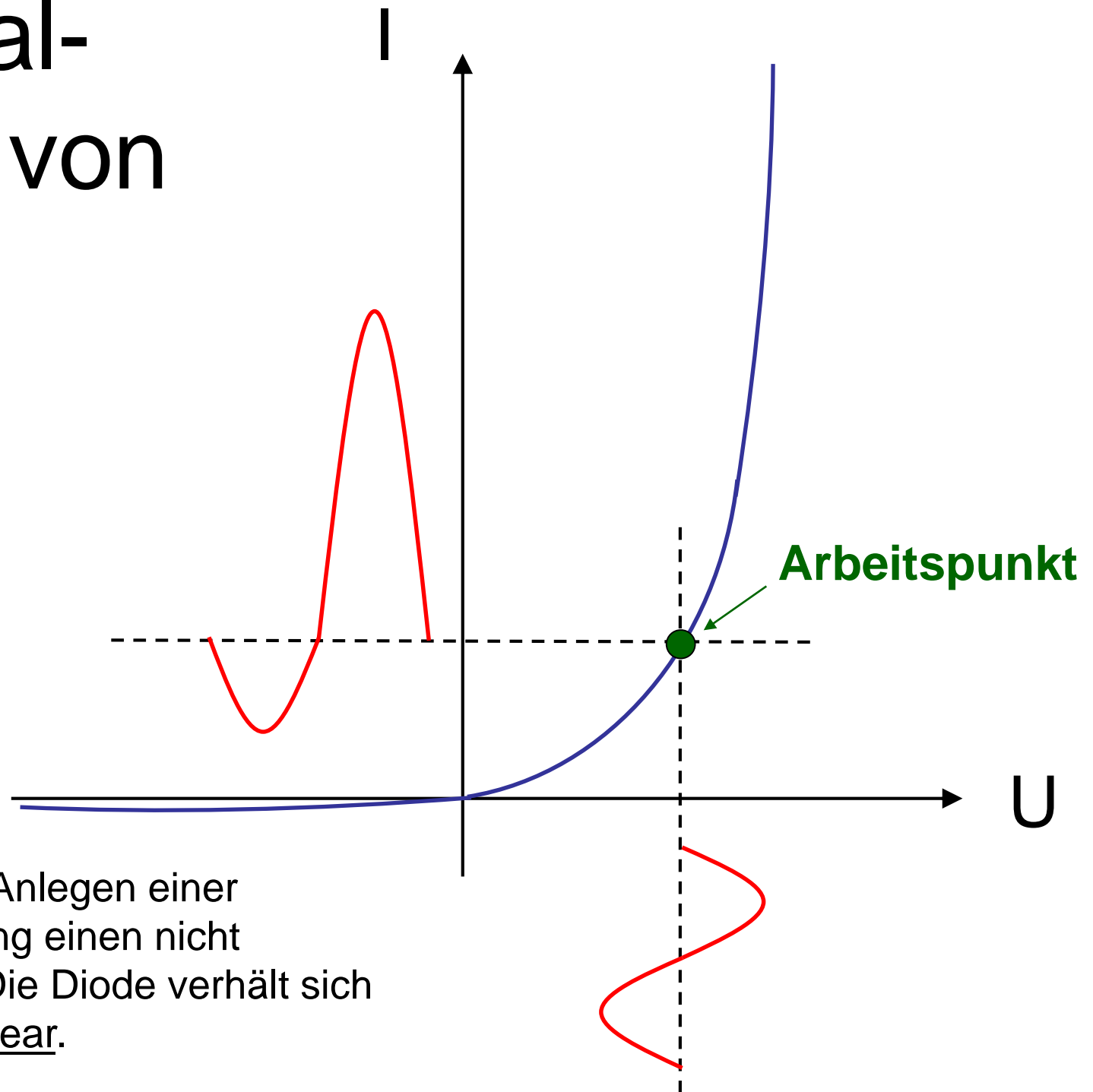


H. Hartl, E. Krasser,  
P. Söser, G. Winkler:

# ***Elektronische Schaltungstechnik***

Pearson Studium  
(2019)

# Großsignal- verhalten von Dioden



Dioden zeigen i.A. bei Anlegen einer sinusförmigen Spannung einen nicht sinusförmigen Strom. Die Diode verhält sich ausgesprochen nichtlinear.

# Analyse von Diodenschaltungen

Schaltungen mit Dioden sind auf Grund deren nichtlinearen Verhaltens nicht einfach zu analysieren.

In der Praxis nützt man u. a. folgende Verfahren:

- 1. Graphische Verfahren**
- 2. Numerische Verfahren**
- 3. Stückweise linearisierte Modelle**
- 4. Linearisierung im Arbeitspunkt**

# Analyse von Diodenschaltungen II

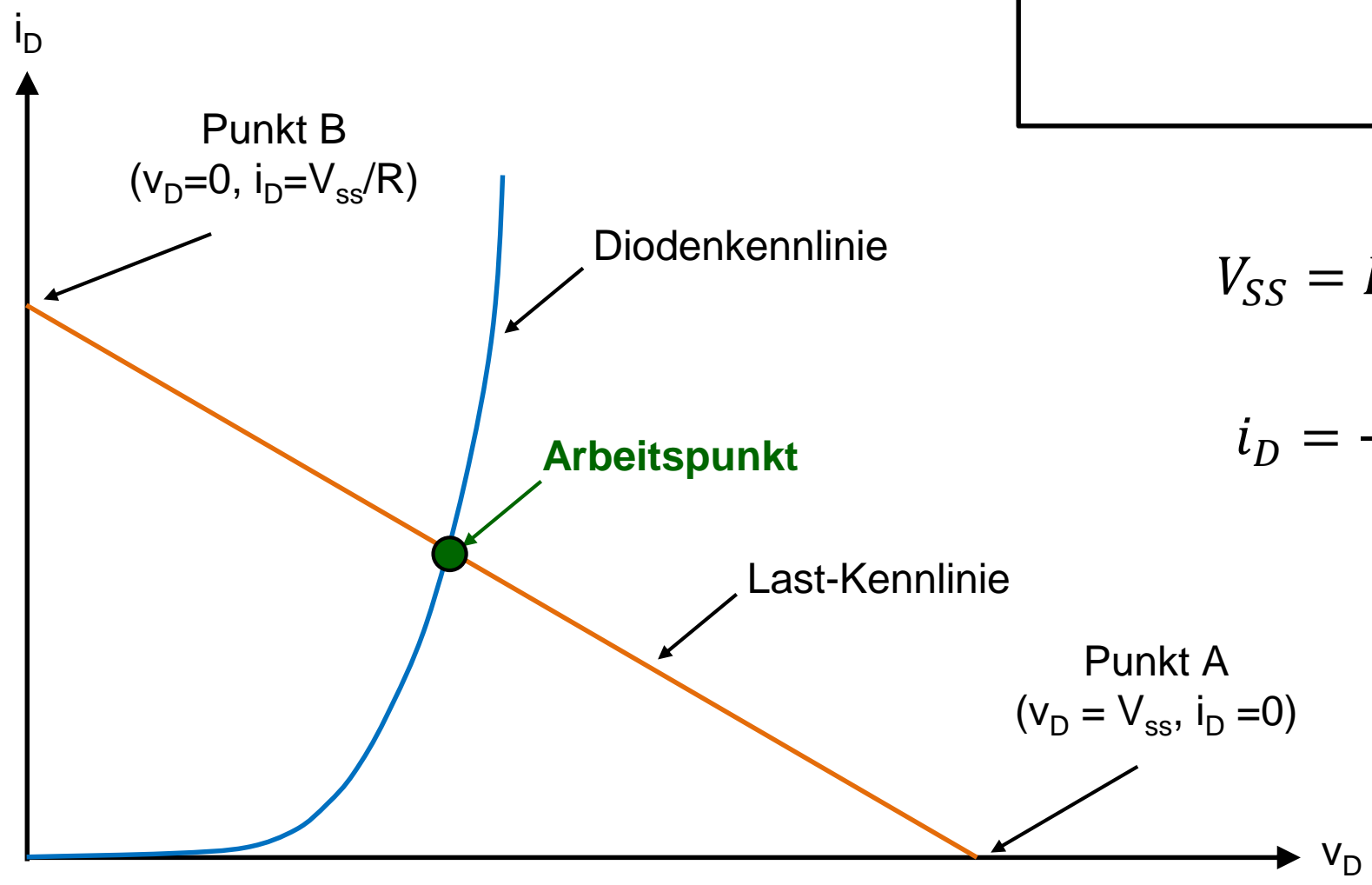
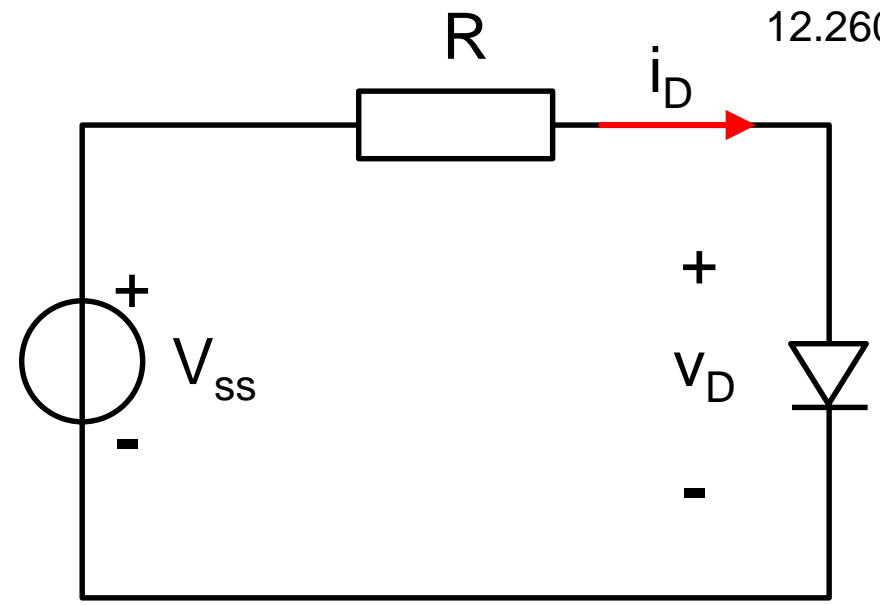
Überprüfung einer Fälle für die Diodenkennlinie  $I = I_S \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)$

$$U = 0 \longrightarrow I = 0$$

$$U \gg U_T \longrightarrow I \approx I_S e^{\frac{U}{U_T}}$$

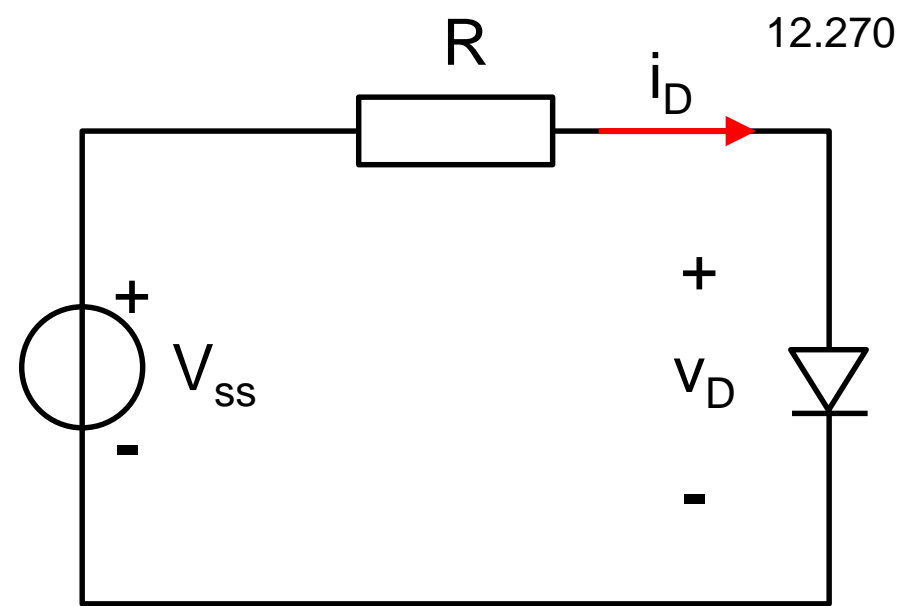
$$U < 0 \longrightarrow I \approx -I_S$$

# 1. Graphisches Verfahren



$$V_{SS} = Ri_D + v_D$$
$$i_D = -\frac{1}{R}v_D + \frac{V_{SS}}{R}$$

## 2. Numerisches Verfahren



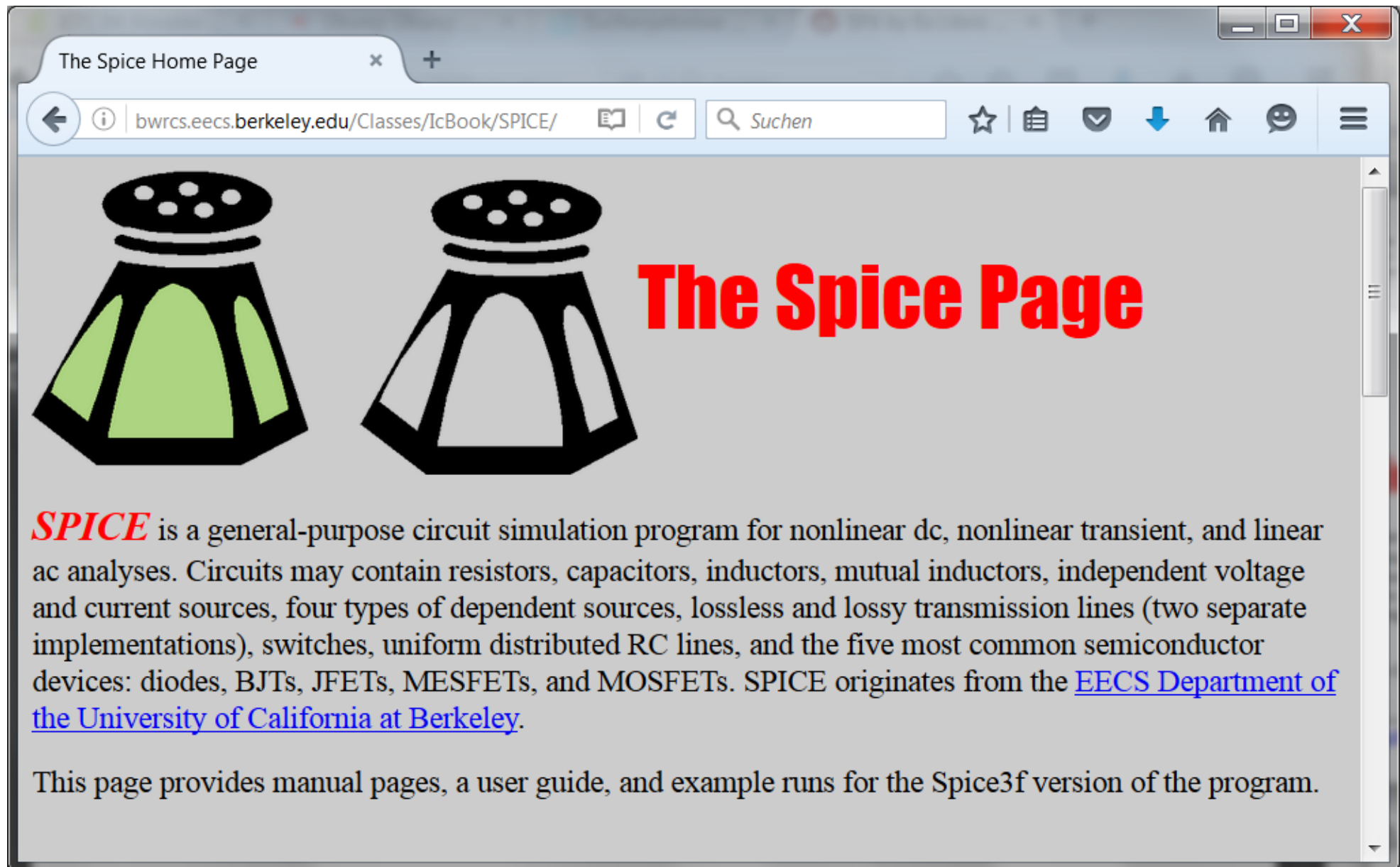
$$V_{SS} = R \cdot i_D + v_D$$

$$V_{SS} = R \cdot I_s \cdot \left( e^{v_D/v_T} - 1 \right) + v_D$$

nichtlineare Gleichung mit  
Unbekannter  $v_D$



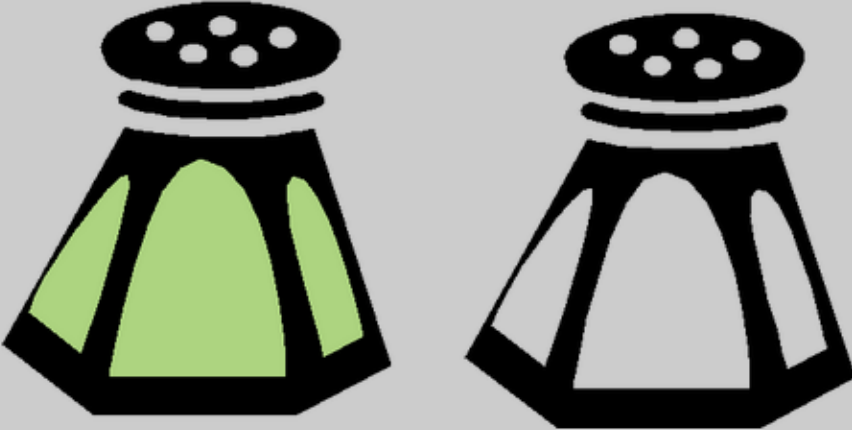
# S. P. I. C. E.



The Spice Home Page

bwracs.eecs.berkeley.edu/Classes/IcBook/SPICE/

Suchen



## The Spice Page

***SPICE*** is a general-purpose circuit simulation program for nonlinear dc, nonlinear transient, and linear ac analyses. Circuits may contain resistors, capacitors, inductors, mutual inductors, independent voltage and current sources, four types of dependent sources, lossless and lossy transmission lines (two separate implementations), switches, uniform distributed RC lines, and the five most common semiconductor devices: diodes, BJTs, JFETs, MESFETs, and MOSFETs. SPICE originates from the [EECS Department of the University of California at Berkeley](http://www.eecs.berkeley.edu/).

This page provides manual pages, a user guide, and example runs for the Spice3f version of the program.

<http://bwracs.eecs.berkeley.edu/Classes/IcBook/SPICE/>



# TINA-TI

## SPICE-based analog simulation program

[Downloads](#)
[Overview](#) | [Downloads](#) | [Technical documentation](#) | [Support & training](#)

## Overview

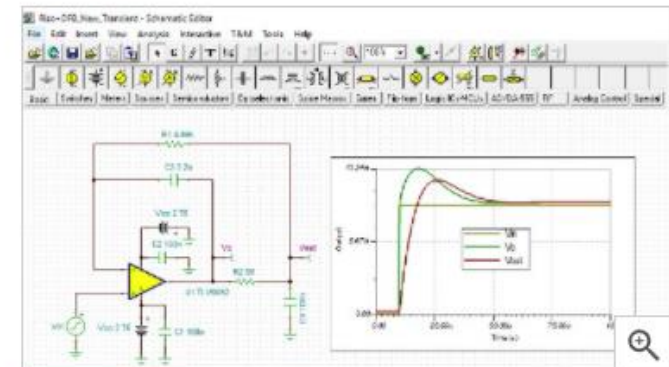
TINA-TI provides all the conventional DC, transient and frequency domain analysis of SPICE and much more. TINA has extensive post-processing capability that allows you to format results the way you want them. Virtual instruments allow you to select input waveforms and probe circuit nodes voltages and waveforms. TINA's schematic capture is truly intuitive - a real "quickstart."

TINA-TI installation requires approximately 500MB. Installation is straight-forward and it can be uninstalled easily, if you wish. We bet that you won't.

TINA is a product of DesignSoft exclusively for Texas Instruments. This complimentary version is fully functional but does not support some other features available with the full version of TINA.

For a complete list of available TINA-TI models, see: [SpiceRack – A Complete List](#)

Need HSpice models to aid in your design? Our HSpice model collection can be found [here](#).



# 3. Stückweise linearisierte Modelle

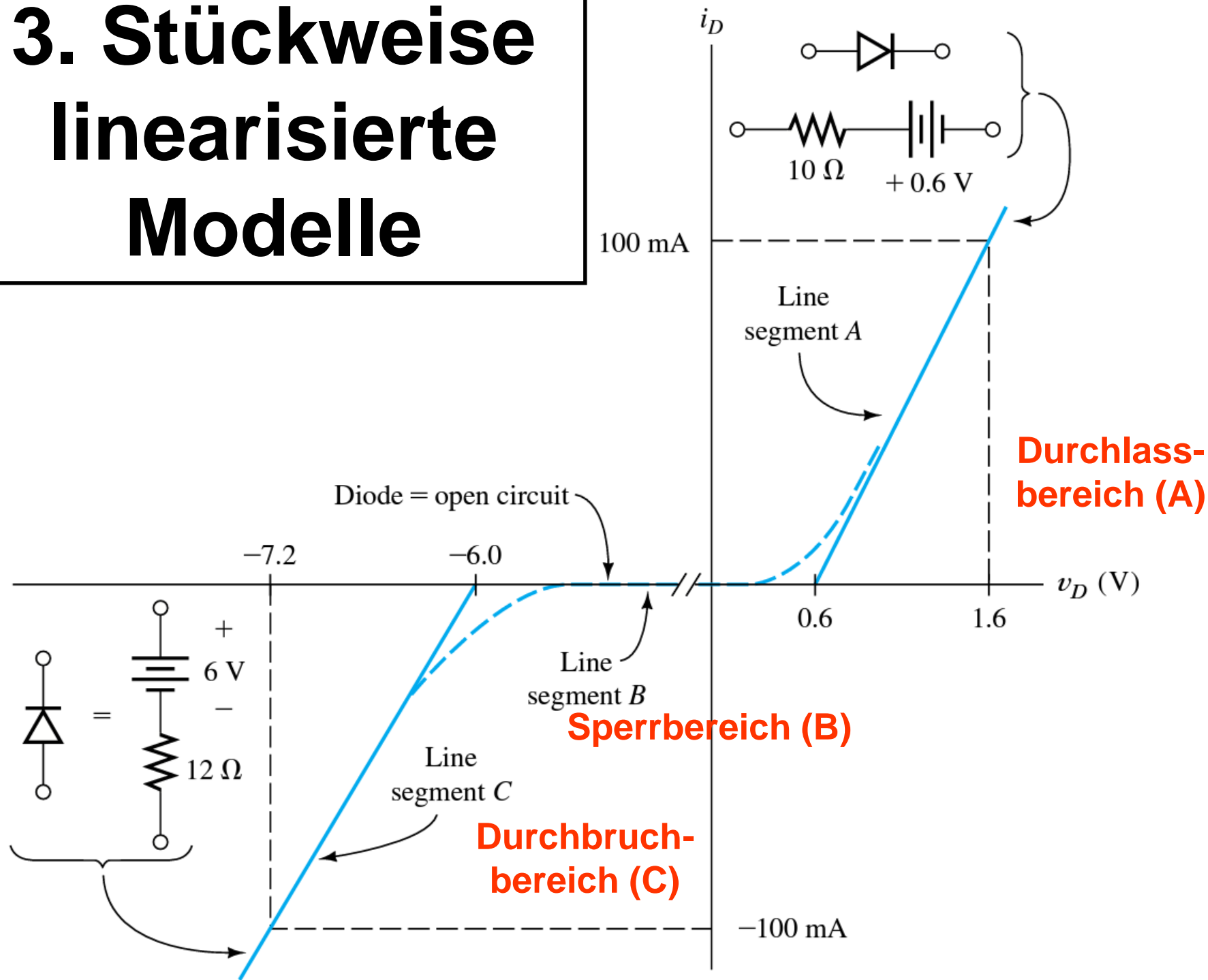
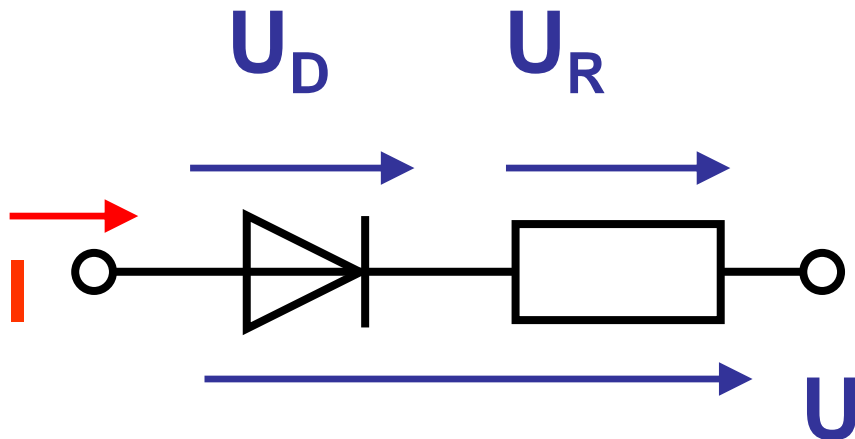
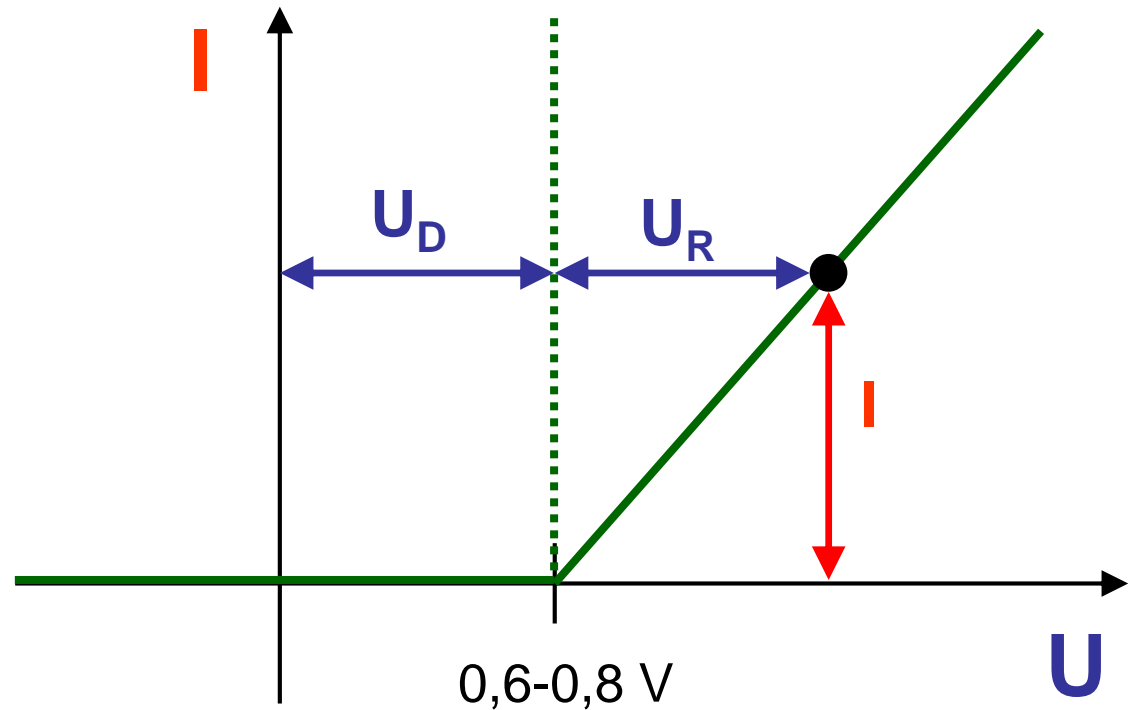


Figure 9.19 Piecewise-linear models for the diode of Example 9.6.

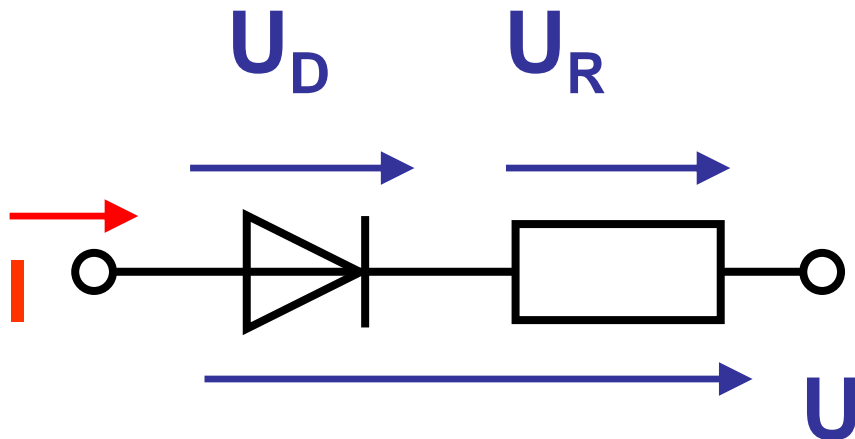
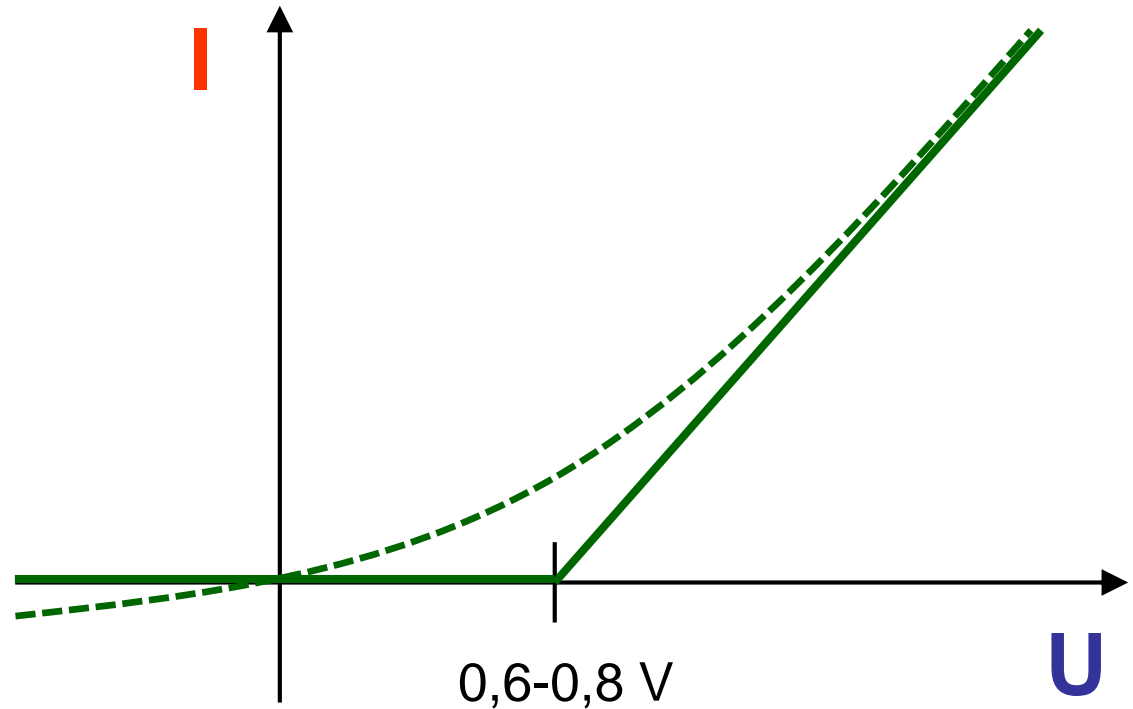
# Drittes Quiz zu Dioden

Wie wird die  $I(U)$  Kennlinie dieser Schaltung ungefähr aussehen?



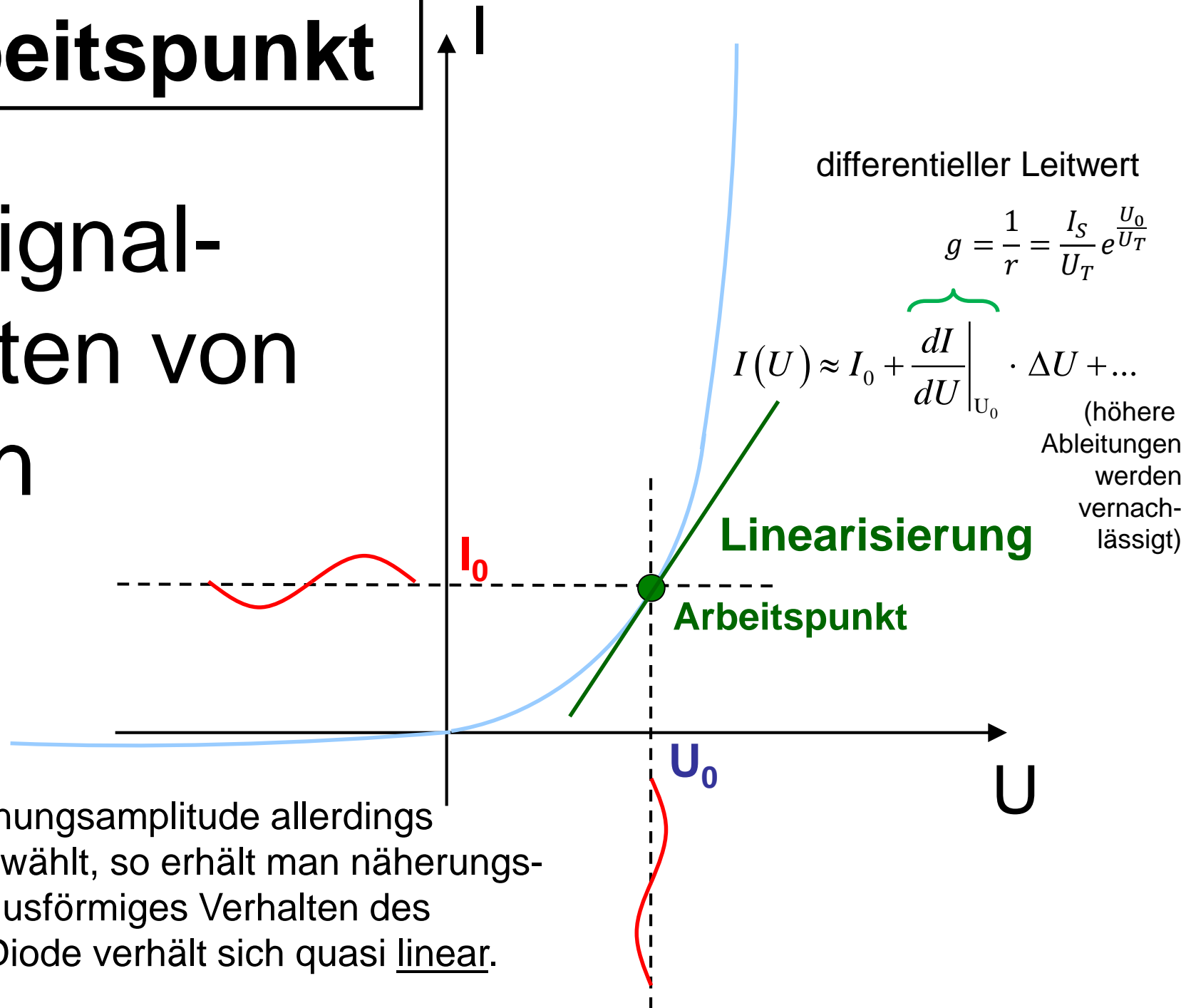
# Drittes Quiz zu Dioden

Wie wird die  $I(U)$  Kennlinie dieser Schaltung ungefähr aussehen?

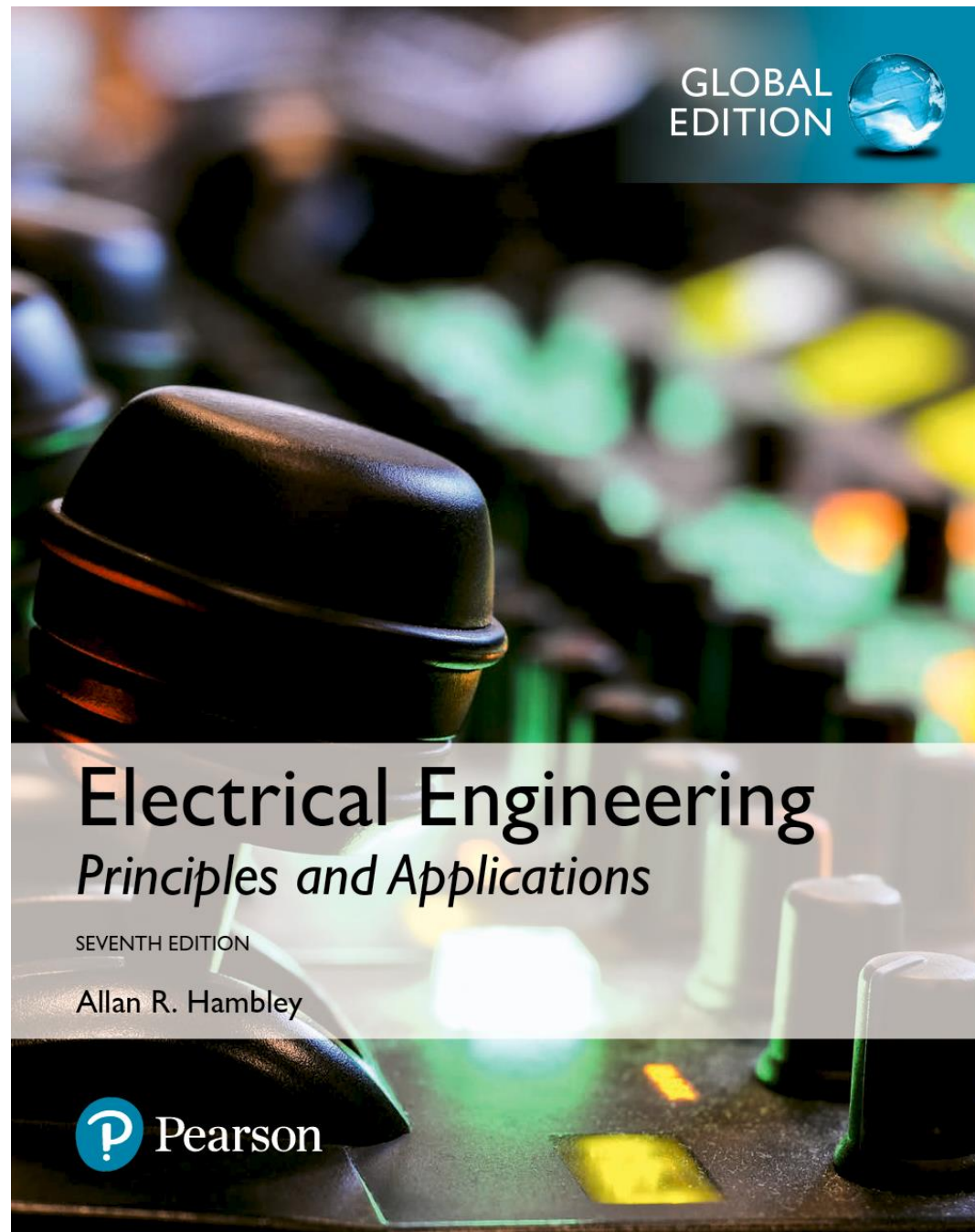


# 4. Linearisierung im Arbeitspunkt

## Kleinsignal- verhalten von Dioden

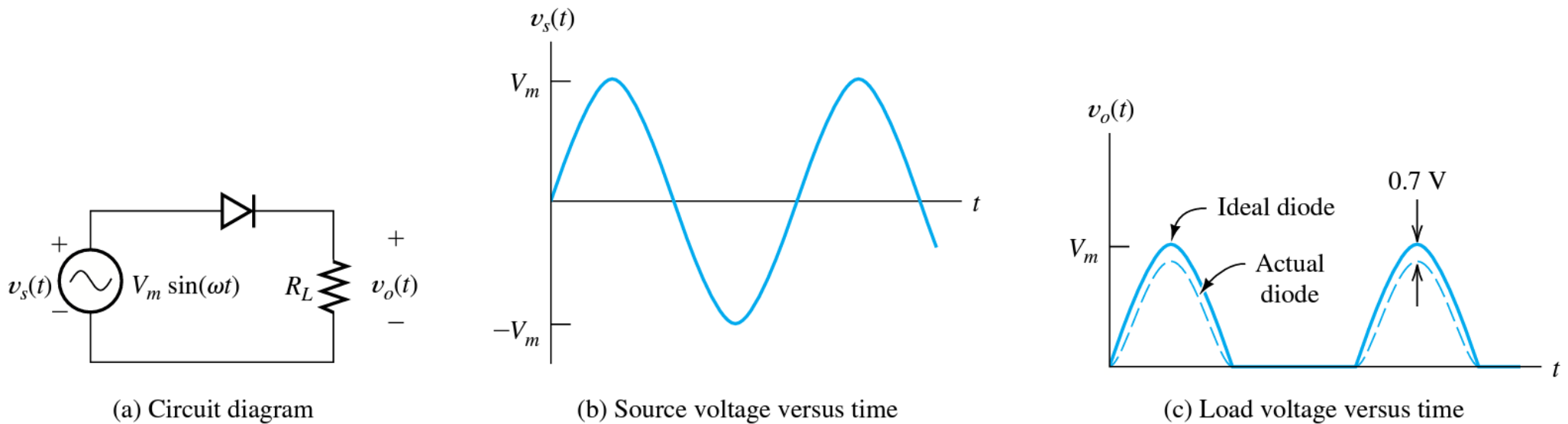


Wird die Spannungsamplitude allerdings klein genug gewählt, so erhält man näherungsweise doch sinusförmiges Verhalten des Stromes. Die Diode verhält sich quasi linear.



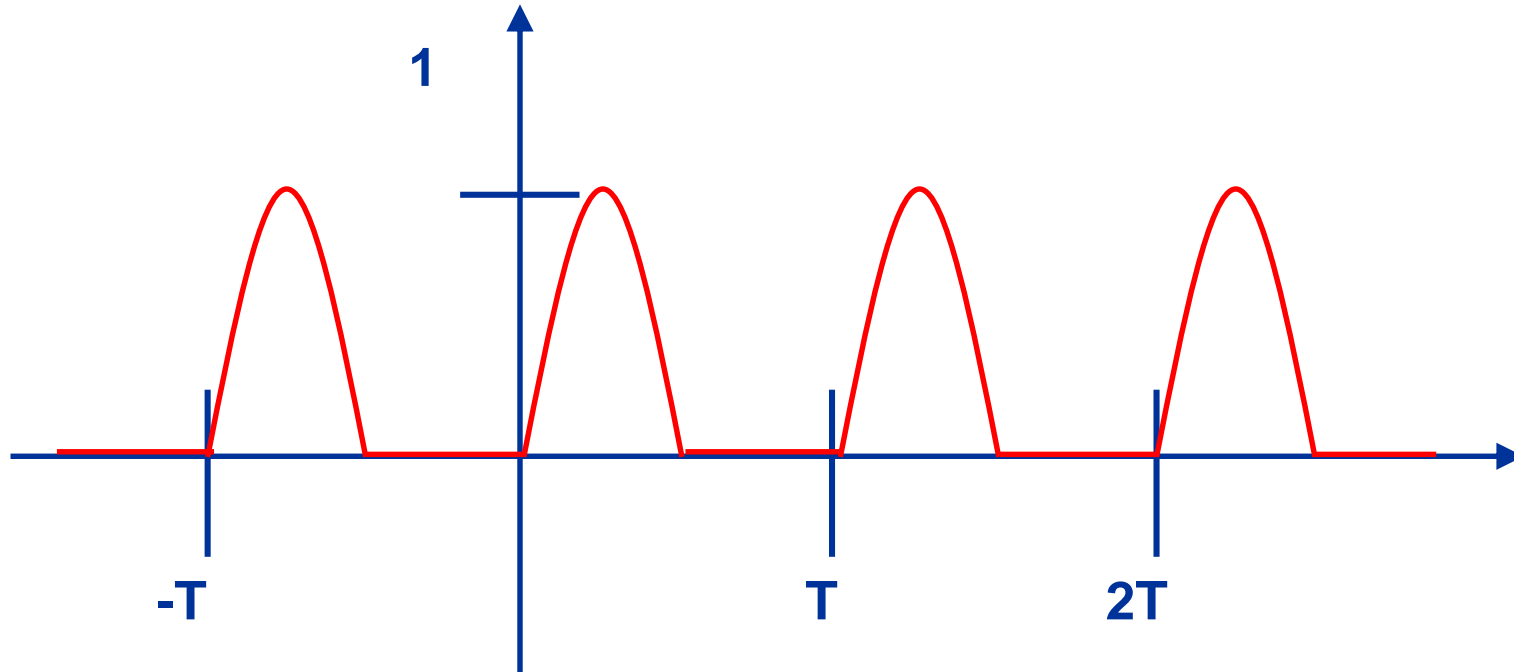
7th Edition, © Pearson Education Ltd. 2018

# Einweggleichrichtung



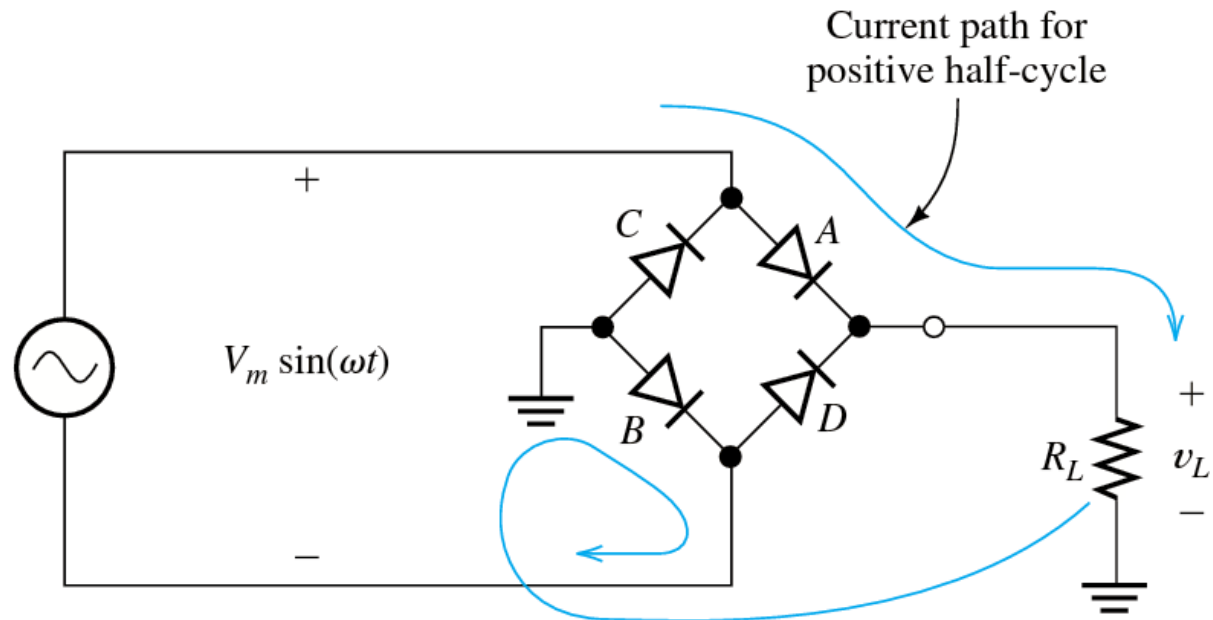
**Figure 9.24** Half-wave rectifier with resistive load.

# Harmonische Analyse liefert ...

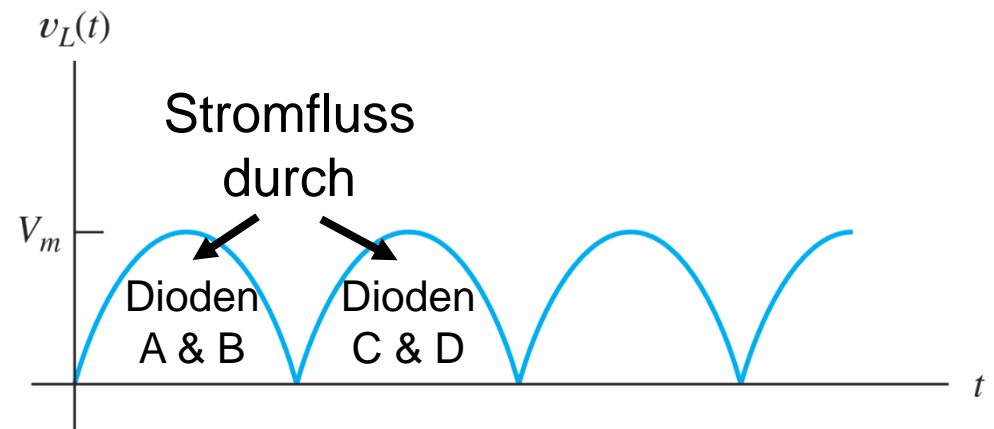


$$f(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \cdot \sin(\omega t) - \frac{2}{3\pi} \cdot \cos(2\omega t) - \frac{2}{15\pi} \cdot \cos(4\omega t) - \dots$$

# Vollweggleichrichtung

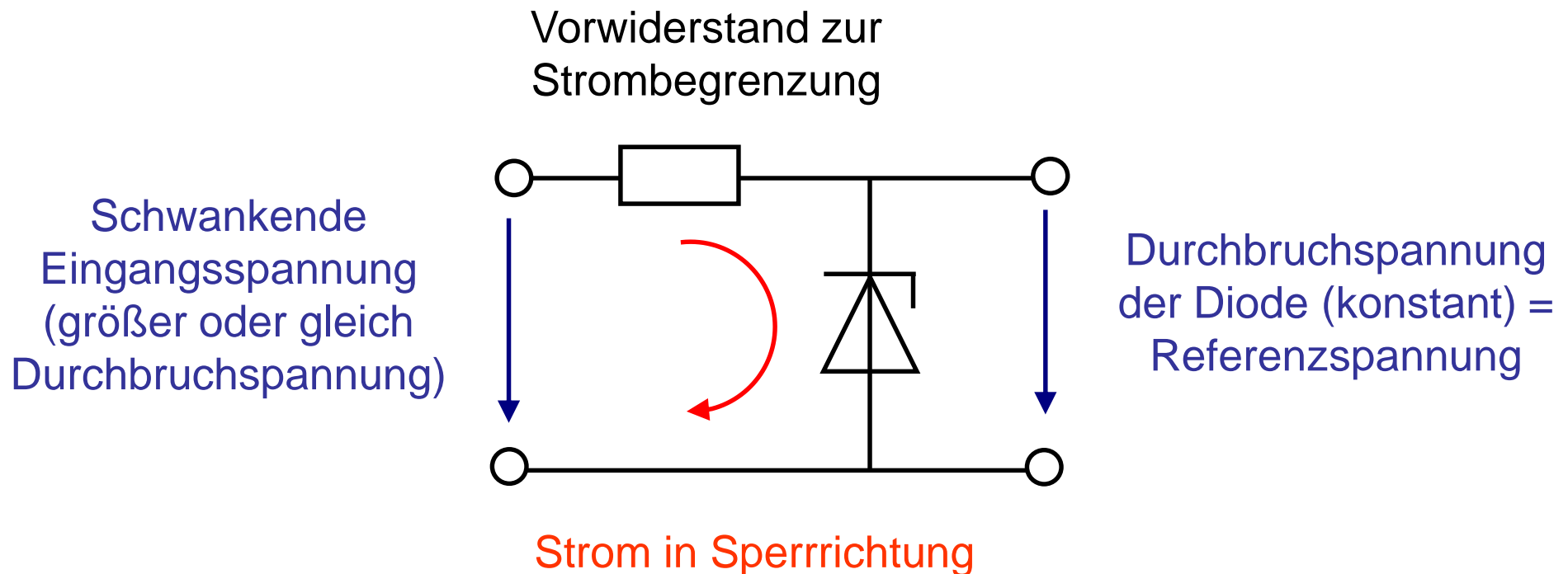


**Figure 9.28** Diode-bridge full-wave rectifier.

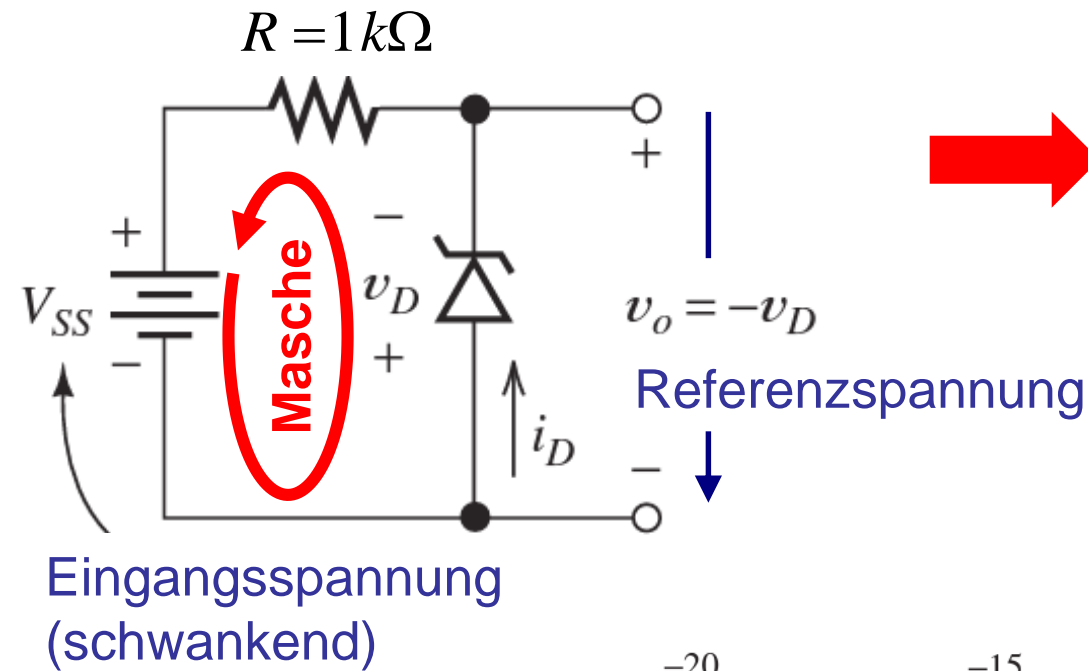


# Spannungsstabilisierung I

Zener-Dioden werden oft im Sperr- bzw. Durchbruchbereich benützt. Die steile Kennlinie im Durchbruchbereich dient dabei zur Bereitstellung einer konstanten Referenzspannung aus einer schwankenden Eingangsspannung:



# Spannungsstabilisierung II

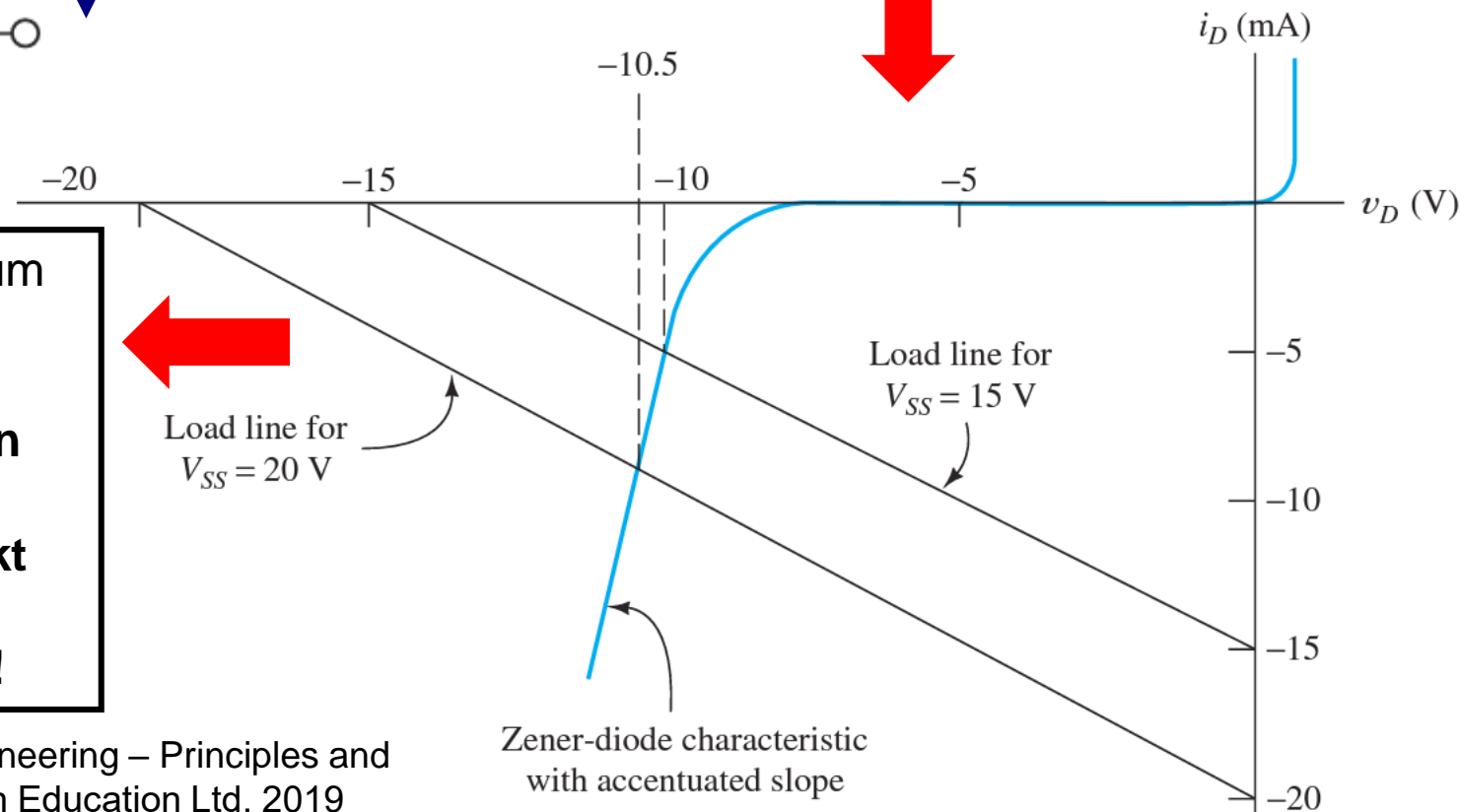


$$V_{SS} + R \cdot i_D + v_D = 0$$

$$\Leftrightarrow i_D = -\frac{1}{R} v_D - \frac{1}{R} V_{SS}$$

Eine Schwankung von  $V_{SS}$  um 5V bewirkt eine Änderung von  $V_D$  um 0,5V.

**Reale Zener-Dioden haben eine fast vertikale Charakteristik, das bewirkt eine noch bessere Spannungsstabilisierung!**



# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Wie sieht das Schaltzeichen einer allgemeinen Diode aus und in welcher Richtung fließt der Durchlassstrom?
2. Wie lautet die ideale Diodengleichung?
3. Warum wird das U-I-Verhalten einer Diode „nichtlinear“ genannt und welche Probleme bringt dies in der Berechnung von Schaltungen mit sich?
4. Können Sie eine Einweg-Gleichrichterschaltung zeichnen?
5. In der Einweg-Gleichrichterschaltung wird oft ein so genannter Glättungskondensator parallel zum Verbraucher geschaltet ... Wozu kann das gut sein? Was soll damit geglättet werden?

# Übungsaufgabe 23

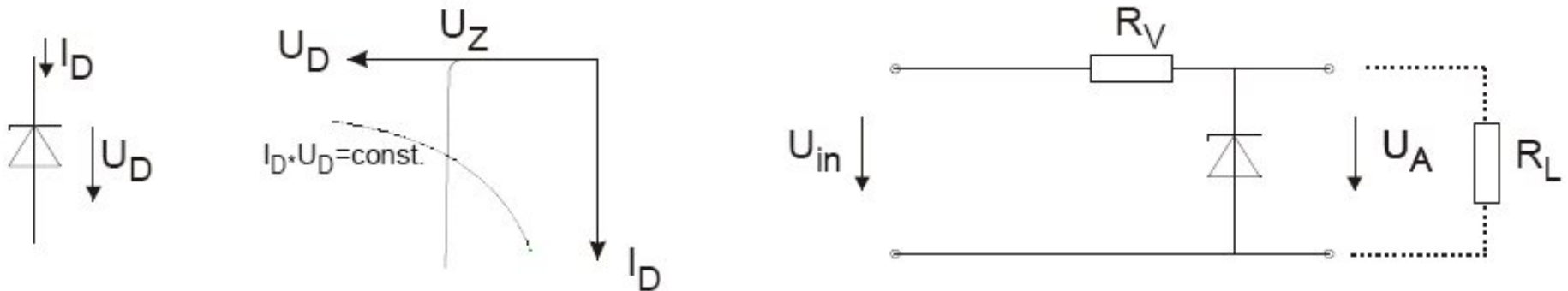
Gegeben ist eine ideale Diode mit der Kennlinie  $I = I_s \cdot (e^{U/U_T} - 1)$ , wobei gelten soll:  $I_s = 1 \text{ pA}$  und  $U_T = 26 \text{ mV}$ .

- a)** Welche Ströme erhalten Sie für die Spannungen  $U = -5 \text{ V}; -0,1 \text{ V}; 0,1 \text{ V}; 0,6 \text{ V}; 1,2 \text{ V}; 1,8 \text{ V}$ ? Welchen Widerständen würde dies nach  $R = U / I$  entsprechen?
- b)** Ab welcher Vorwärtsspannung kann man mit ca. 5 % Fehler die Kennlinie mit  $I \approx I_s \cdot e^{U/U_T}$  nähern?
- c)** Berechnen Sie in der Näherung von Teilaufgabe b) allgemein, wie groß der Unterschied in der Vorwärtsspannung sein muss, um eine Verzehnfachung des Diodenstromes zu erreichen!
- d)** Berechnen Sie für den Arbeitspunkt  $U_0 = 1,2 \text{ V}$  die unbekanntenen Werte in der folgenden Kleinsignalnäherung:

$$I \approx \underbrace{I_0}_{?} + \underbrace{\left. \frac{dI}{dU} \right|_{U_0}}_{?} \cdot (U - U_0)$$

# Übungsaufgabe 24

Zener-Dioden werden im Durchbruchbereich betrieben, um Spannungen zu glätten bzw. zu stabilisieren ( $R_V$  dient der Strombegrenzung):



Hier:  $U_{in} = 22 \text{ V min. und } 24 \text{ V max.}$ ,  $U_Z = 15 \text{ V}$ ,  $R_V = 300 \Omega$ ,  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ .

- Bestimmen Sie für diese Werte die Ströme durch den Lastwiderstand  $R_L$  und die Zener-Diode! Nehmen Sie dabei eine senkrechte Durchbruchkennlinie an! Welche Verlustleistungen treten an der Diode auf?
- Für  $U_{in} = 22 \text{ V}$ : Wie klein darf  $R_L$  gerade noch sein, damit eine Spannung an der Last von min.  $15 \text{ V}$  erreicht wird?
- Für  $U_{in} = 24 \text{ V}$ : Wie groß darf  $R_V$  höchstens sein, damit eine Spannung an der Last von  $15 \text{ V}$  erreicht wird? Wie groß muss  $R_V$  mindestens sein, damit eine Verlustleistung von  $150 \text{ mW}$  an der Diode nicht überschritten wird?

- 13 -

Bipolar- und Feldeffekt-  
Transistoren

Operationsverstärker

# Geschichtliche Meilensteine

- 1874** Ferdinand Braun entdeckt Gleichrichtereffekt
- 1925** Julius Lilienfeld patentiert einen Feldeffekttransistor
- 1947** J. Bardeen, W. Brattain und W. Shockley bauen den ersten Spitzentransistor auf Germanium-Basis
- 1959** J. Kilby patentiert die Idee zu „miniature circuits“
- 1965** Gordon Moore formuliert sein berühmtes "Gesetz"
- 1966** Robert Dennard erfindet das DRAM
- 1967** Frank Wanlass patentiert die CMOS-Logik
- 1971** Erster Mikroprozessor von Intel (Intel 4004)

# Cramming more components onto integrated circuits

With unit cost falling as the number of components per circuit rises, by 1975 economics may dictate squeezing as many as 65,000 components on a single silicon chip

By Gordon E. Moore

Director, Research and Development Laboratories, Fairchild Semiconductor division of Fairchild Camera and Instrument Corp.

**Moore's Law**

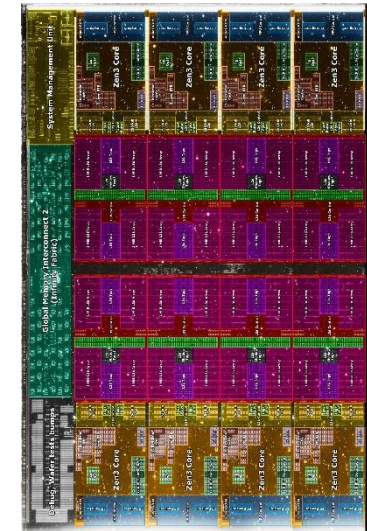
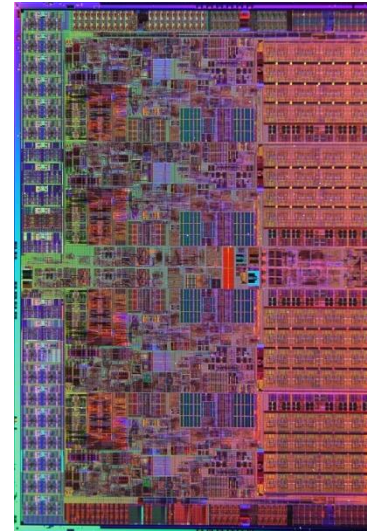
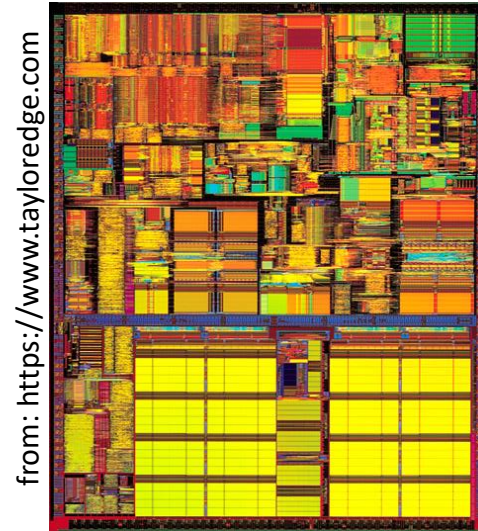
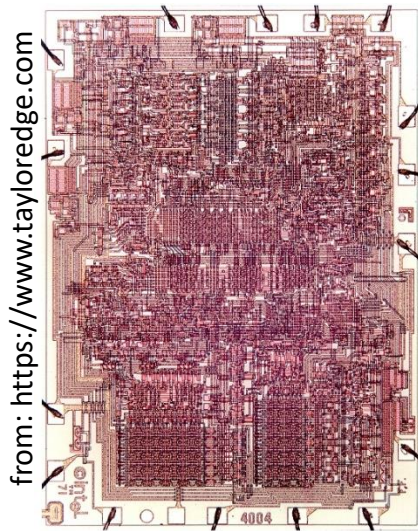
The future of integrated electronics is the future of electronics itself. The advantages of integration will bring about a proliferation of electronics, pushing this science into many

machine instead of being concentrated in a central unit. In addition, the improved reliability made possible by integrated circuits will allow the construction of larger processing units.

Quelle: Electronics, Volume 38, Number 8, April 19, 1965

(Moore'sches "Gesetz": Verdoppelung der Schalungsdichte alle zwei Jahre)

# Entwicklung der CPU



Name	i4040	Pentium III	i7	ZEN 3
Year	1971	1999	2013	2020
Transistors	2 300	28 000 000	1 400 000 000	10 700 000 000
CD	10 $\mu\text{m}$	180 nm	22 nm	"7 nm"
Clock Rate	$\approx$ 500 kHz	$\approx$ 800 MHz	$\approx$ 3.5 GHz	$\approx$ 4.9 GHz

# Transistortypen

Typ	Bipolare Transistoren		Unipolare Transistoren = Feldeffekttransistoren					
	npn-Transistor	pnp-Transistor	Sperrschicht-FET (Junction FET)		Insulated Gate FET (MOSFET)			
			n-Kanal-FET	p-Kanal-FET	Verarmungstyp (Depletion)		Anreicherungstyp (Enhancement)	
			n-Kanal-MOSFET	p-Kanal-MOSFET	n-Kanal-MOSFET	p-Kanal-MOSFET	n-Kanal-MOSFET	p-Kanal-MOSFET
prinzipieller Aufbau								
Schaltzeichen								
Kennlinie								
Eigenschaften Bemerkungen	$U_{CE}$ positiv $U_{CE}$ negativ stromgesteuert lange genutzte Technologie für fast alle Anwendungsgebiete	$U_{CE}$ positiv $U_{CE}$ negativ stromgesteuert lange genutzte Technologie für fast alle Anwendungsgebiete	$U_{DS}$ positiv $U_{DS}$ negativ spannungsgesteuert leitet bei $U_{GS} = 0$ , selbstleitend lange genutzte Technologie für Kleinsignaltransistoren	$U_{DS}$ positiv $U_{DS}$ negativ spannungsgesteuert leitet bei $U_{GS} = 0$ , selbstleitend lange genutzte Technologie für Kleinsignaltransistoren	$U_{DS}$ positiv $U_{DS}$ negativ spannungsgesteuert leitet bei $U_{GS} = 0$ , selbstleitend jüngere und sehr vielseitig anwendbare Technologie	$U_{DS}$ positiv $U_{DS}$ negativ spannungsgesteuert leitet bei $U_{GS} = 0$ , selbstleitend jüngere und sehr vielseitig anwendbare Technologie	$U_{DS}$ positiv $U_{DS}$ negativ spannungsgesteuert sperrt bei $U_{GS} = 0$ , selbstsperrend jüngere und sehr vielseitig anwendbare Technologie	$U_{DS}$ positiv $U_{DS}$ negativ spannungsgesteuert sperrt bei $U_{GS} = 0$ , selbstsperrend jüngere und sehr vielseitig anwendbare Technologie

Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

# Transistor-Analyse

Bipolarer  
**npn-Transistor**

1. Physikalischer Aufbau
2. Funktion im aktiven Betrieb
3. Schaltsymbol und Bezeichnungen
4. Emitter/Source-Grundschialtung
5. Wechselstrom-Ersatzschaltbilder
6. Kennlinien, Einsatz als Verstärker
7. Arbeitspunkt-Einstellung
8. Weitere Grundschialtungen
9. Einsatz als Schalter

Unipolarer  
**n-Kanal  
MOSFET\***  
(selbstsperrend)

(\* = metal oxide semiconductor field effect transistor, hier enhancement type = Anreicherungstyp = selbstsperrend)

# Wesentliche Vorzüge

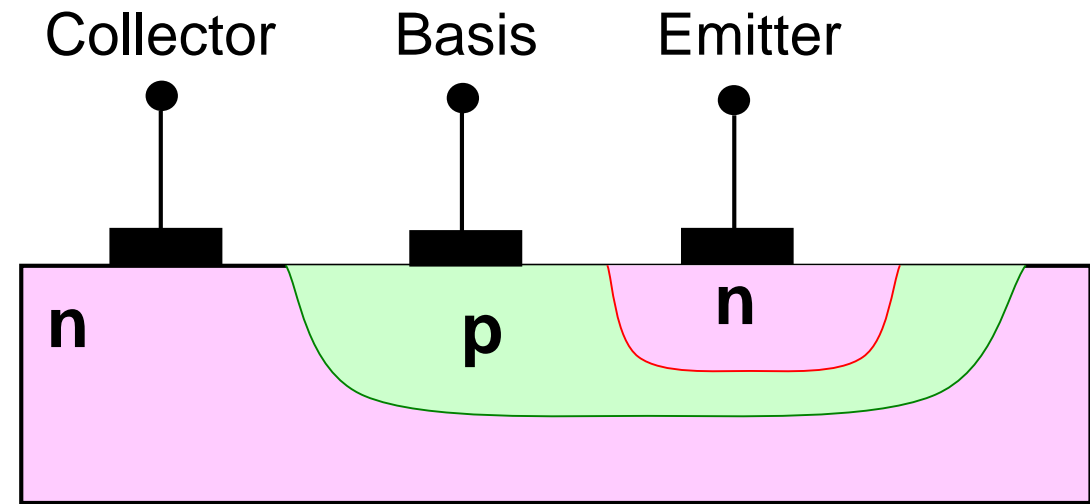
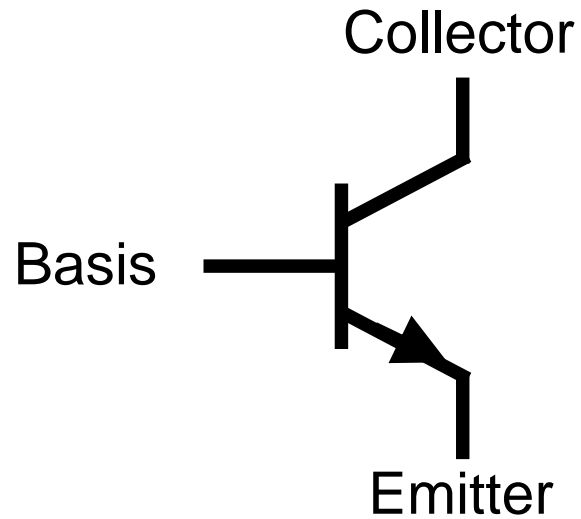
## npn-Transistor

- + Weniger empfindlich gegen Überspannungen
- + Weniger empfindlich gegen hohe Temperaturen
- + Höhere Grundverstärkung

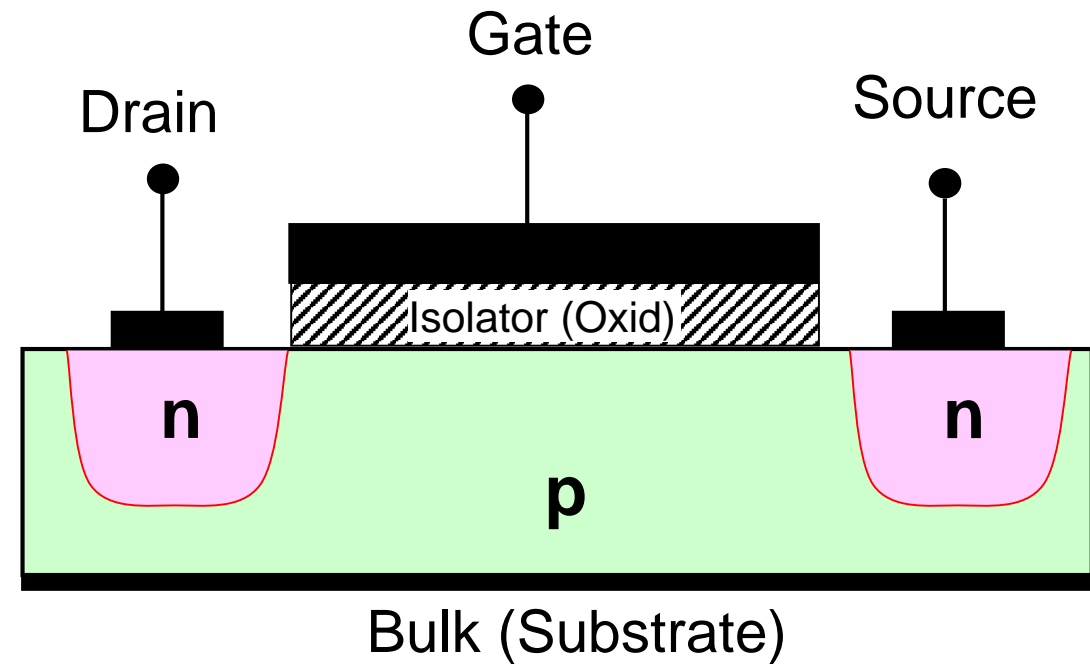
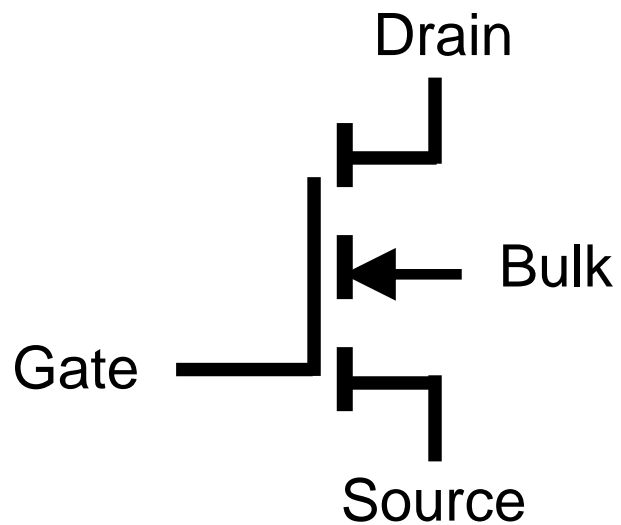
## n-Kanal MOSFET

- + Weniger starke Verzerrungen durch quadratisches Verhalten der Übertragungskennlinie
- + Schwächeres Rauschen
- + Schnelleres Schalten (höhere Transitfrequenz)
- + Höherer Eingangswiderstand
- + **Leistungslose Steuerung**
- + **Geringere Verlustleistung**
- + **Erweitert zur CMOS-Technik**

# npn-Transistor



# n-Kanal MOSFET



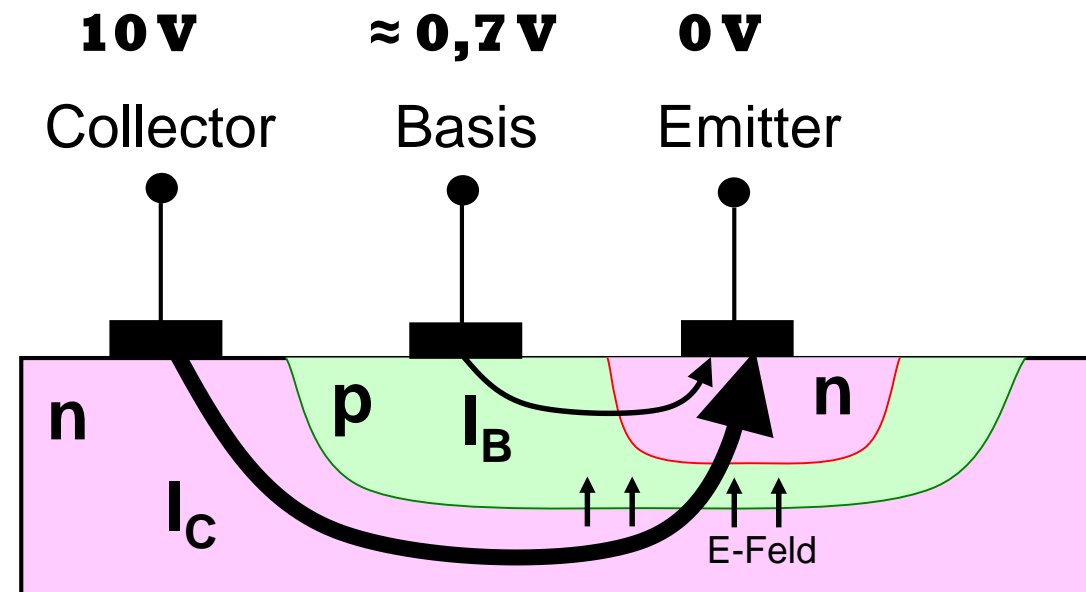
# npn-Transistor

Im aktiven Bereich (Betrieb als Verstärker) ist die Basis-Emitter-Strecke in Vorwärtsrichtung gepolt, die Collector-Basis-Strecke in Sperrrichtung.

Der Emitter emittiert freie Ladungsträger (Elektronen) in die p-dotierte Schicht, die als Basis bezeichnet wird.

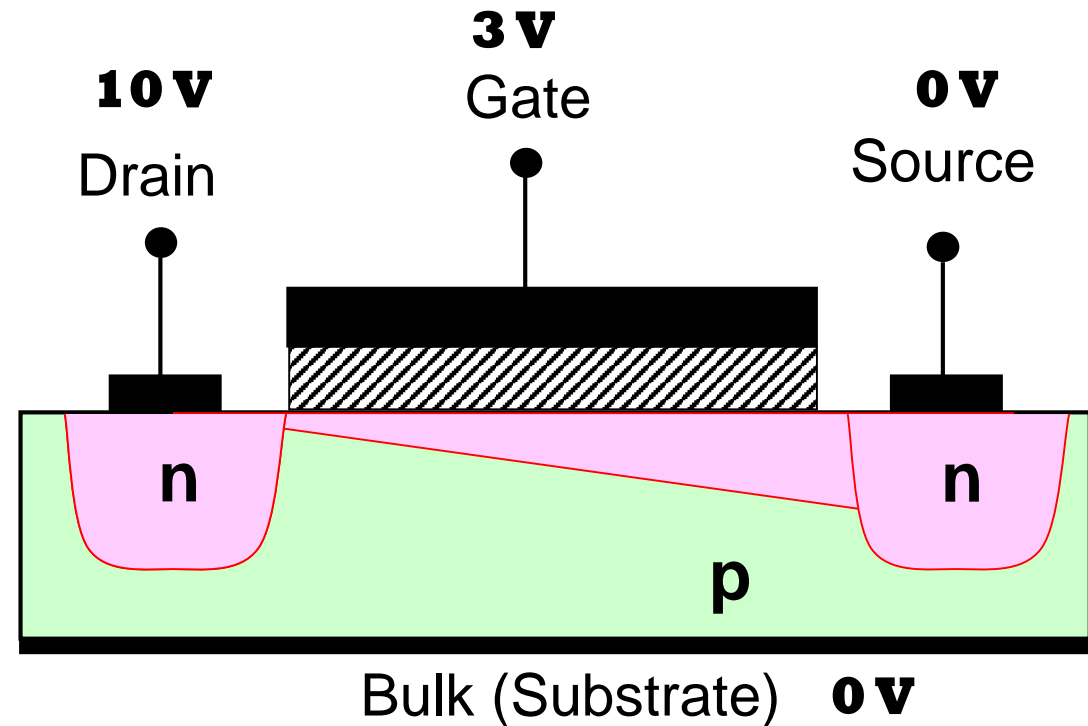
Wegen der geringen Dotierung und Dicke dieser Schicht gelangen die Elektronen bis zum pn-Übergang von Collector und Basis. Sie werden durch das dort herrschende E-Feld und das positive Potential des Collectors abgesaugt, d.h. von ihm „eingesammelt“.

Es fließen somit ein kleiner Basis-Strom ( $I_B$ ) und ein – durch ihn i.W. gesteuerter – großer Collector-Strom ( $I_C$ ) in den Emitter (Elektronen wie Löcher sind beteiligt).

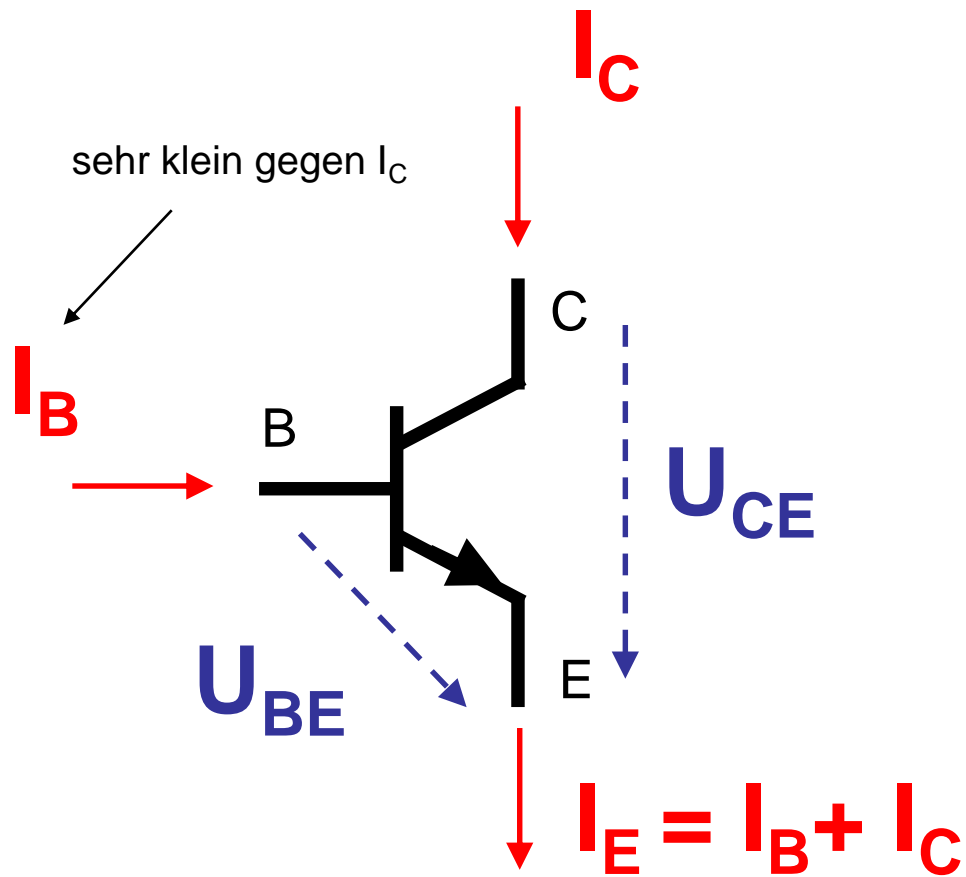


# n-Kanal MOSFET

Im aktiven Bereich ist das Gate positiv gepolt und zieht Elektronen aus dem Substrat an, die unter dem Gate einen leitenden Kanal zwischen Drain und Source bilden. Zwischen dem positiv gepolten Drain und der Source fließt ein Drain-Strom ( $I_D$ ), der i. W. von der Gate-Source-Spannung gesteuert wird (nur Elektronen sind beteiligt).



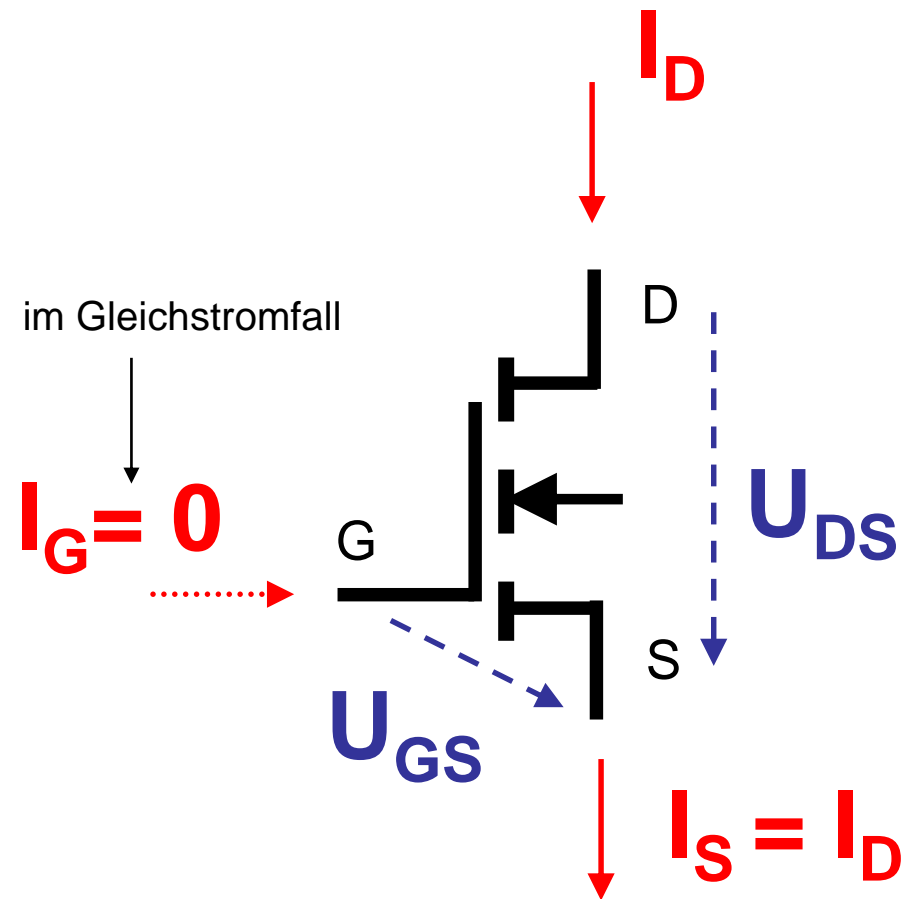
# npn-Transistor



$$dI_C \approx \beta \cdot dI_B$$

( $\beta$  oder B = Stromverstärkung  $\approx 100-1'000$ )

# n-Kanal MOSFET



$$dI_D \approx S \cdot dU_{GS}$$

(S = Steilheit  $\approx 1-50 \text{ mS}$ )

Im aktiven Bereich  
sehr, sehr kleine  
Abhängigkeiten der  
Ströme  $I_C$  und  $I_D$  von  $U_{CE}$   
bzw.  $U_{DS}$ !

# Typische Spannungsbereiche für Transistoren

Für „aktiven“ Bereich, d. h. den Bereich, in dem Verstärkung erfolgt, gilt:

**npn-Transistor:**  $U_{BE} \geq 0.7 \text{ V}$  (Richtwert für Si)

$$U_{CE} \geq U_{BE}$$

**n-Kanal MOSFET:**  $U_{GS} > U_{th} \approx 0.5 \dots 5 \text{ V}$      $U_{th}$ : „Schwellspannung“

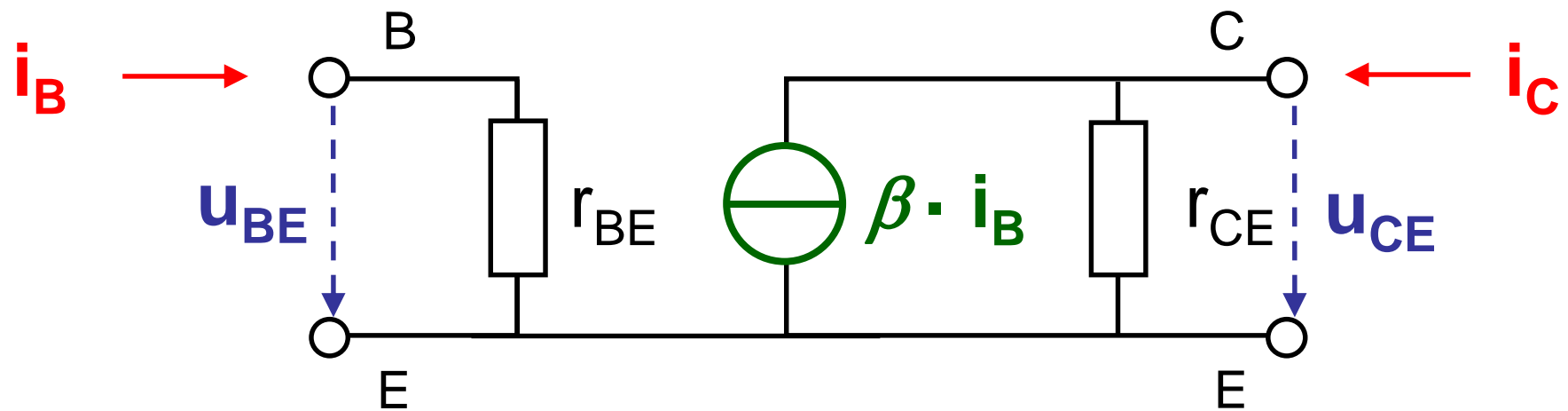
$$U_{DS} \geq U_{GS} - U_{th}$$

**differentielle Widerstände:**  $r_{CE} = \frac{dU_{CE}}{dI_C} \longrightarrow$  sehr groß!

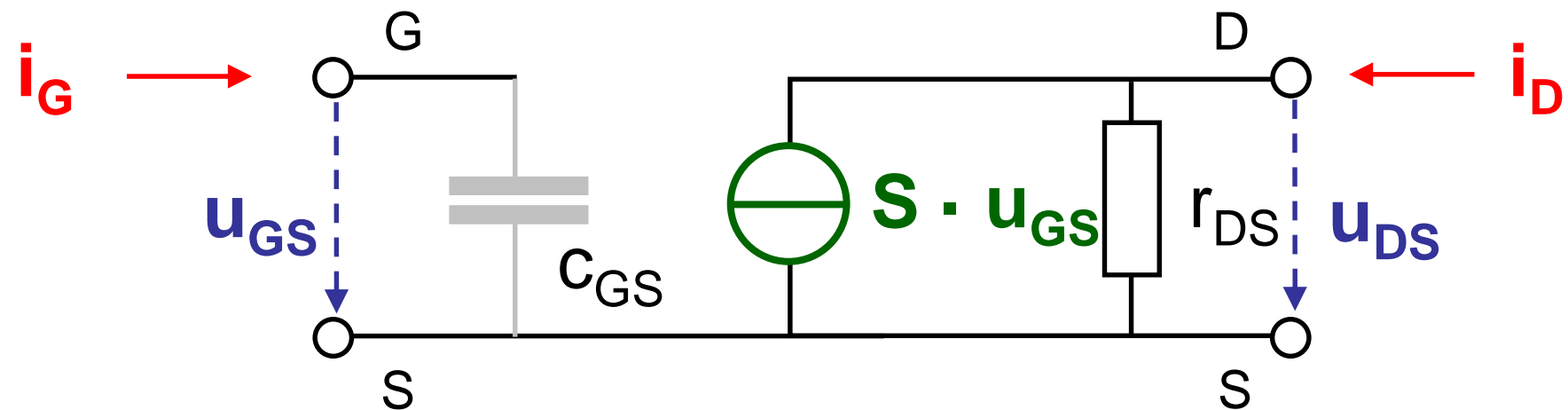
$$r_{DS} = \frac{dU_{DS}}{dI_D} \longrightarrow$$
 sehr groß!

→ zeigen die Unabhängigkeit von  $I_D$  bzw.  $I_C$  von den Spannungen

# npn-Transistor



# n-Kanal MOSFET



(Wechselstrom-Ersatzschaltbilder. Nur für kleine Amplituden / Frequenzen. Oft auch mit  $dI$ ,  $dU$ .)

# npn-Transistor

Ausgangskennlinie

$$I_C = I_C(U_{CE})$$

Übertragungskennlinie

$$I_C = I_C(U_{BE})$$

Stromverstärkungskennlinie

$$I_C = I_C(I_B)$$

Eingangskennlinie

$$I_B = I_B(U_{BE})$$

# n-Kanal MOSFET

Ausgangskennlinie

$$I_D = I_D(U_{DS})$$

Übertragungskennlinie

$$I_D = I_D(U_{GS})$$

(Statt von Übertragungskennlinien wird auch oft von Steuerkennlinien gesprochen.)

# Kennlinien (npn-Transistor)

Eingang  $\rightarrow$  Stromverstärkung  $\rightarrow$  Ausgang

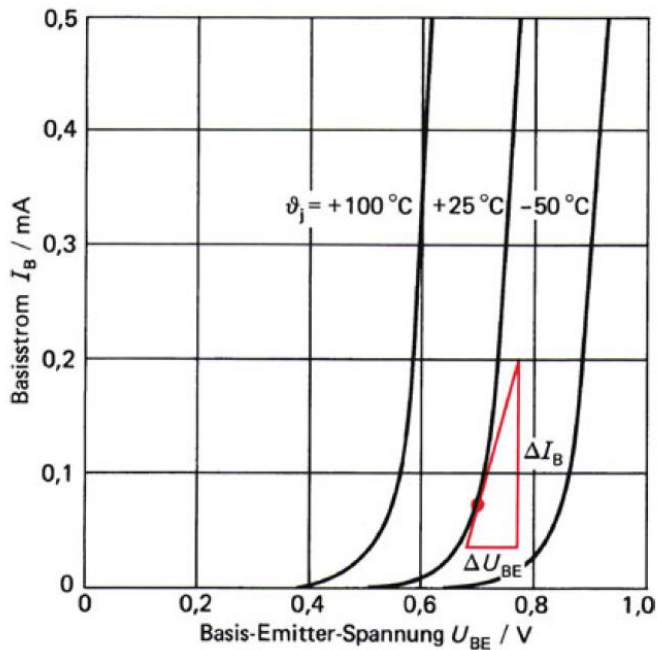


Abb. 3.7 Basisstrom  $I_B$  als Funktion der Basis-Emitter-Spannung  $U_{BE}$  und der Sperrschichttemperatur  $T_j$  (lineare Skala)

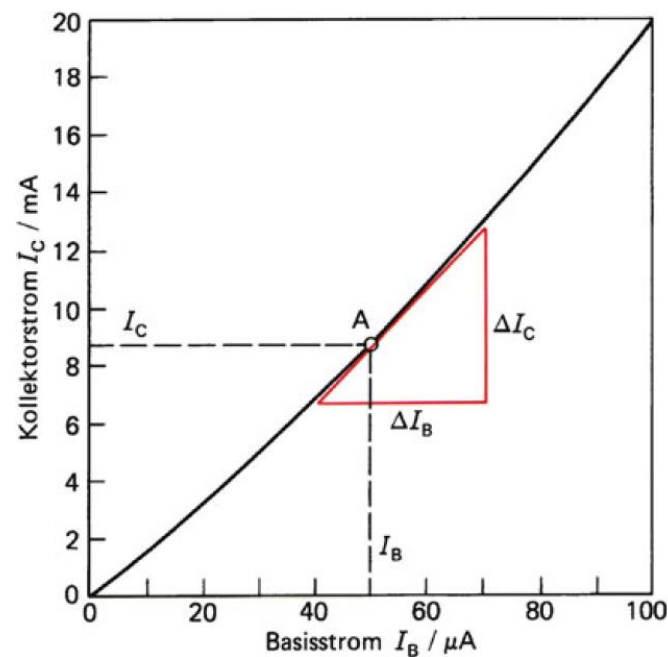


Abb. 3.10 Stromverstärkung eines Transistors

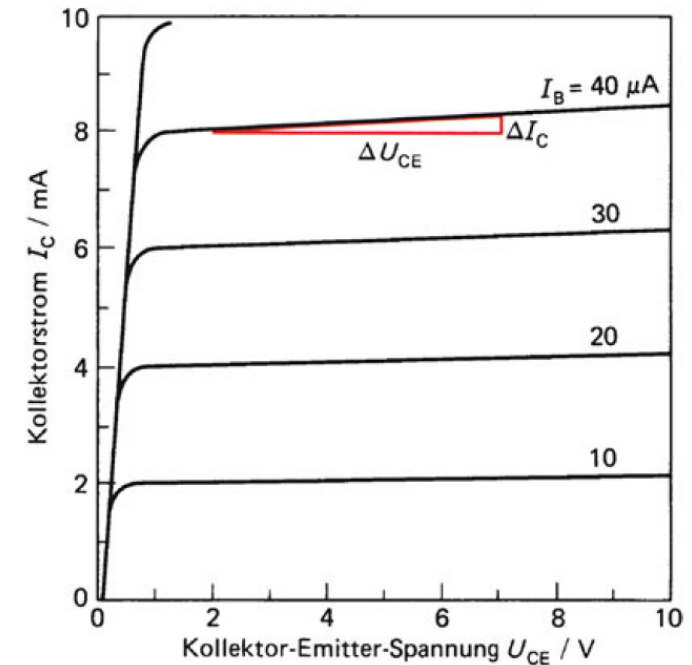


Abb. 3.11 Ausgangskennlinienfeld eines Kleinsignaltransistors

$$I_B = I_B(U_{BE})$$

$$I_C = I_C(I_B)$$

$$I_C = I_C(U_{CE})$$

Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

# Kennlinien (n-Kanal MOSFET)

Übertragung

→

Ausgang

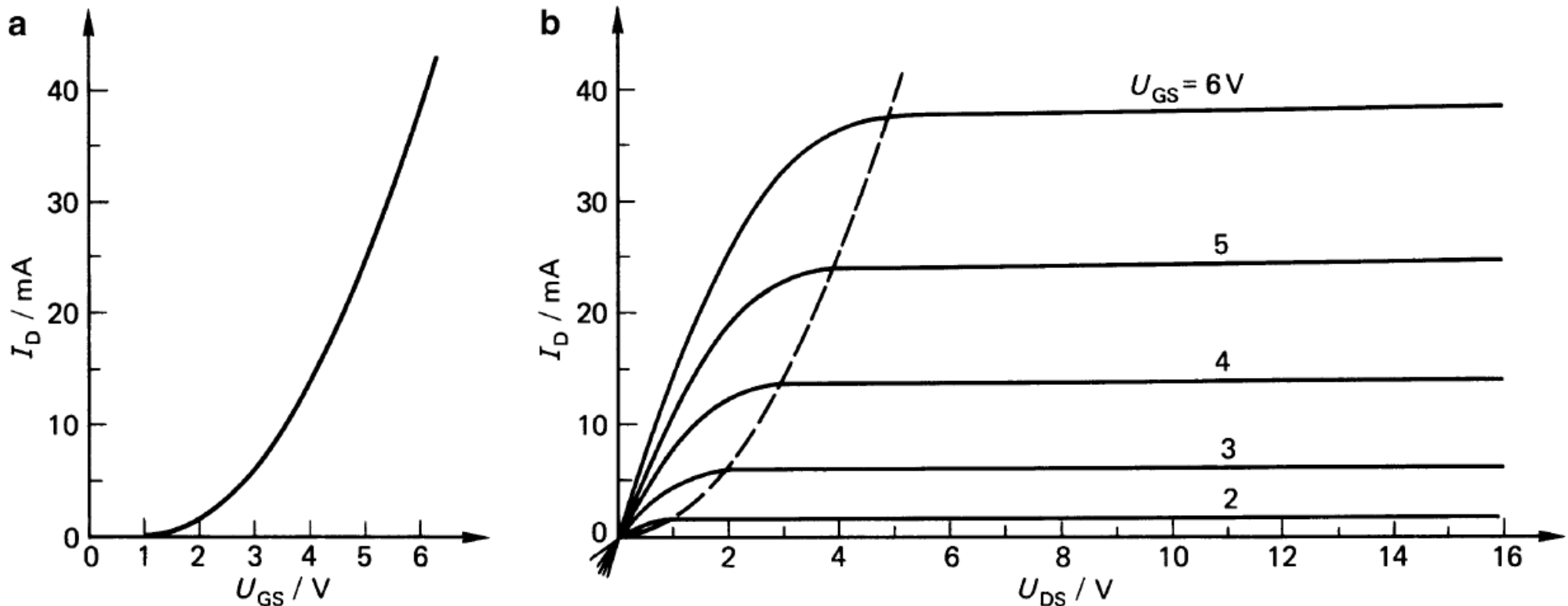


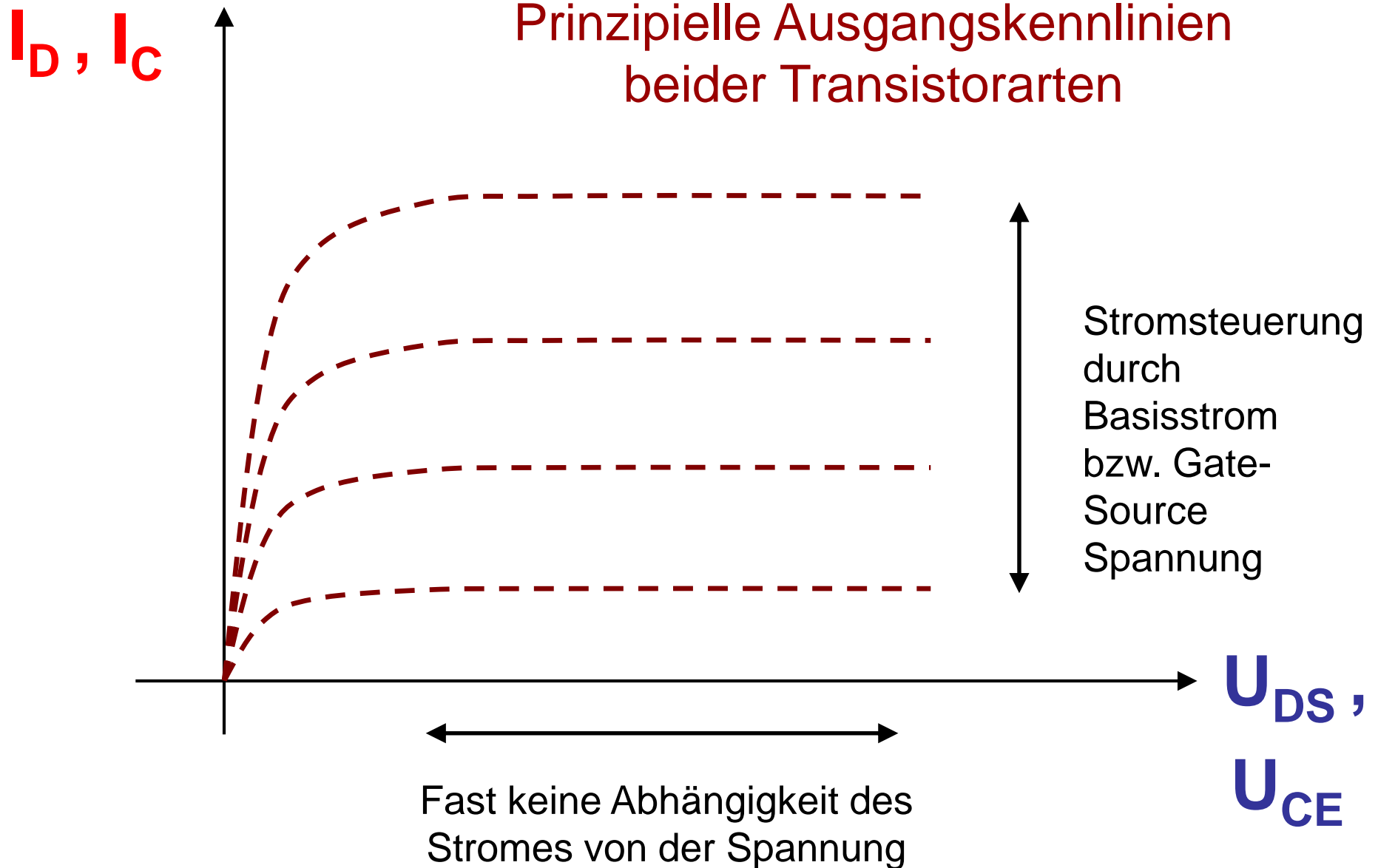
Abb. 3.53 Kennlinien des selbstsperrenden n-Kanal-MOSFET

$$I_D = I_D(U_{GS})$$

$$I_D = I_D(U_{DS})$$

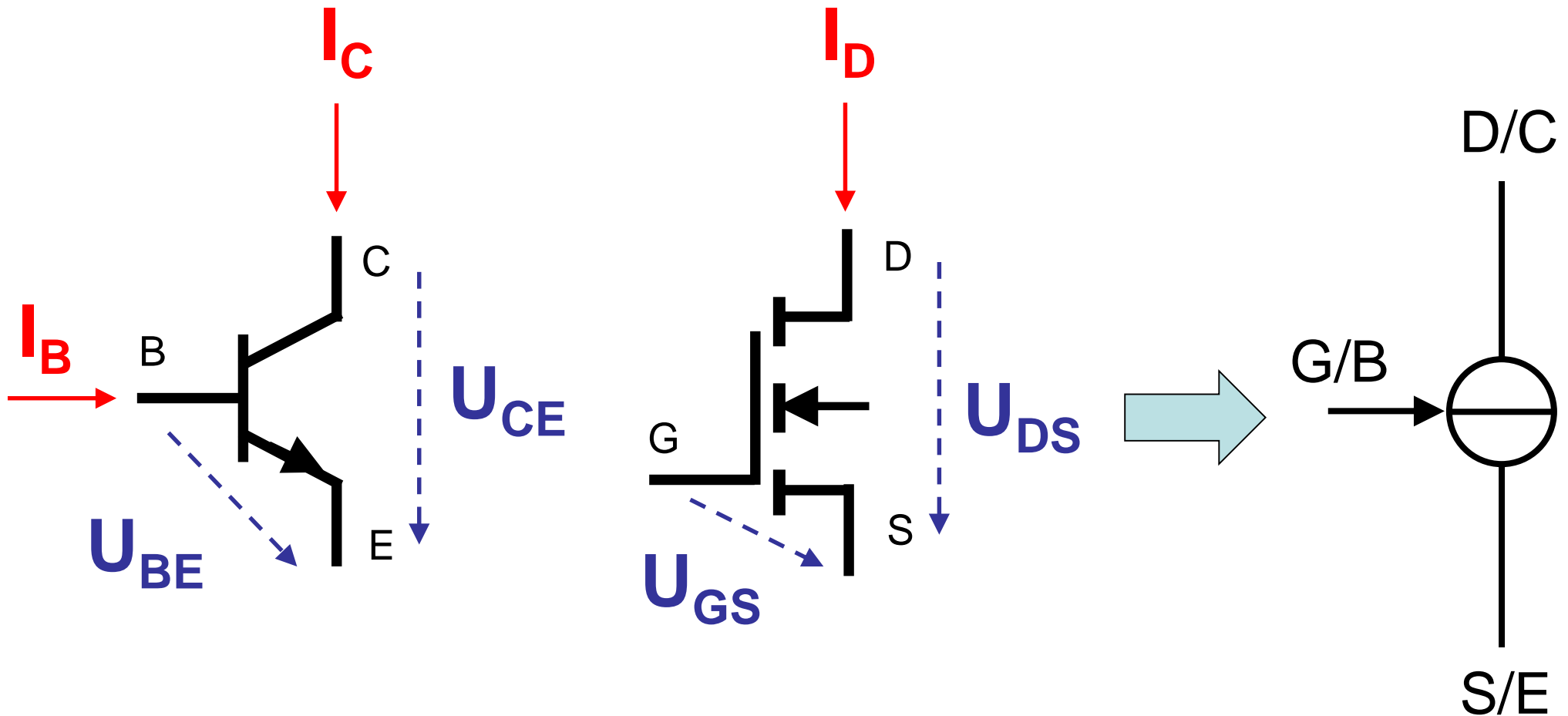
Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

# Ausgangskennlinien



# Grundlegende Verstärkerschaltung I

Beide Transistor-Typen können als steuerbare Stromquelle aufgefasst werden:

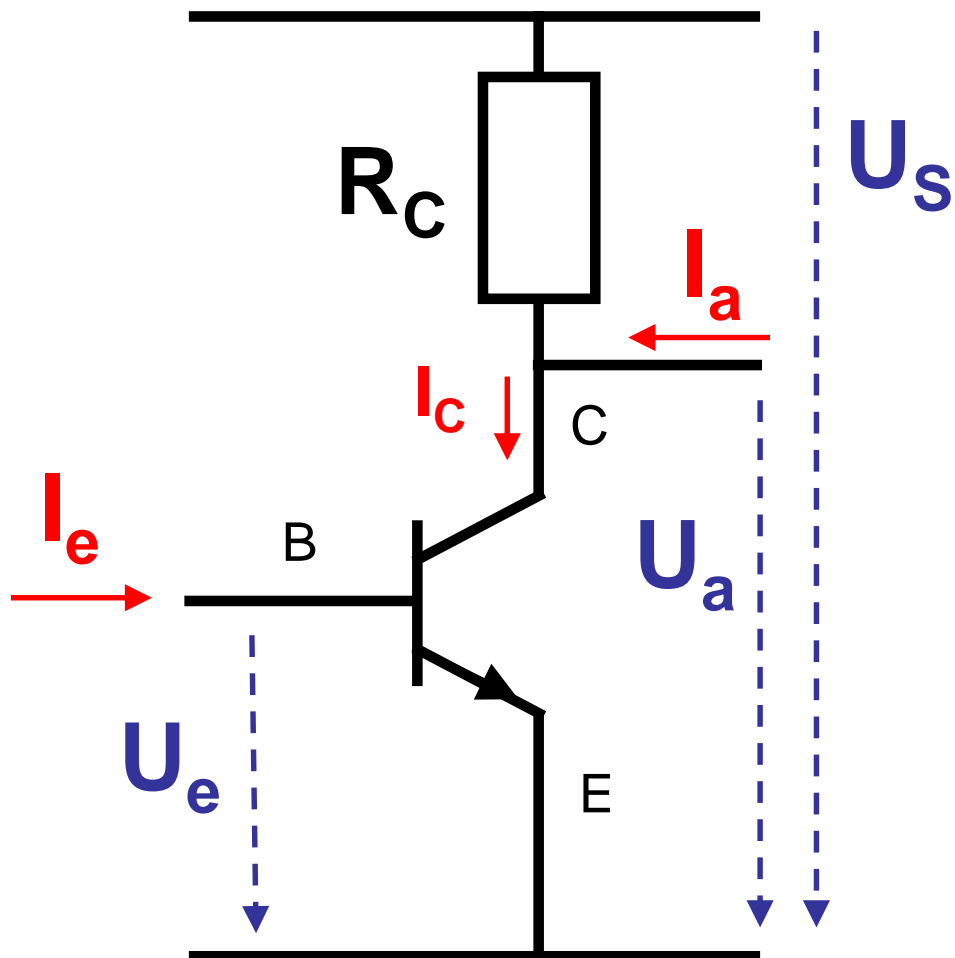


$$dI_C \approx \beta \cdot dI_B$$

$$dI_D \approx S \cdot dU_{GS}$$

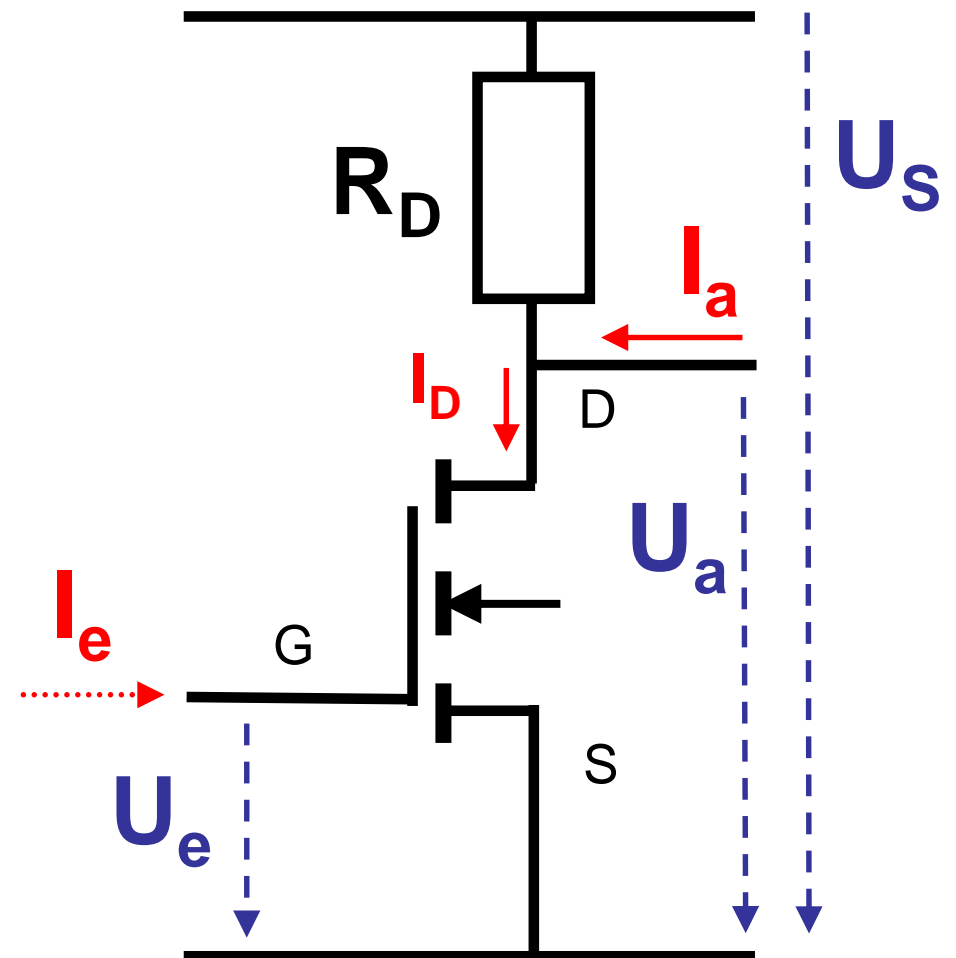
# Grundlegende Verstärkerschaltung II

## npn-Transistor



### Emitter-Grundschtaltung

## n-Kanal MOSFET

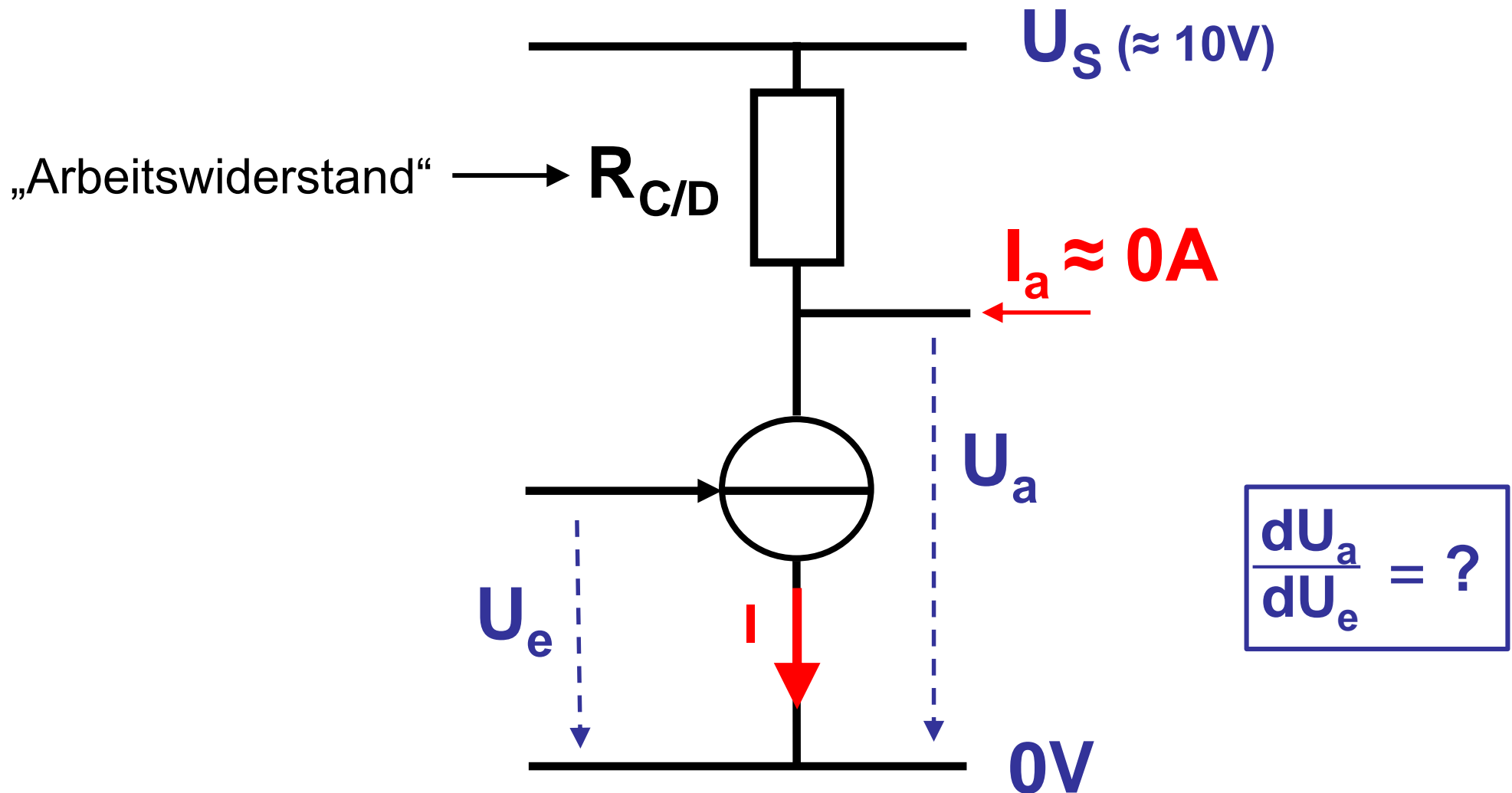


### Source-Grundschtaltung

("S" steht für Speisung, "e" für ein bzw. Eingang, "a" für aus bzw. Ausgang)

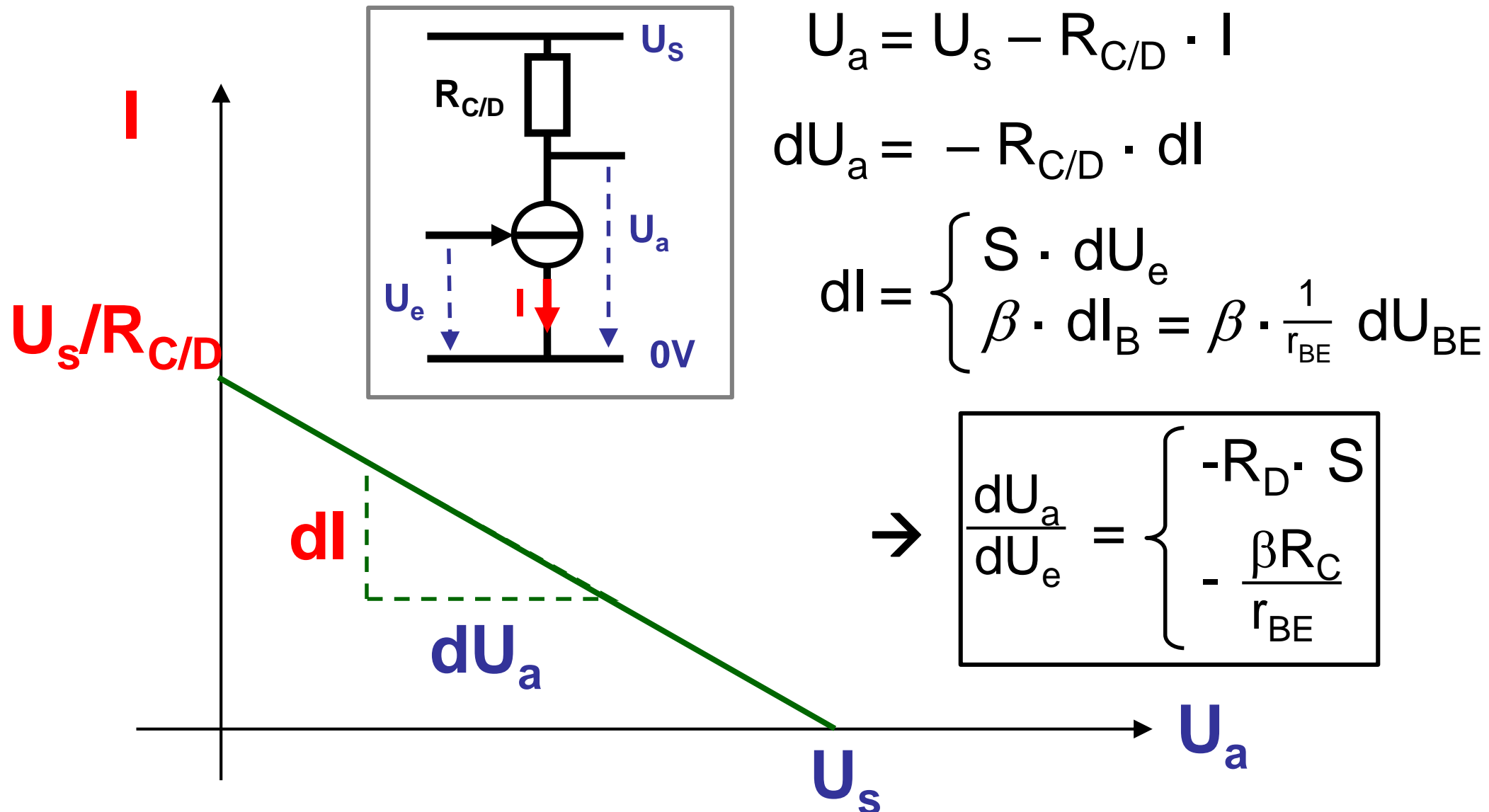
# Grundlegende Verstärkerschaltung III

Beide Grundschaltungen verallgemeinert als ESB mit gesteuerter Stromquelle:



("S" steht für Speisung, "e" für ein bzw. Eingang, "a" für aus bzw. Ausgang)

# Kennlinie der Grundschaltungen



(Strom-Spannungs-Kennlinie für Emittter- bzw. Source-Grundschaltung. npn-Transistor:  $R=R_C$  und  $I=I_C$ . n-Kanal MOSFET:  $R=R_D$  und  $I=I_D$ . Nur gültig für aktiven Bereich und offenen Ausgang.)

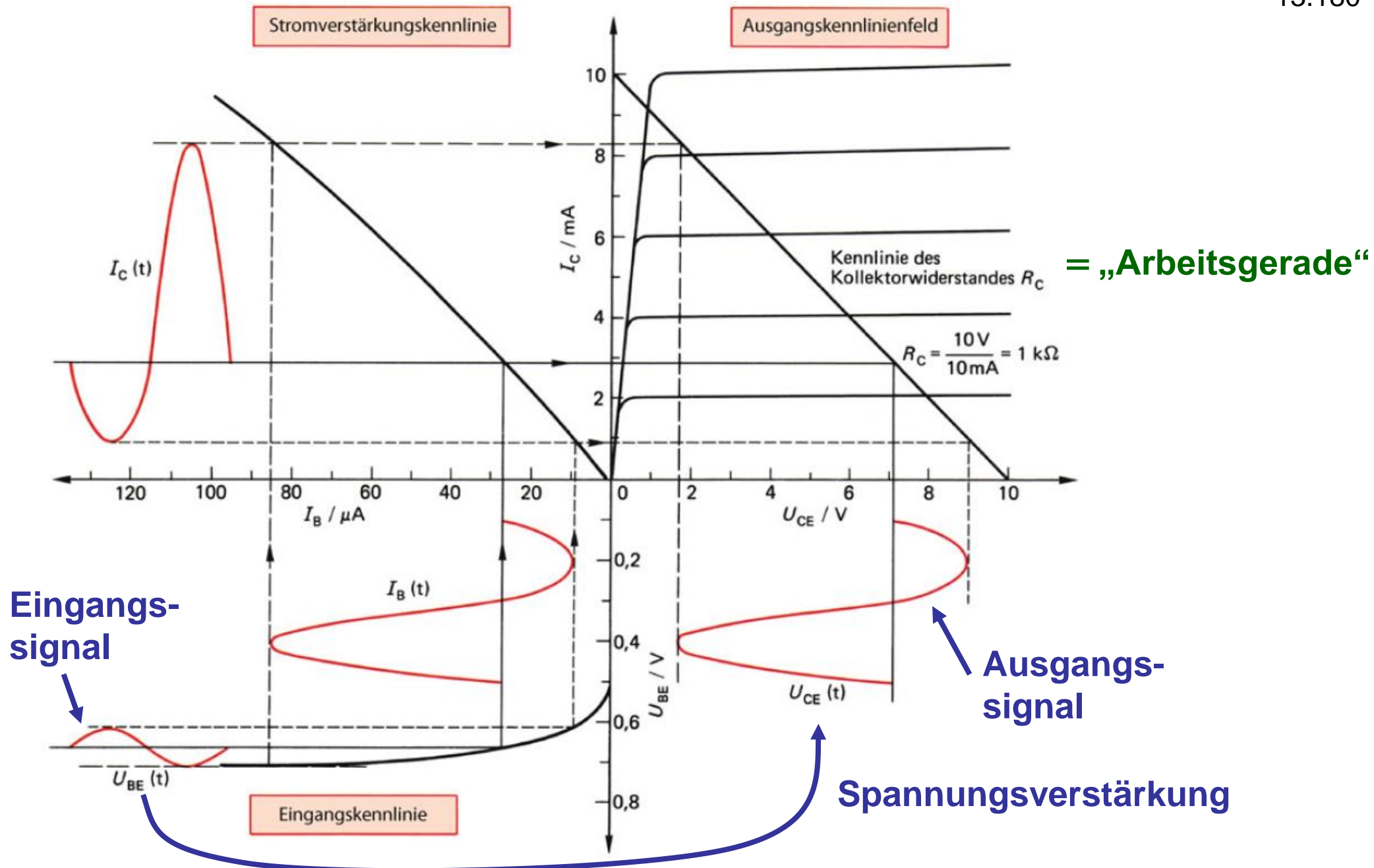
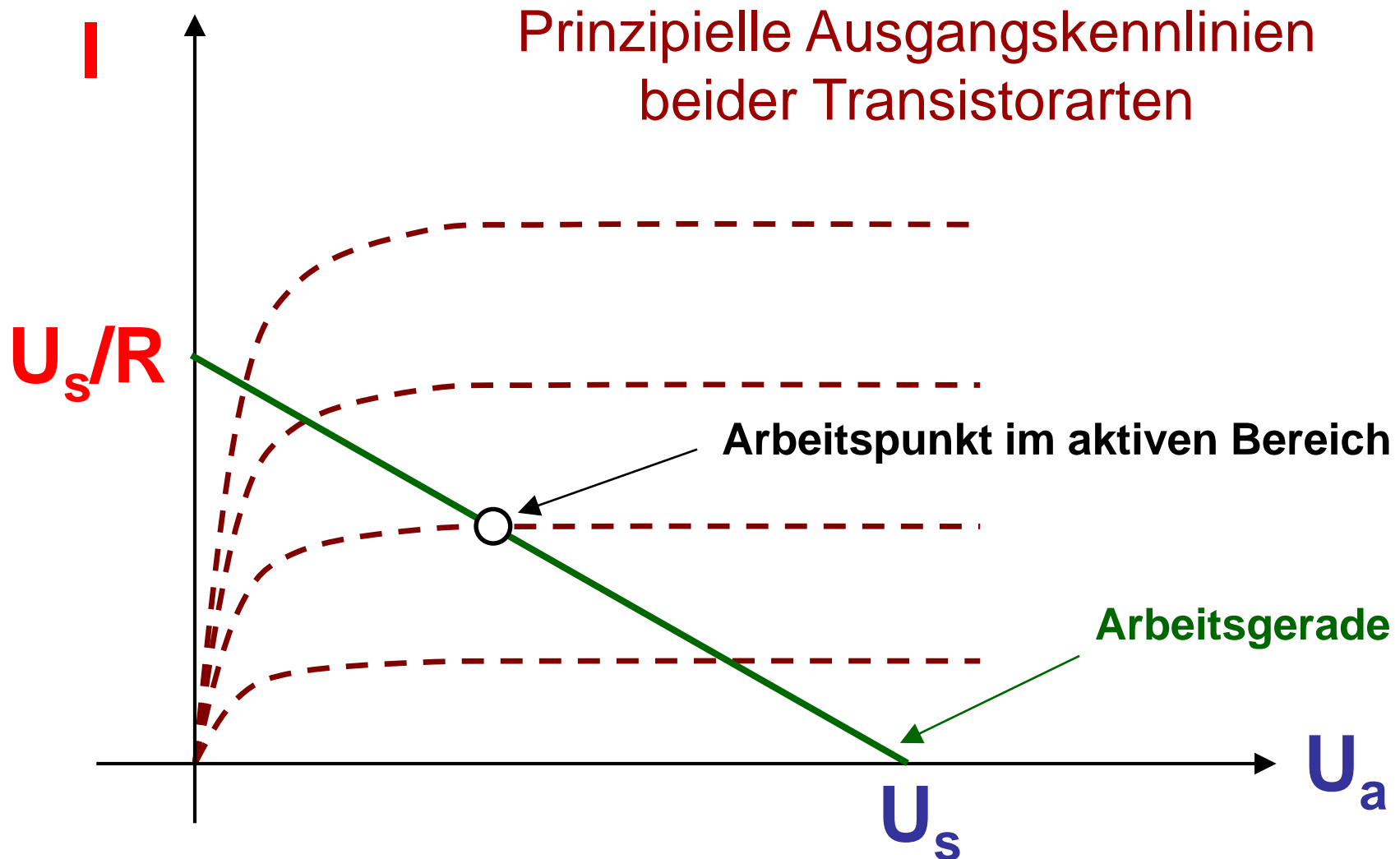


Abb. 3.26 Spannungen und Ströme in der Emitterschaltung nach Abb. 3.25

Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

# Arbeitspunkt-Bestimmung I



(Für Emitter- bzw. Source-Grundschialtung mit offenem Ausgang.  
 npn-Transistor:  $R=R_C$  und  $I=I_C$ . n-Kanal MOSFET:  $R=R_D$  und  $I=I_D$ .)

# Arbeitspunkt-Bestimmung II

## Beispiel:

$$U_S = 12V$$

$$U_{BE} = 0,6V$$

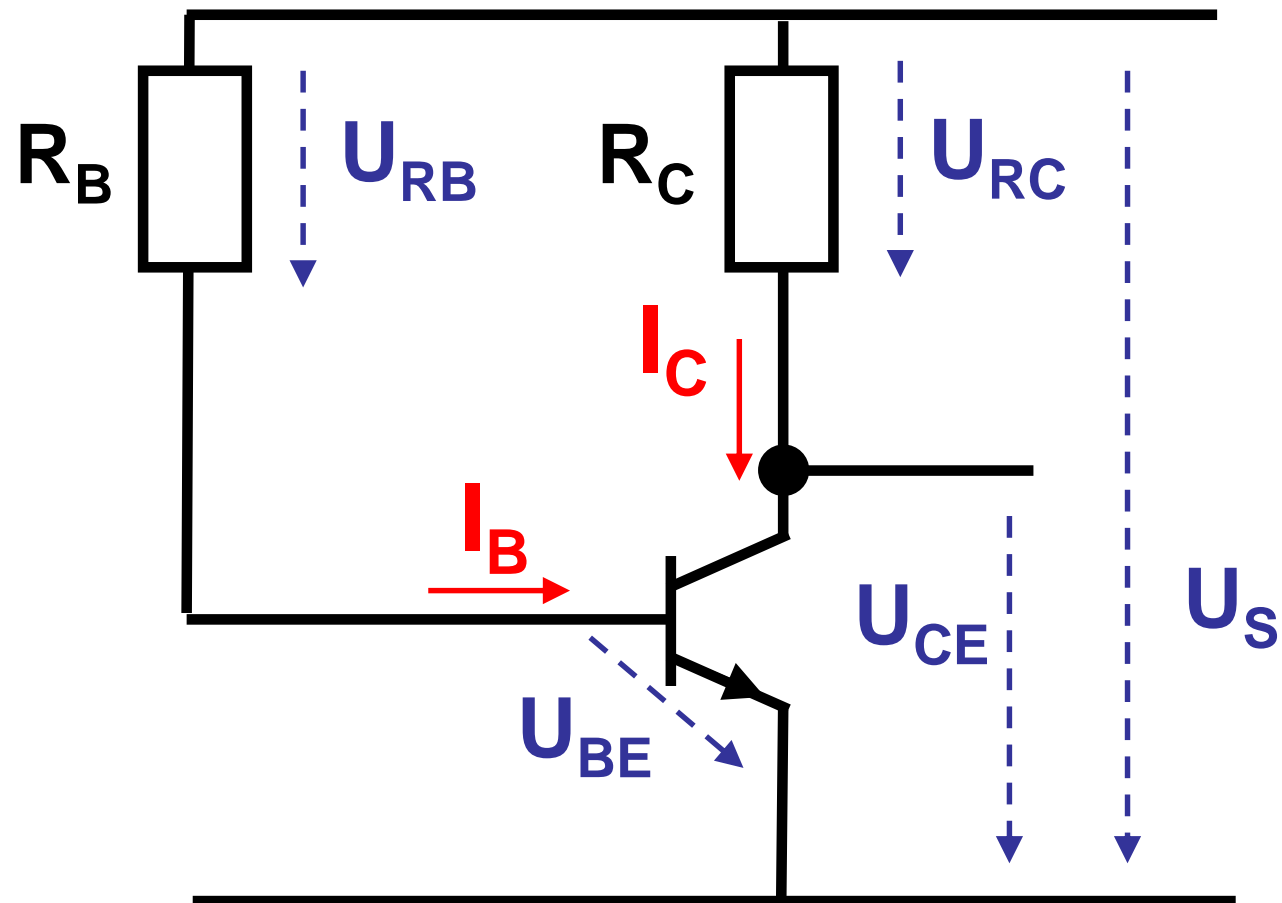
$$\beta = 100$$

gewünschter  
Arbeitspunkt:

$$U_{CE} = 6V$$

$$I_C = 3mA$$

gesucht:  
 $R_B, R_C$



Lösung:

$$R_C = \frac{U_{RC}}{I_C} = \frac{12V - 6V}{3mA} = 2k\Omega$$

$$R_B = \frac{U_{RB}}{I_B} = \frac{U_{RB}}{\frac{I_C}{\beta}} = \frac{12V - 0,6V}{\frac{3mA}{100}} = 380k\Omega$$

# Arbeitspunkt-Bestimmung III

Beispiel:

Gegengekoppelte  
Emitterschaltung

gegeben:

$$U_S = 12V$$

$$U_a = 6V$$

$$U_{BE} = 0,6V$$

$$\beta = 100$$

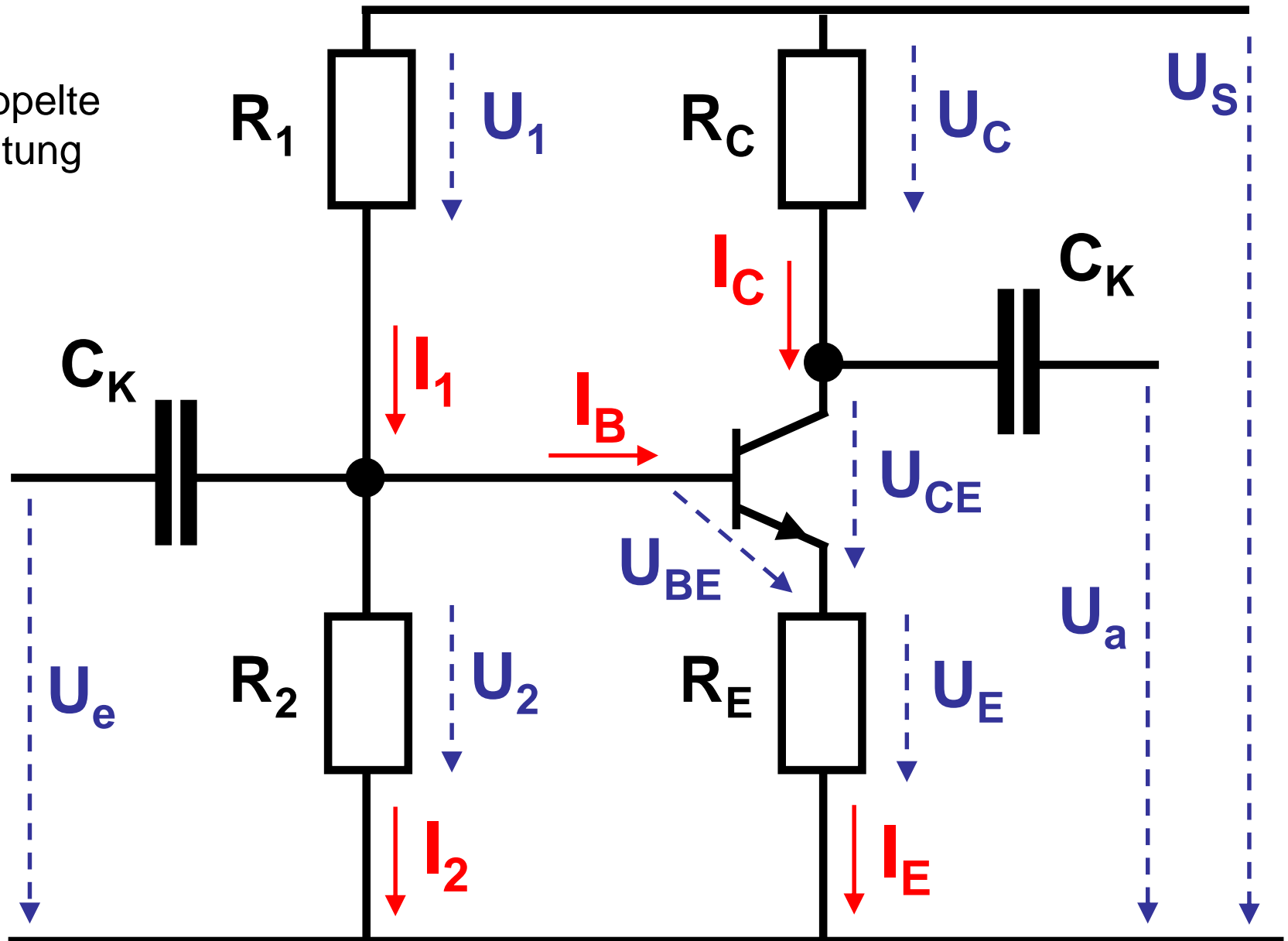
$$R_E = 100\Omega$$

$$I_C = 3mA$$

$$I_B = I_2/10$$

gesucht:

$$R_1, R_2, R_C$$



# Arbeitspunkt-Bestimmung IV

(zunächst ohne Berücksichtigung der Koppelkondensatoren  $C_K$ )

Kirchhoffsche Gesetze bzw. Transistorgleichungen:

$$U_2 = U_{BE} + U_E$$

$$I_E = I_B + I_C$$

$$U_S = U_C + \underbrace{U_{CE} + U_E}_{= U_a}$$

$$I_1 = I_B + I_2$$

$$I_C = B \cdot I_B \text{ (oft } B \approx \beta \text{)}$$

$$U_S = U_1 + U_2$$

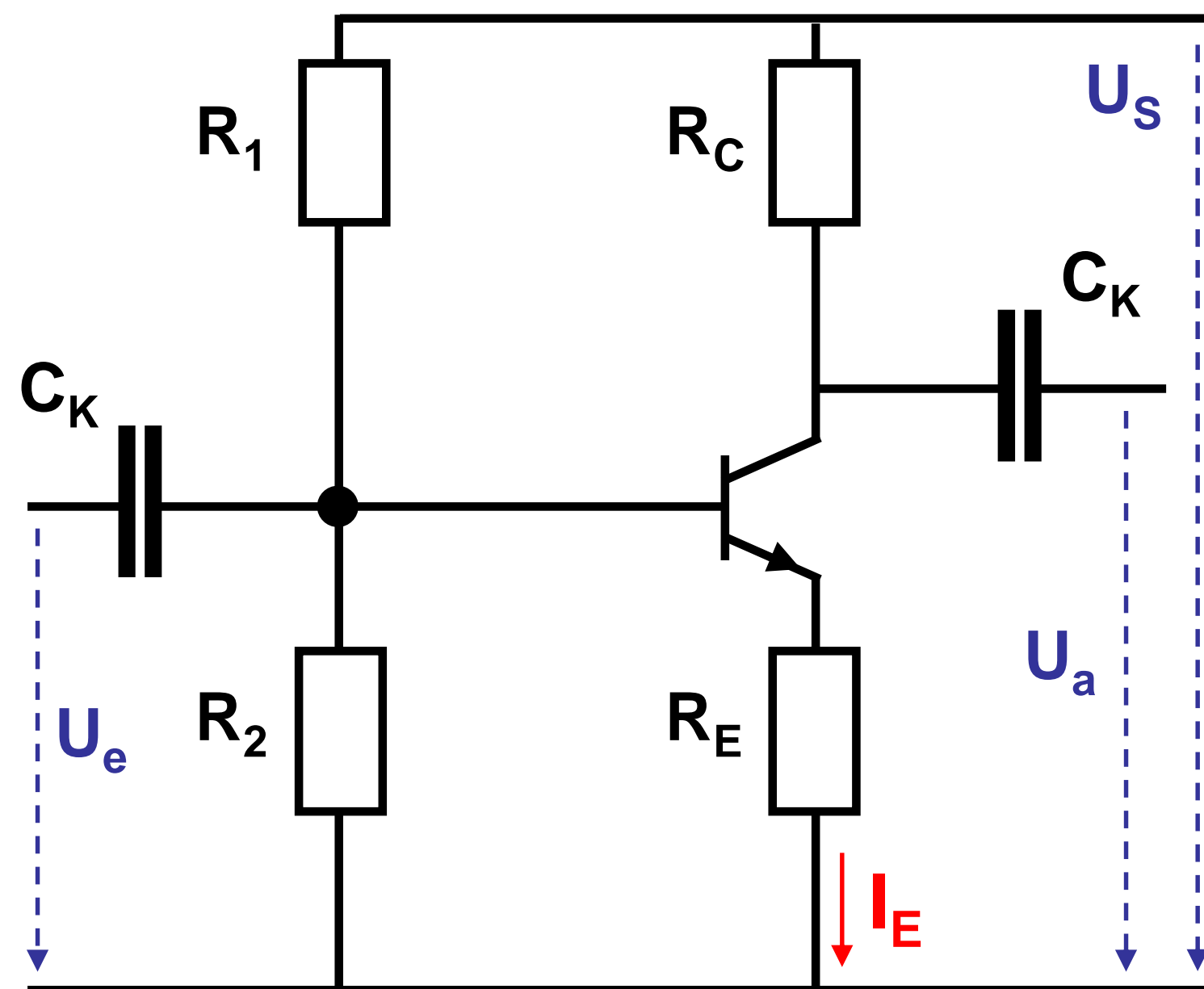
da  $I_B = 0,1 \cdot I_2$ , gilt  
wegen  $I_B = I_C/\beta = 0,03\text{mA}$ :  
 $I_2 = 0,3\text{mA}$

$$R_C = \frac{U_S - U_a}{I_C} = 2\text{k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_E + U_{BE}}{I_2} = \frac{R_E (I_B + I_C) + U_{BE}}{I_2} = 3\text{k}\Omega$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_S - U_2}{I_B + I_2} = \frac{U_S - U_2}{1,1 \cdot I_2} = 33,6\text{k}\Omega$$

# Gegengekoppelte Emitterschaltung I



Für die Spannungsverstärkung gilt:

$$\frac{dU_a}{dU_e} = - \frac{\beta R_C}{r_{BE} + \beta R_E}$$

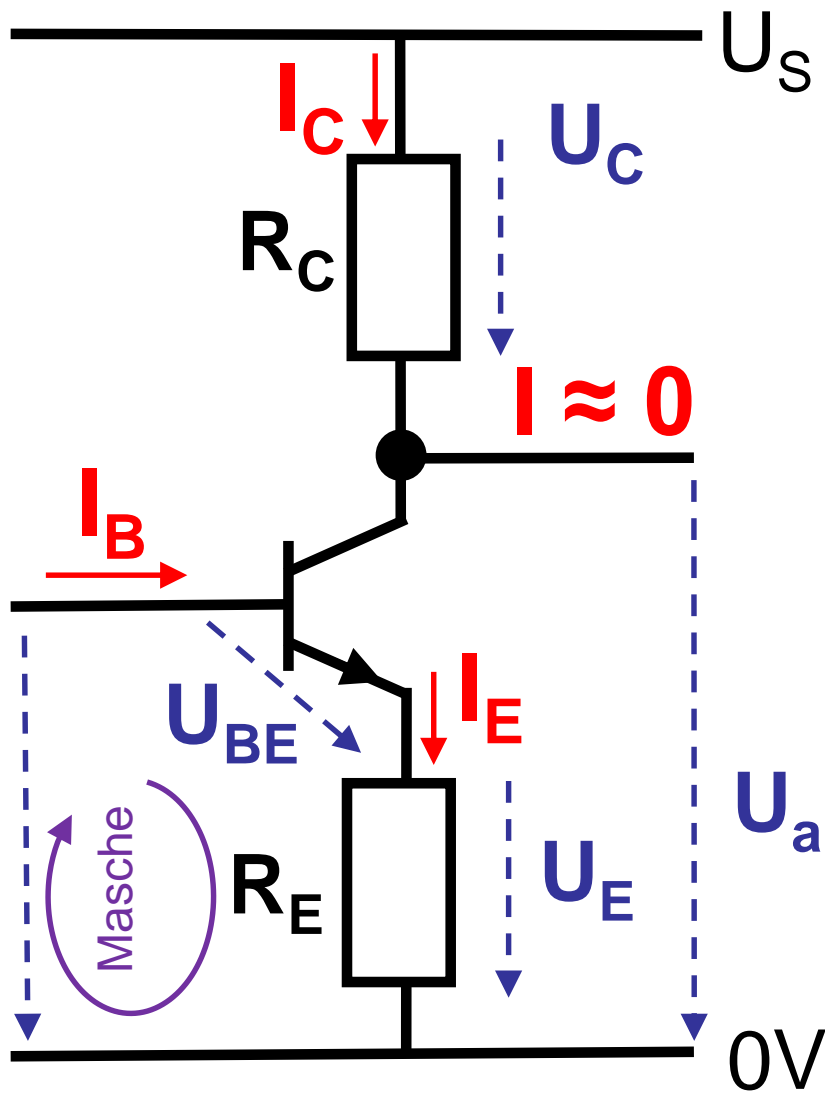
für  $\beta R_E \gg r_{BE}$ :

$$= - \frac{R_C}{R_E}$$

$R_E$  hebt das Potential des Emitters abhängig von  $I_E$  an, reduziert somit  $U_{BE}$  und damit die Verstärkung ggü. der Emitter-Grundschaltung. Dieser Mechanismus heißt „**Gegenkopplung**“.

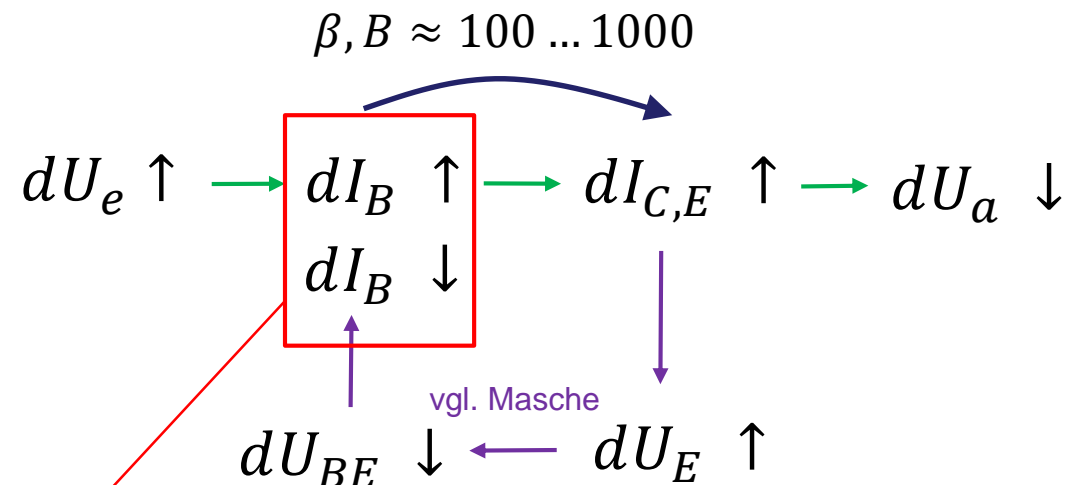
# Gegengekoppelte Emitterschaltung II

## Prinzip der Rückkopplung



$$\frac{dU_a}{dU_e} = ?$$

ohne  $R_E$ : 
$$\frac{dU_a}{dU_e} = -\frac{\beta R_C}{r_{BE}}$$



„negative Rückkopplung“,  
„Gegengekopplung“

mit  $R_E$ : 
$$\frac{dU_a}{dU_e} = -\frac{\beta R_C}{r_{BE} + \beta R_E}$$

da  $r_{BE}$  klein: 
$$\approx -\frac{R_C}{R_E}$$

# Gegengekoppelte Emitterschaltung II

## Herleitung der Spannungsverstärkung

$$U_a = U_s - R_C \cdot I_C$$

$$dU_a = -R_C \cdot dI_C$$

$$= -R_C \cdot \beta dI_B$$

$$I_E = I_C + I_B = (\beta + 1)I_B \approx \beta I_B = I_C$$

$$\Rightarrow I_B = \frac{U_e - U_E}{r_{BE}} = \frac{U_e - I_E R_E}{r_{BE}}$$

$$= \frac{U_e - \beta I_B R_E}{r_{BE}}$$

$$\Rightarrow r_{BE} I_B = U_e - \beta I_B R_E$$

$$\Leftrightarrow (r_{BE} + \beta R_E) I_B = U_e$$

$$\Rightarrow dI_B = \frac{dU_e}{r_{BE} + \beta R_E}$$

$$\Rightarrow \frac{dU_a}{dU_e} = - \frac{\beta R_C}{r_{BE} + \beta R_E}$$

# Arbeitspunkt-Bestimmung V

Richtwerte bzw. Schätzwerte für Verstärkerbetrieb:

$$U_{BE} \approx 0,6 \text{ .. } 0,7 \text{ V}$$

$$U_a / U_e \approx - R_C / R_E$$

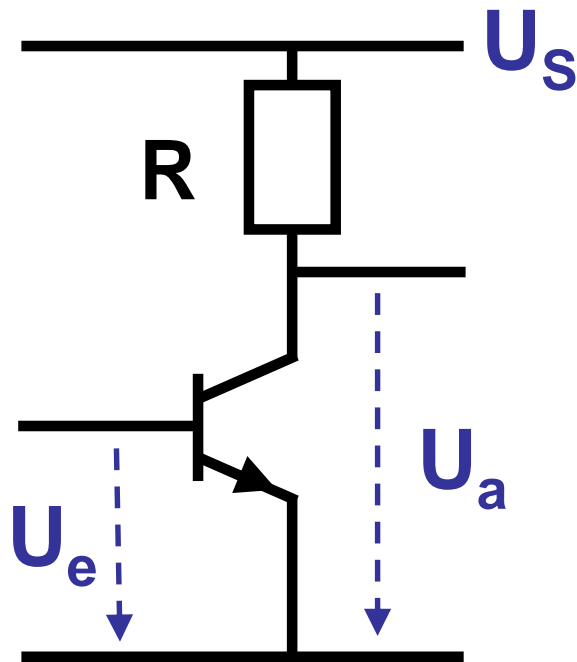
$$U_E / U_S \approx 0,1 \text{ .. } 0,2$$

$$I_B / I_2 \approx 0,1 \text{ .. } 0,3$$

$$U_a / U_S \approx 0,5 \text{ .. } 0,7$$

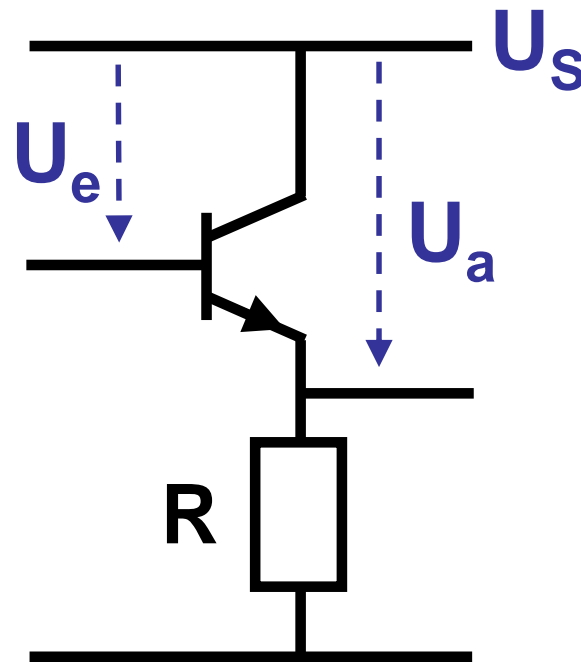
Widerstände i.d.R.  $< 1 \text{ M}\Omega$

# npn-Transistor Grundschaltungen



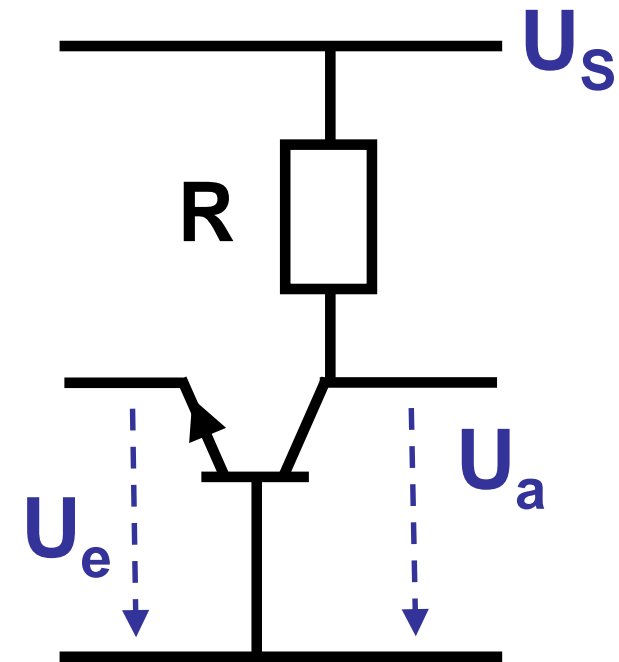
**Emitter-  
schaltung**

Häufigste Verstärker-  
schaltung, auch  
eingesetzt für Schalter



**Collector-  
schaltung**

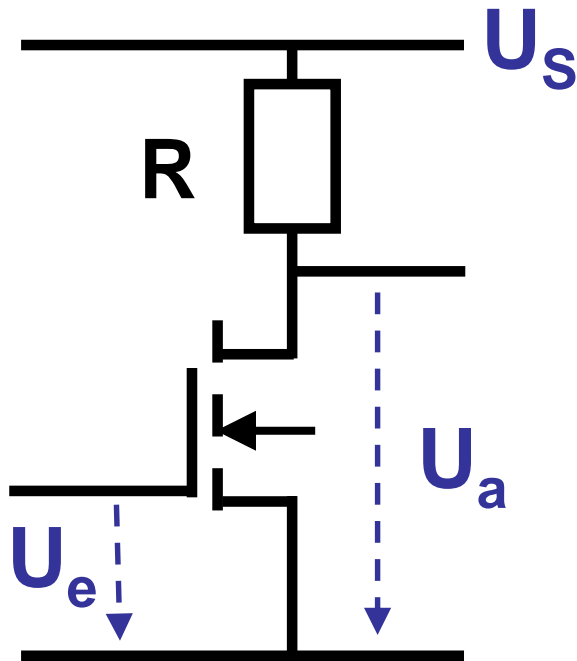
Keine Spannungs-  
verstärkung, Impedanz-  
wandler hoch  $\rightarrow$  niedrig



**Basis-  
schaltung**

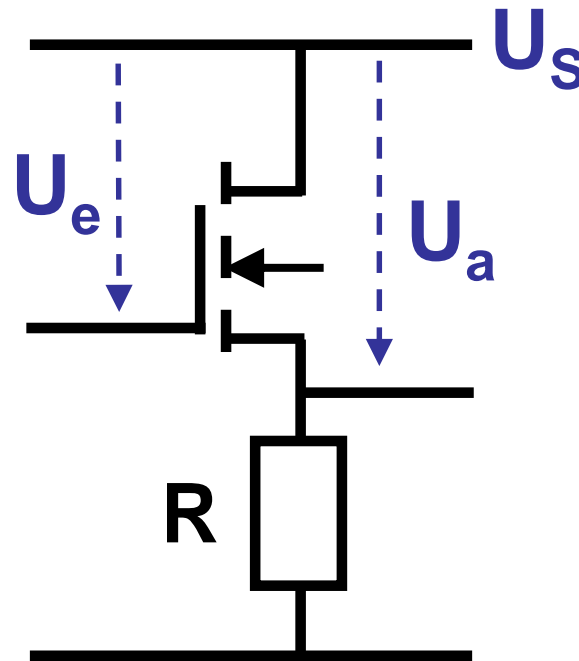
Gute HF-Verstärker-  
schaltung, Impedanz-  
wandler niedrig  $\rightarrow$  hoch

# n-Kanal MOSFET Grundschaltungen



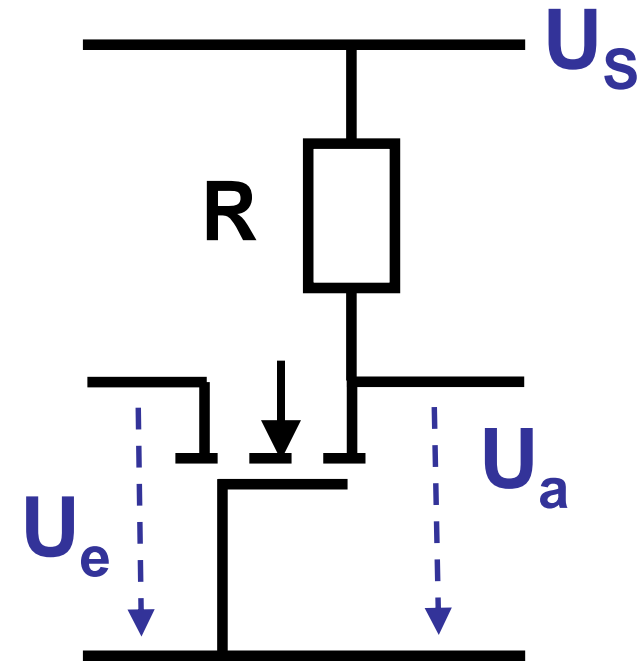
**Source-  
schaltung**

Häufigste Verstärker-  
schaltung, auch  
eingesetzt für Schalter



**Drain-  
schaltung**

Keine Spannungs-  
verstärkung, Impedanz-  
wandler hoch  $\rightarrow$  niedrig

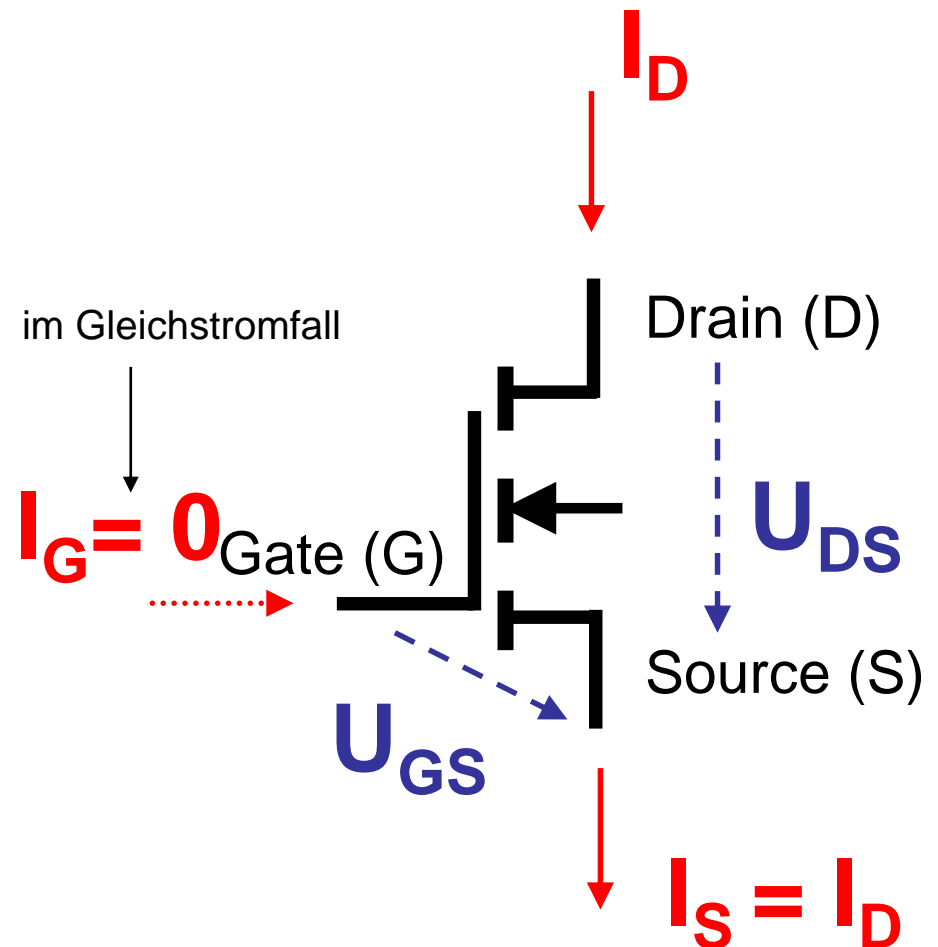
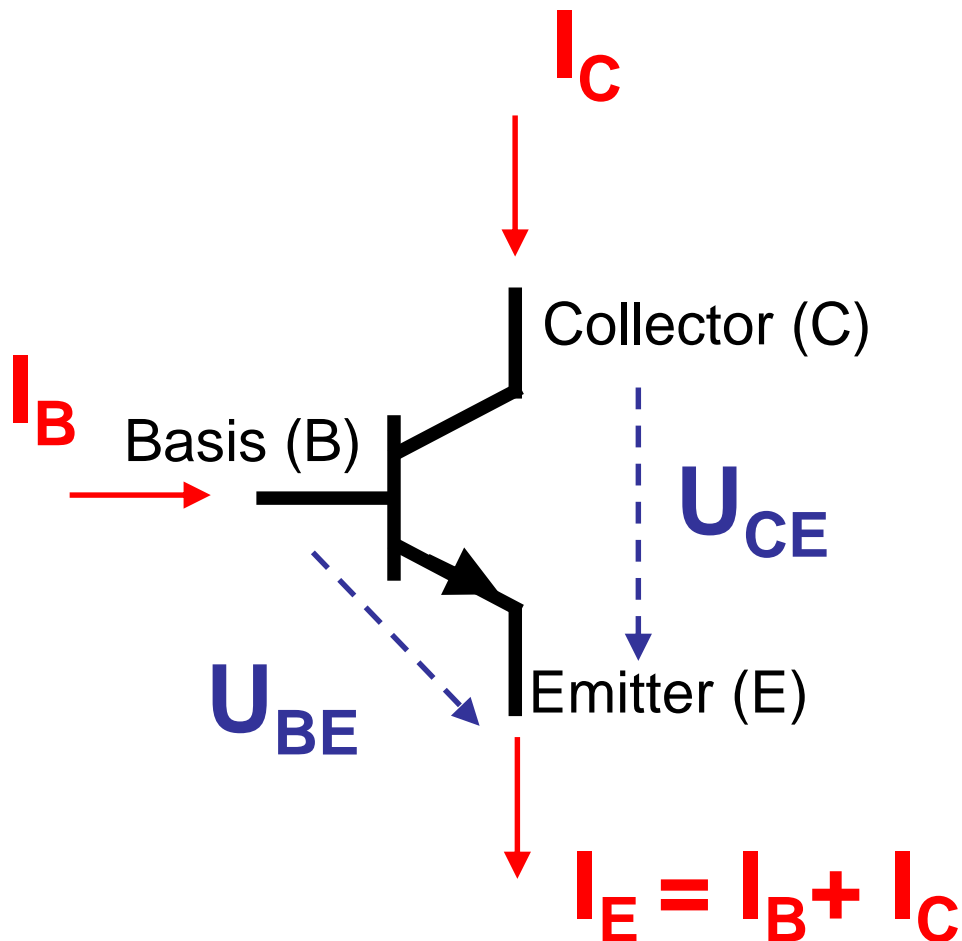


**Gate-  
schaltung**

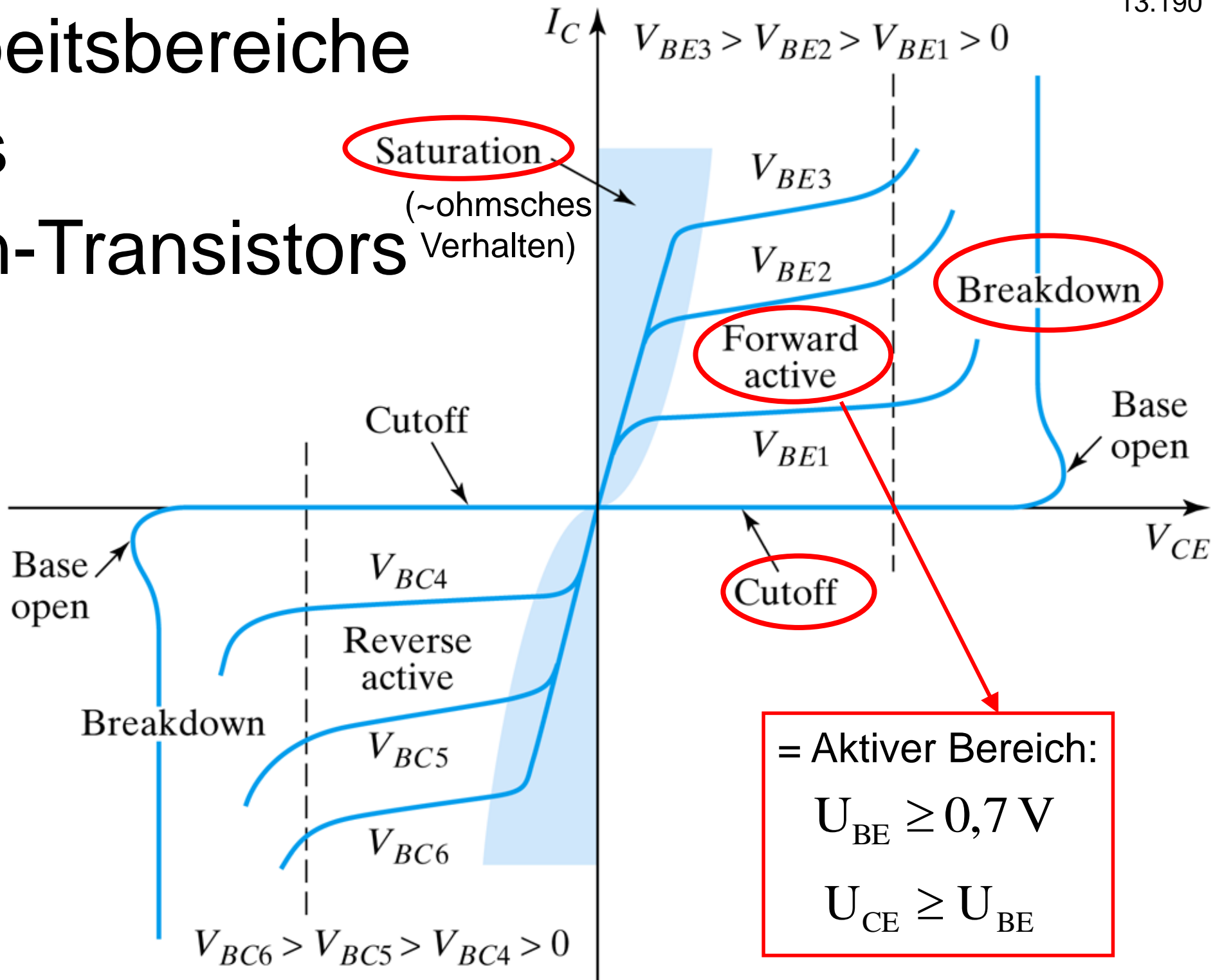
Gute HF-Verstärker-  
schaltung, Impedanz-  
wandler niedrig  $\rightarrow$  hoch

# Quiz zu Transistoren

Können Sie die Anschlüsse von npn-Transistor und n-Kanal MOSFET benennen? Wie sind die Ströme und Spannungen definiert?



# Arbeitsbereiche des npn-Transistors



# Arbeitsbereiche des n-Kanal MOSFET

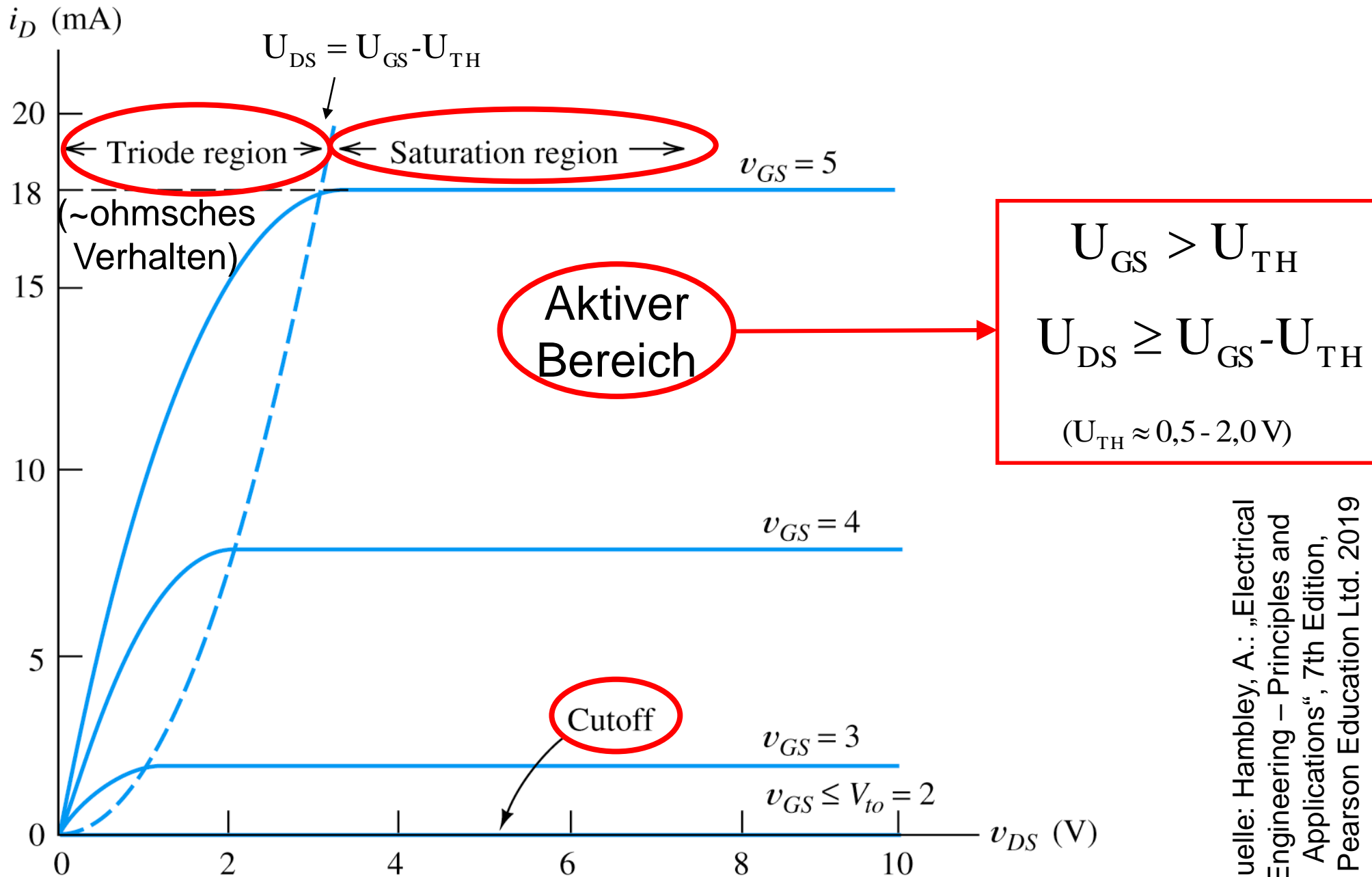


Figure 11.6 Characteristic curves for an NMOS transistor.

# Anwendung als Schalter

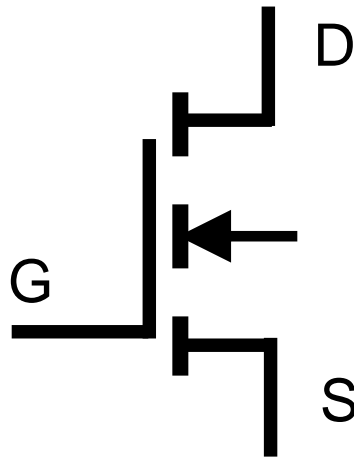
In der Digitaltechnik spielt die Anwendung von Transistoren als schnelle Schalter eine überragende Rolle\*.

Neben dem n-Kanal MOSFET (**NMOS**) kommt dabei "sein Zwilling", der p-Kanal MOSFET (**PMOS**), zum Einsatz.

## NMOS:

Sperrt bei  
 $U_{GS} < U_{TH}$

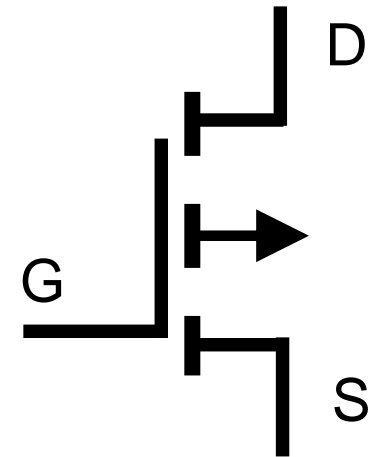
Dabei  
 $U_{TH} > 0$



## PMOS:

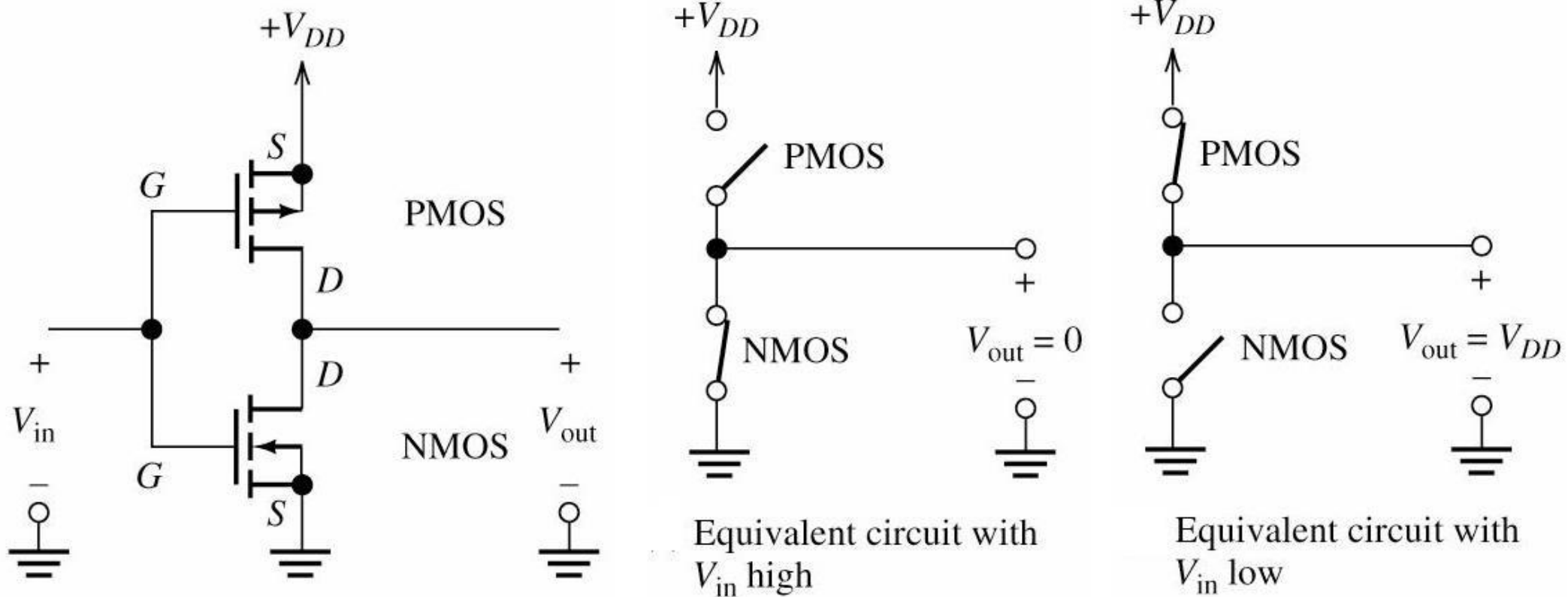
Sperrt bei  
 $U_{GS} > U_{TH}$

Dabei  
 $U_{TH} < 0$

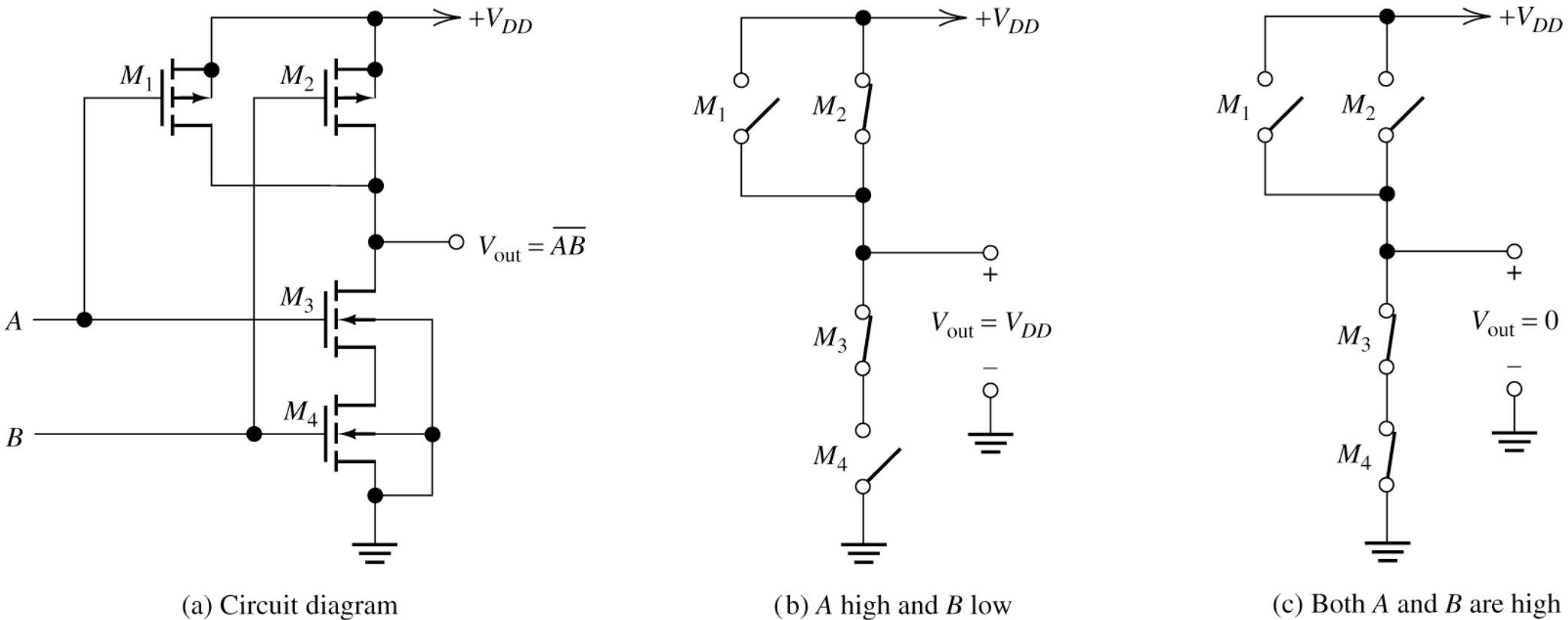


(\* Die Transistoren werden dabei i.d.R. nicht im aktiven Bereich betrieben.)

# CMOS Inverter



# CMOS NAND-Gatter



**Figure 11.32** Two-input CMOS NAND gate.

# CMOS NOR-Gatter

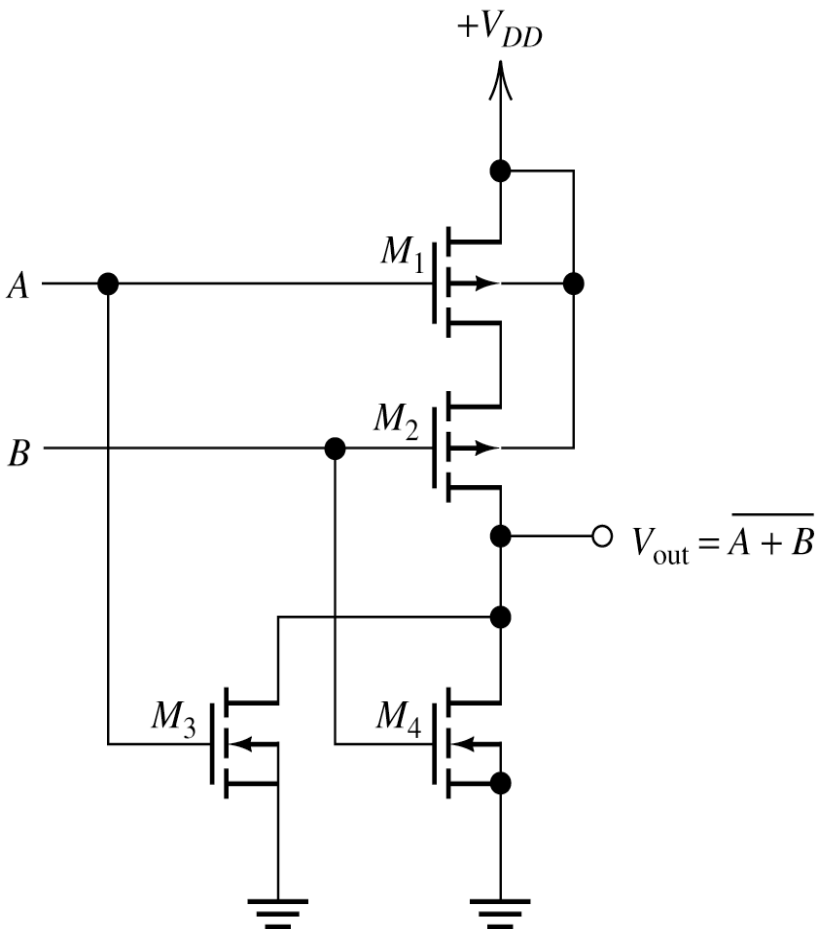
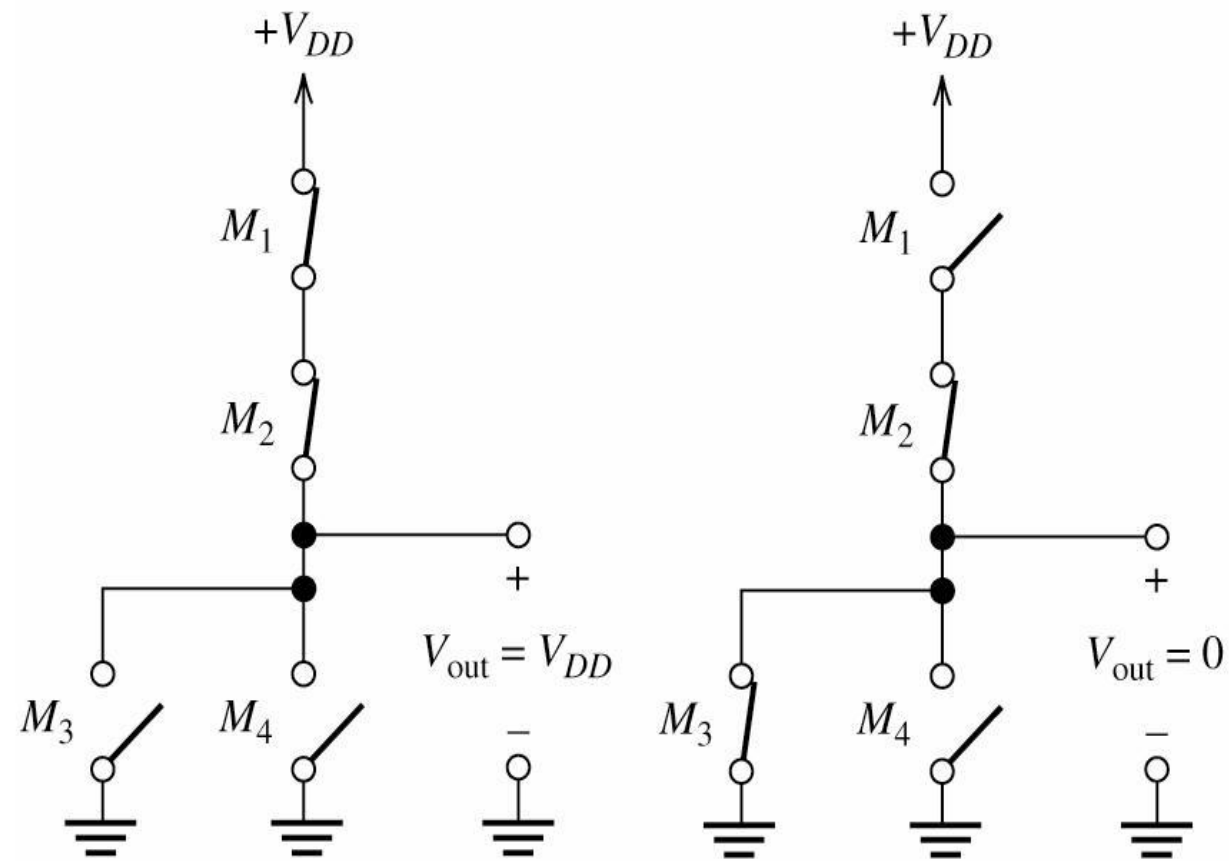


Figure 11.33 Two-input CMOS NOR gate.



(a)  $A$  and  $B$  both low

(b)  $A$  high and  $B$  low

# CMOS Logik

Spannungen entsprechen in der CMOS-Schaltung logischen Zuständen:

kleine Spannung  $U_{GS(=in)}$  ("low"): **0**

hohe Spannung  $U_{GS(=in)}$  ("high"): **1**

## Inverter

$V_{in}$	$V_{out}$
0	1
1	0

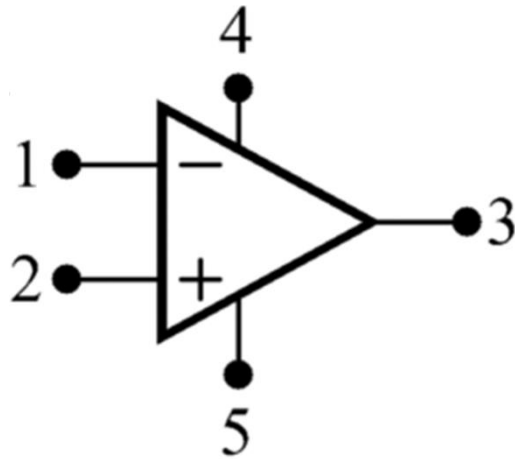
## NAND

A	B	$\overline{AB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

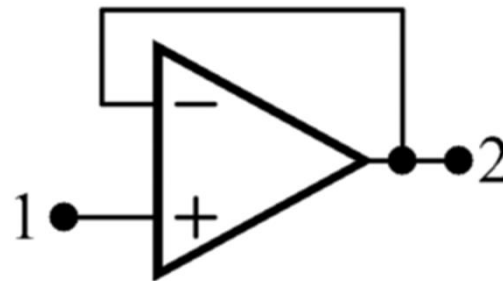
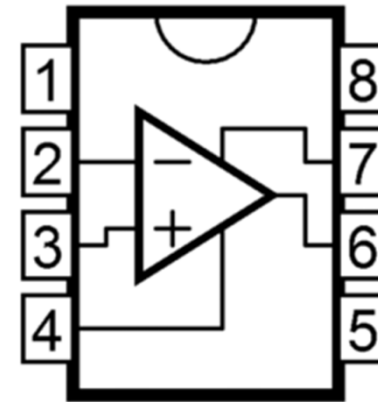
## NOR

A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# Der Operationsverstärker („OP“ oder „OP-Amp“)

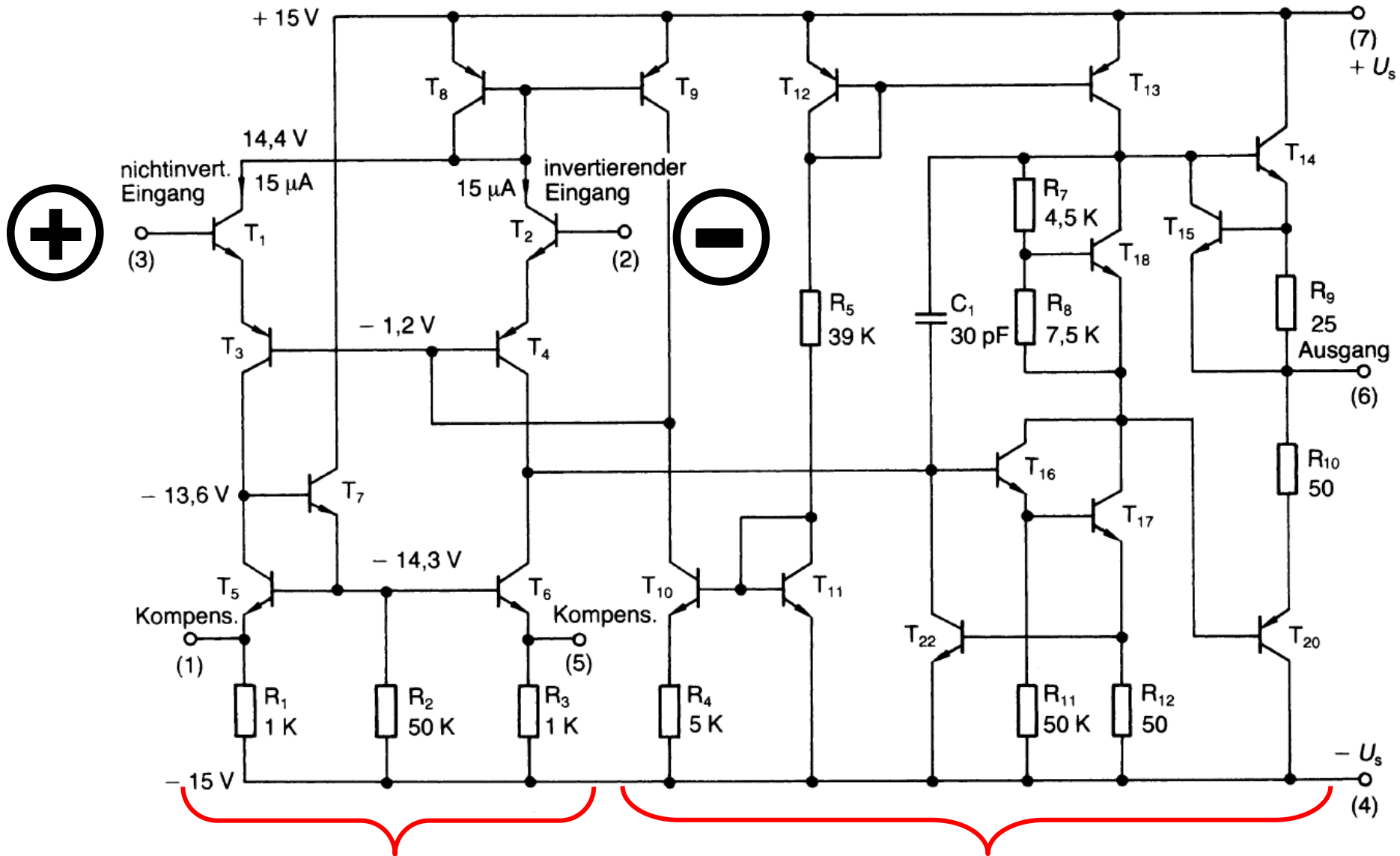


OP

OP mit Rück-  
kopplung

Realisierung als IC

# Standard-Operationsverstärker 741



**Ausgang**

Differenzverstärker

Strom- und Spannungsverstärker

# Verwendung von OPs I

Operationsverstärker zählen zu den wichtigsten Bausteinen der analogen Schaltungstechnik. Unter anderem finden sie Verwendung in:

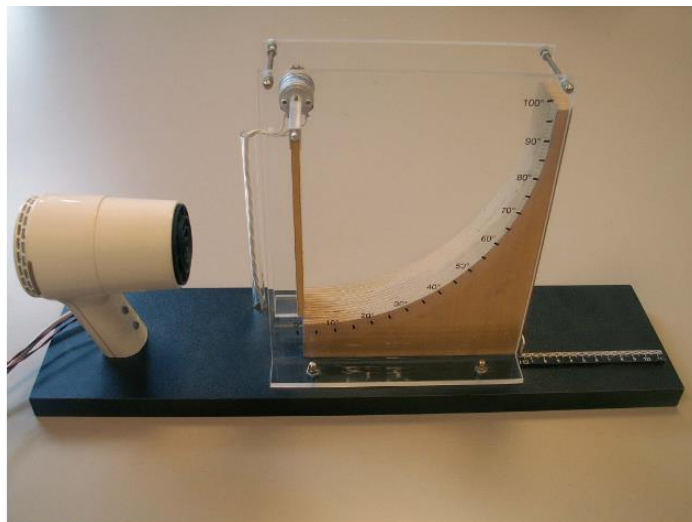
- Verstärkern
- Komparatoren
- Impedanzwandlern
- Entkopplern
- Triggern
- Funktionsgeneratoren
- Oszillatoren
- Aktiven Filtern
- Gesteuerten Quellen
- Pulsweitenmodulatoren
- Analogere Rechentechnik
- Reglern
- DA- und AD-Wandlern
- Präzisionsgleichrichtern

# Verwendung von OPs II

## Beispiel aus dem Elektrotechnischen Versuchspraktikum (3. Semester):

### Regelstrecke

Mit der von Ihnen gemäß Kap. B.5 aufgebauten analogen Schaltung werden Sie eines der in Abb. 12 gezeigten Systeme regeln. Im Aufbau aus Abb. 12a ist es das Ziel, die Auslenkung der Platte zu regeln. Der Föhn erzeugt einen Luftstrom, der eine Platte auslenkt. Die Platte bewegt ein Potentiometer, sodass die Amplitude der daran gemessenen Spannung proportional zum Auslenkungswinkel der Platte ist. Der Luftstrom des Föhns kann durch eine Eingangsspannung  $U_{\text{Föhn}}$  variiert werden. Durch Einschieben des Holzkeils kann eine Störung erzeugt werden.



(a) Föhn

Abbildung 12: Regelstrecken

(Bild- und Textquelle: Anleitung zum Versuch „Analoge Schaltungen“, Institut für Regelungstechnik, TUHH)

### D.6 Einsatz analoger Schaltungen als Regler

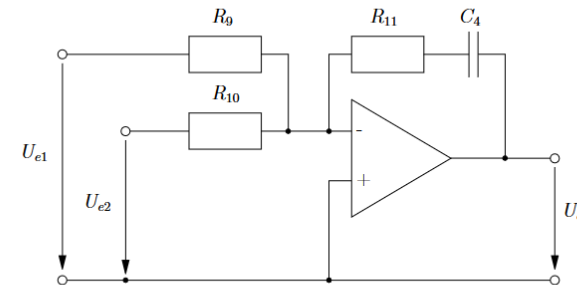


Abbildung 21: Operationsverstärkerschaltung eines Reglers

- a) Bauen Sie die in Abbildung 21 gezeigte Schaltung auf. Nutzen Sie diese Schaltung als Regler für eine der Regelstrecken (z.B. Föhn).

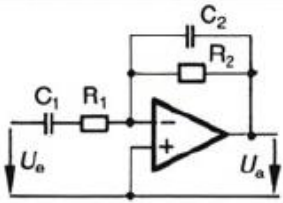
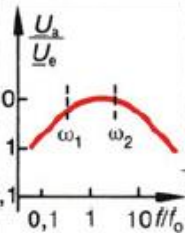
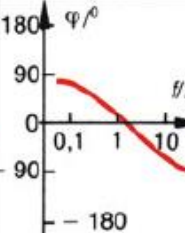
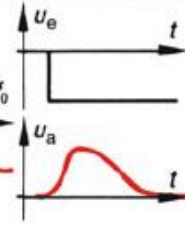
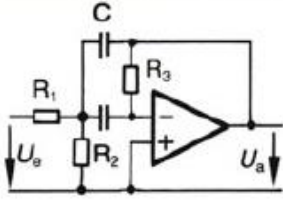
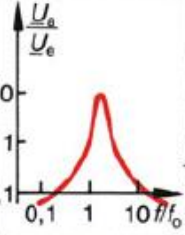
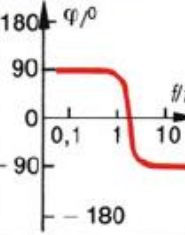
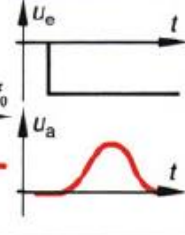
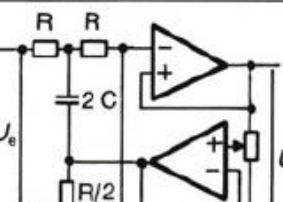
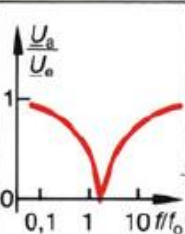
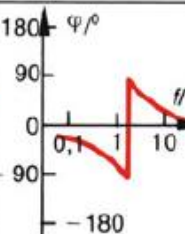
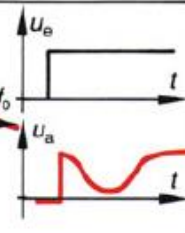
# OP-Schaltungen I

Schaltung	Eigenschaften Besonderheiten	Übertragungsfunktion $U_a = f(U_e)$	Amplitudengang	Phasengang	Sprungantwort
	Integrator	$U_a = -\frac{1}{RC} \int U_e dt$			
	Differenzierer	$U_a = -RC \frac{d U_e}{dt}$			
	Tiefpass 1. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega CR_2}$ $\omega_g = \frac{1}{R_2 C}$ $f_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$			
	Tiefpass 2. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = \frac{-V_0}{1 + j\Omega\alpha - \Omega^2}$ $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ $V_0 = \frac{R_3}{R_1}$ $\alpha = \text{Dämpfungsfaktor}$			
	Hochpass 1. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$ $\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$			
	Hochpass 2. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = \frac{-V_0 \Omega^2}{1 + j\Omega\alpha - \Omega^2}$ $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ $V_0 = \frac{C_1}{C_3}$ $\alpha = \text{Dämpfungsfaktor}$			

Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

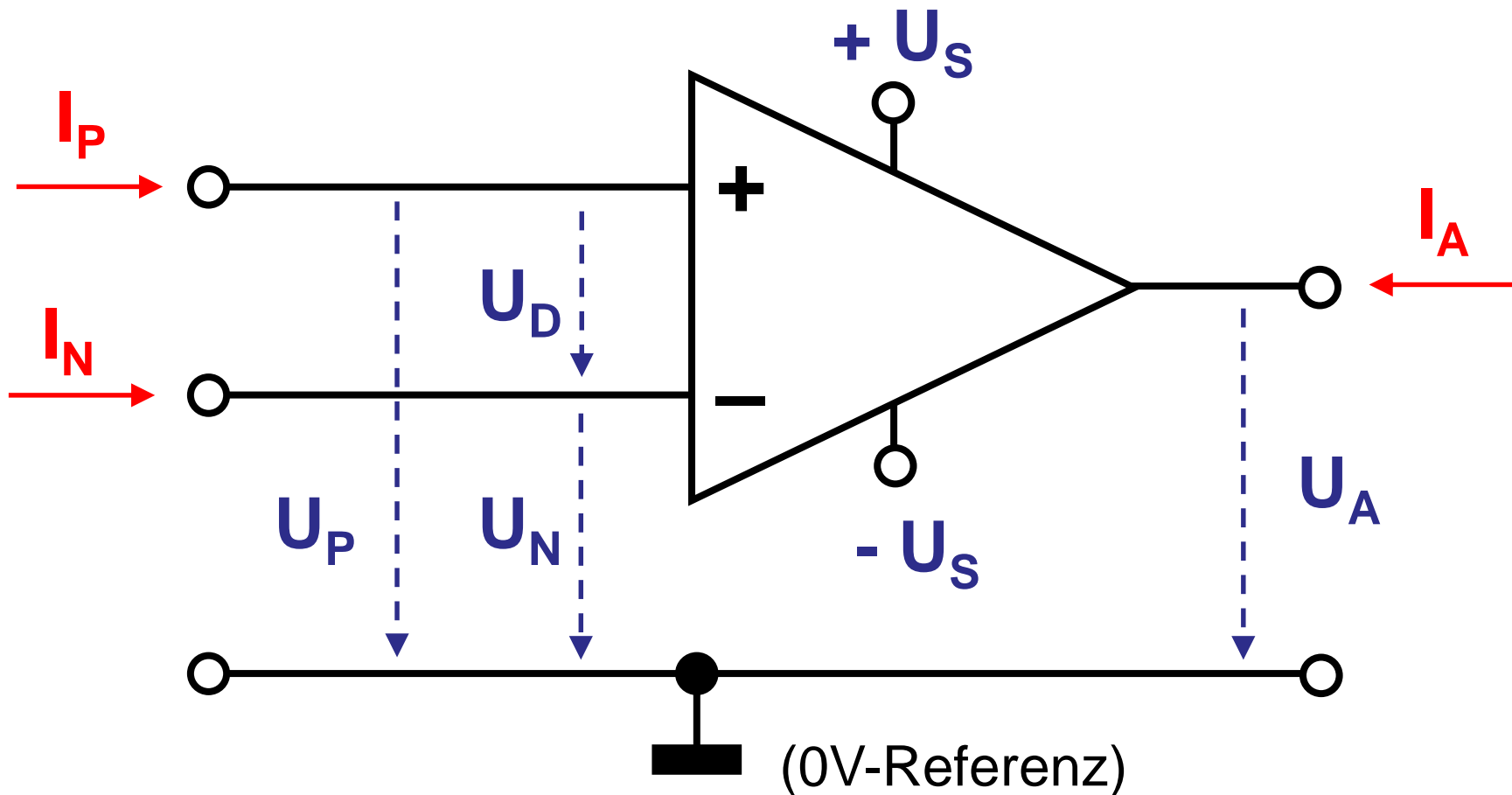
Abb. 8.45 Zusammenstellung dynamisch beschalteter Operationsverstärker

# OP-Schaltungen II

Schaltung	Eigenschaften Besonderheiten	Übertragungsfunktion $U_a = f(U_e)$	Amplitudengang	Phasengang	Sprungantwort
	Bandpass 1. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = \frac{R_2}{R_1} \frac{j \frac{\omega}{\omega_2}}{(1 + j \frac{\omega}{\omega_2})(1 + j \frac{\omega}{\omega_1})}$ $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} \text{ (Tiefpass)}$ $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1} \text{ (Hochpass)}$			
	Bandpass 2. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = v_0 \frac{j \frac{\Omega}{Q}}{1 - \Omega^2 + j \frac{\Omega}{Q}}$ $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ $Q = \text{Güte}$			
	Bandsperr mit Notch-Filter	$\frac{U_a}{U_e} = \frac{-v \Omega^2}{1 - \Omega^2 + (1-a)4j\Omega}$ $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$			

Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

# OP Schaltzeichen und Definitionen



$$U_A = A \cdot U_D = A \cdot (U_P - U_N)$$

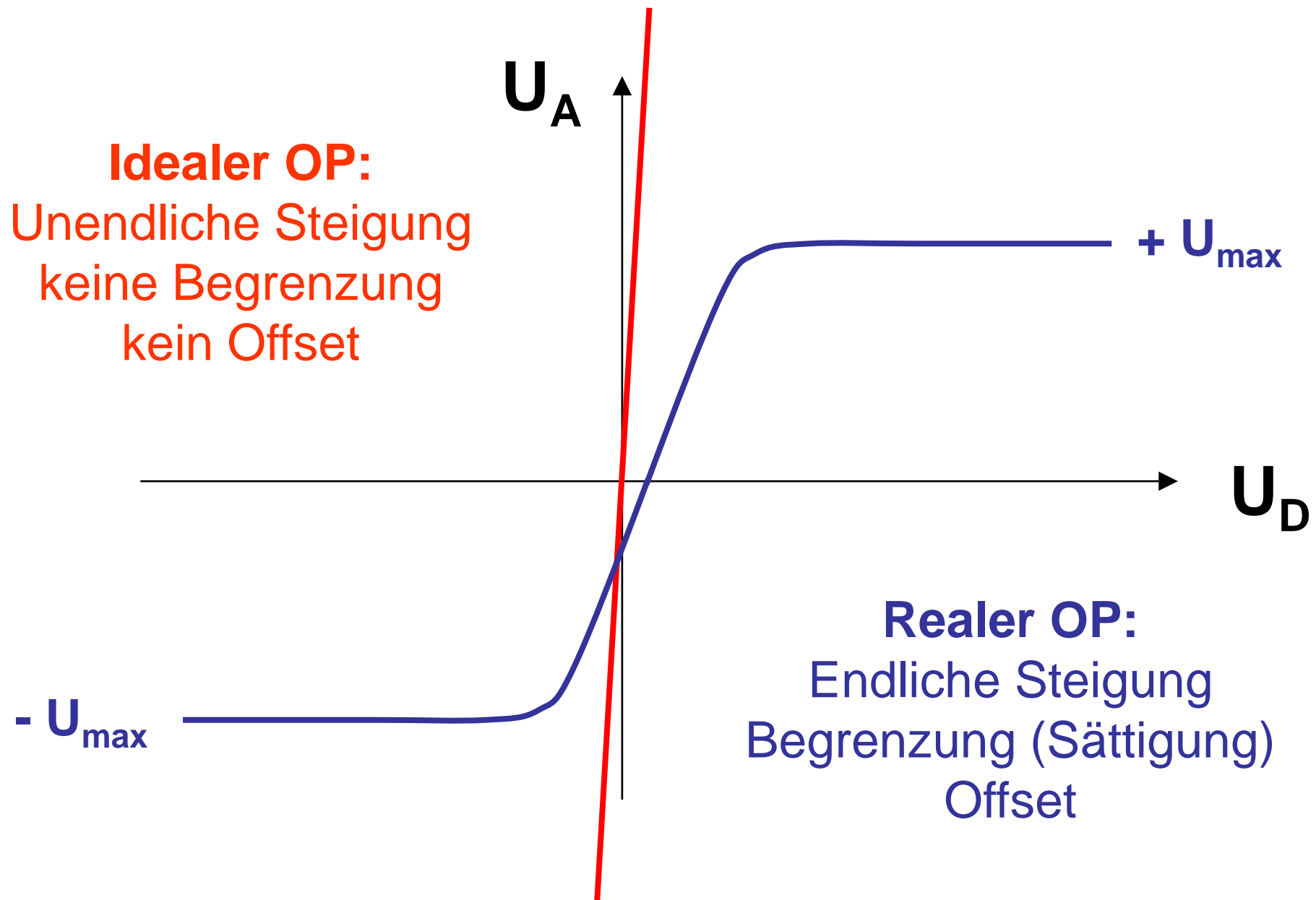
(Verstärkt wird also nur die Differenz der zwischen nicht-invertierendem und invertierendem Eingang anliegenden Spannungen. Die Verstärkung "A" wird auch mit "v" oder "V" bezeichnet.)

# Reale und ideale OPs I

Um vereinfachte Berechnungen durchführen zu können, definiert man einen "idealen" OP mit u.a. folgenden Eigenschaften:

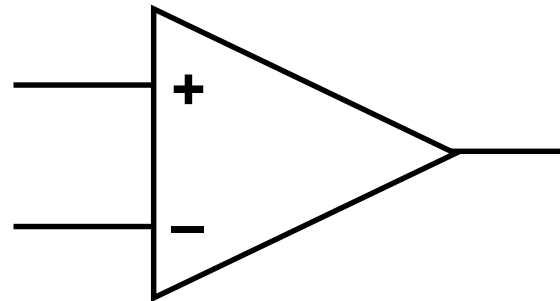
	<b>Realer OP</b>	<b>Idealer OP</b>
<b>Spannungsverstärkung</b>	$10^4 - 10^7$	$\infty$
<b>Max. Ausgangsspannung</b>	$\pm 15 \text{ V}$	$\pm \infty \text{ V}$
<b>Max. Ausgangsstrom</b>	$\pm 20 \text{ mA}$	$\pm \infty \text{ A}$
<b>Max. Eingangsstrom</b>	$\pm 1 \mu\text{A}$	$0 \text{ A}$
<b>Ausgangswiderstand</b>	$10 - 1000 \Omega$	$0 \Omega$
<b>Einganswiderstand</b>	$10^5 - 10^{15} \Omega$	$\infty \Omega$
<b>Max. Bandbreite</b>	bis GHz	$\infty \text{ Hz}$

# Reale und ideale OPs II

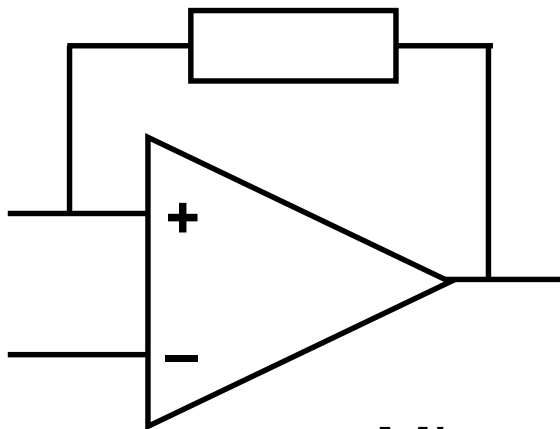


# Beschaltung von OPs

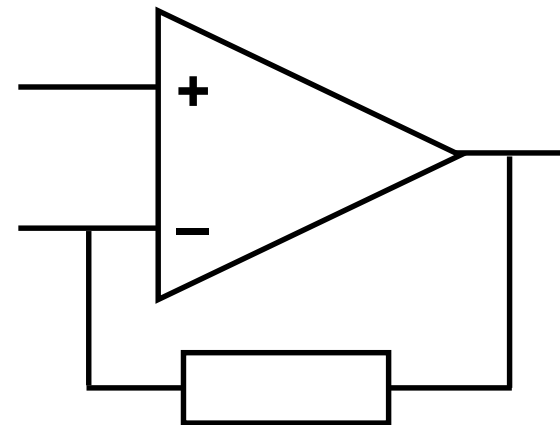
Gewöhnlich unterscheidet man drei Beschaltungsarten:



Ohne  
Rückkopplung



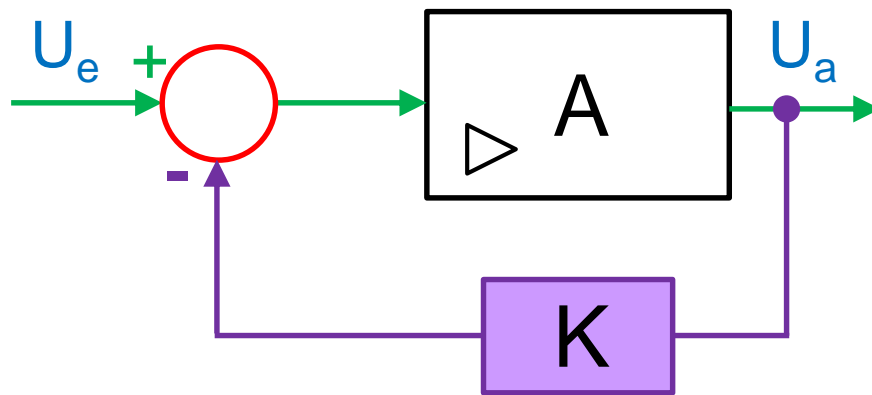
Mit positiver  
Rückkopplung  
(Mitkopplung)



Mit negativer  
Rückkopplung  
(**Gegenkopplung**)

# Prinzip der Gegenkopplung mit OPs

Negative Rückkopplung (Gegenkopplung) mit einem OP:



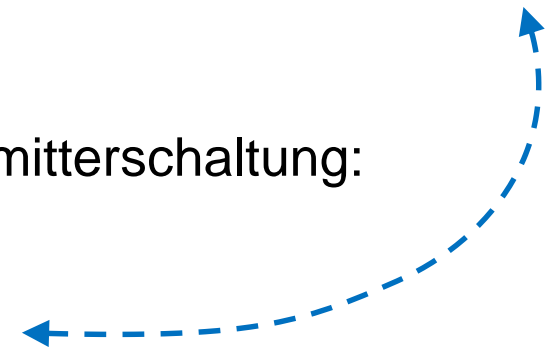
$$U_a = A(U_e - KU_a)$$

$$U_a = AU_e - KA U_a$$

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{A}{1 + KA} \quad \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \quad \frac{1}{K}$$

Vergleich mit dem Ergebnis der gegengekoppelten Emitterschaltung:

$$\frac{dU_a}{dU_e} = -\frac{\beta R_C}{r_{BE} + \beta R_E} \approx -\frac{R_C}{R_E}$$



# "Goldene Regeln" für OPs

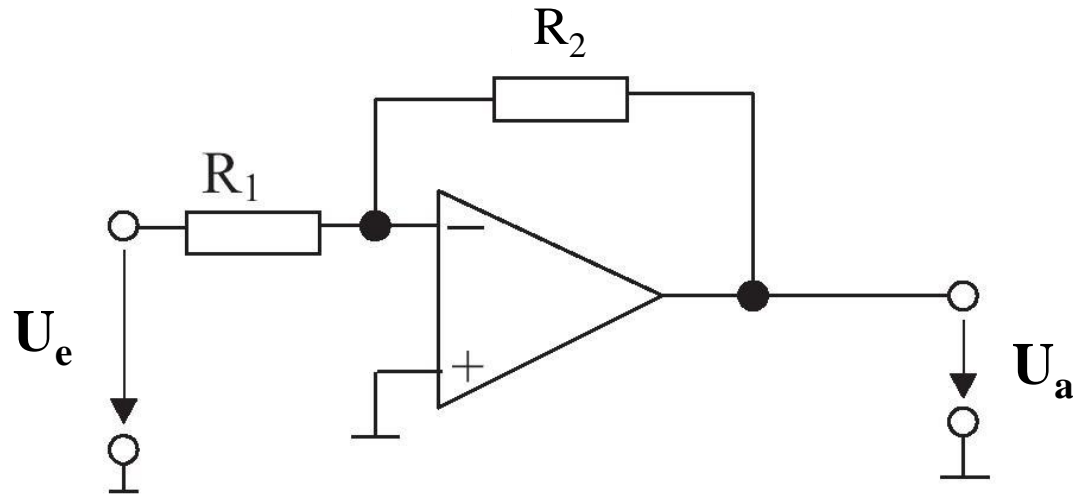
**Für OPs in Schaltungen mit Gegenkopplung** kann man zur vereinfachten Berechnung annehmen, dass:

$$\begin{aligned} U_P &= U_N & \text{bzw.} & & U_D &= 0 \\ I_P &= 0 & \text{und} & & I_N &= 0 \end{aligned}$$

Dies folgt aus den Eigenschaften eines idealen OPs (unendliche Differenzverstärkung, unendlicher Eingangswiderstand etc.).

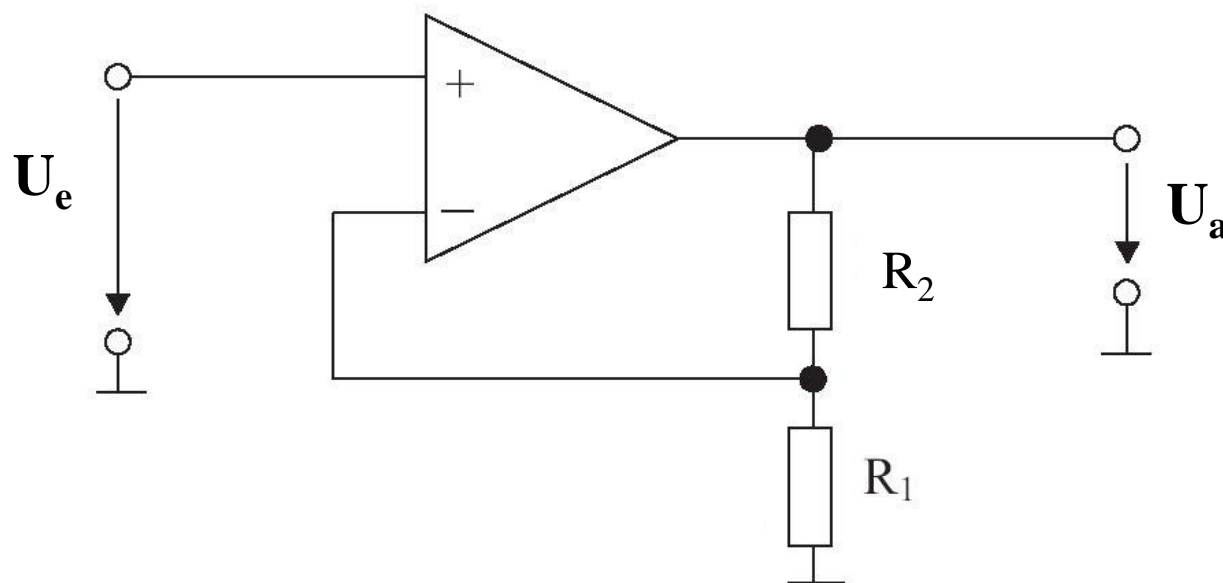
Die Regeln gelten i.A. nicht für OPs in Sättigung, wie sie z.B. bei Mitkopplungs-Schaltungen auftreten können.

# Beispiele für OP-Schaltungen I



Invertierender  
Verstärker

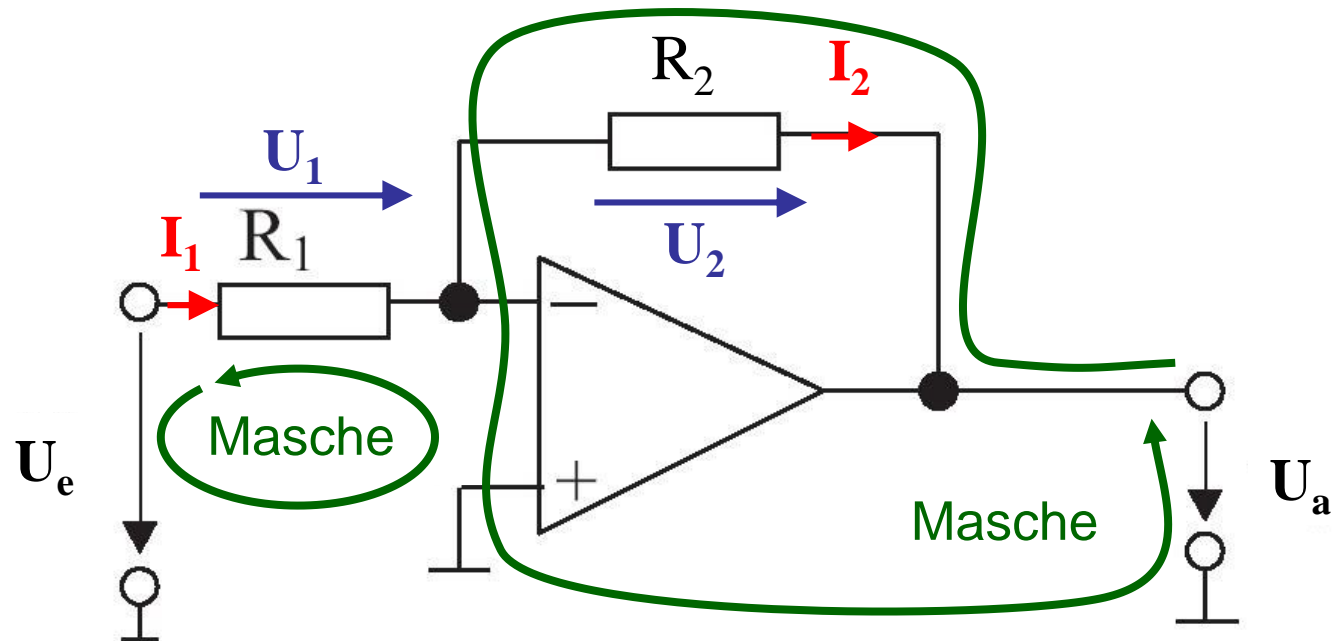
$$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1}$$



Nichtinvertierender  
Verstärker

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

# Invertierender Verstärker



Knotenregel:

$$I_1 - I_2 - I_N = 0; \quad I_N = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

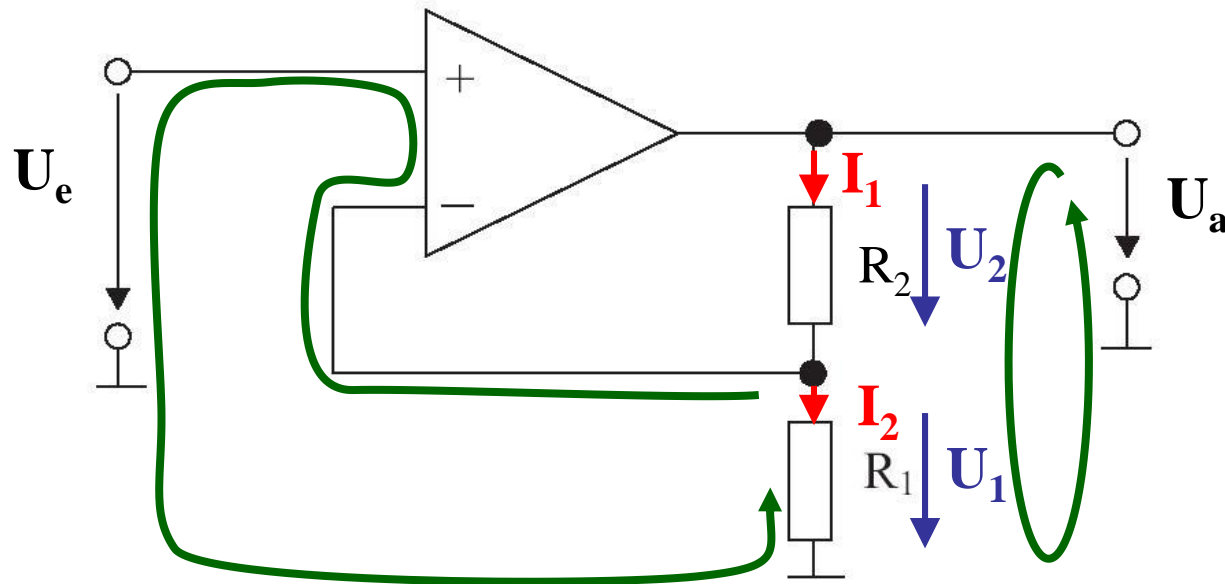
Maschenregeln:

$$U_e + U_D - U_1 = 0; \quad U_D = 0 \Rightarrow U_1 = U_e$$

$$-U_2 - U_D - U_a = 0; \quad U_D = 0 \Rightarrow U_2 = -U_a$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

# Nichtinvertierender Verstärker



Knotenregel:

$$I_1 - I_2 - I_N = 0; \quad I_N = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

Maschenregeln:

$$-U_D + U_e - U_1 = 0; \quad U_D = 0 \Rightarrow U_1 = U_e$$

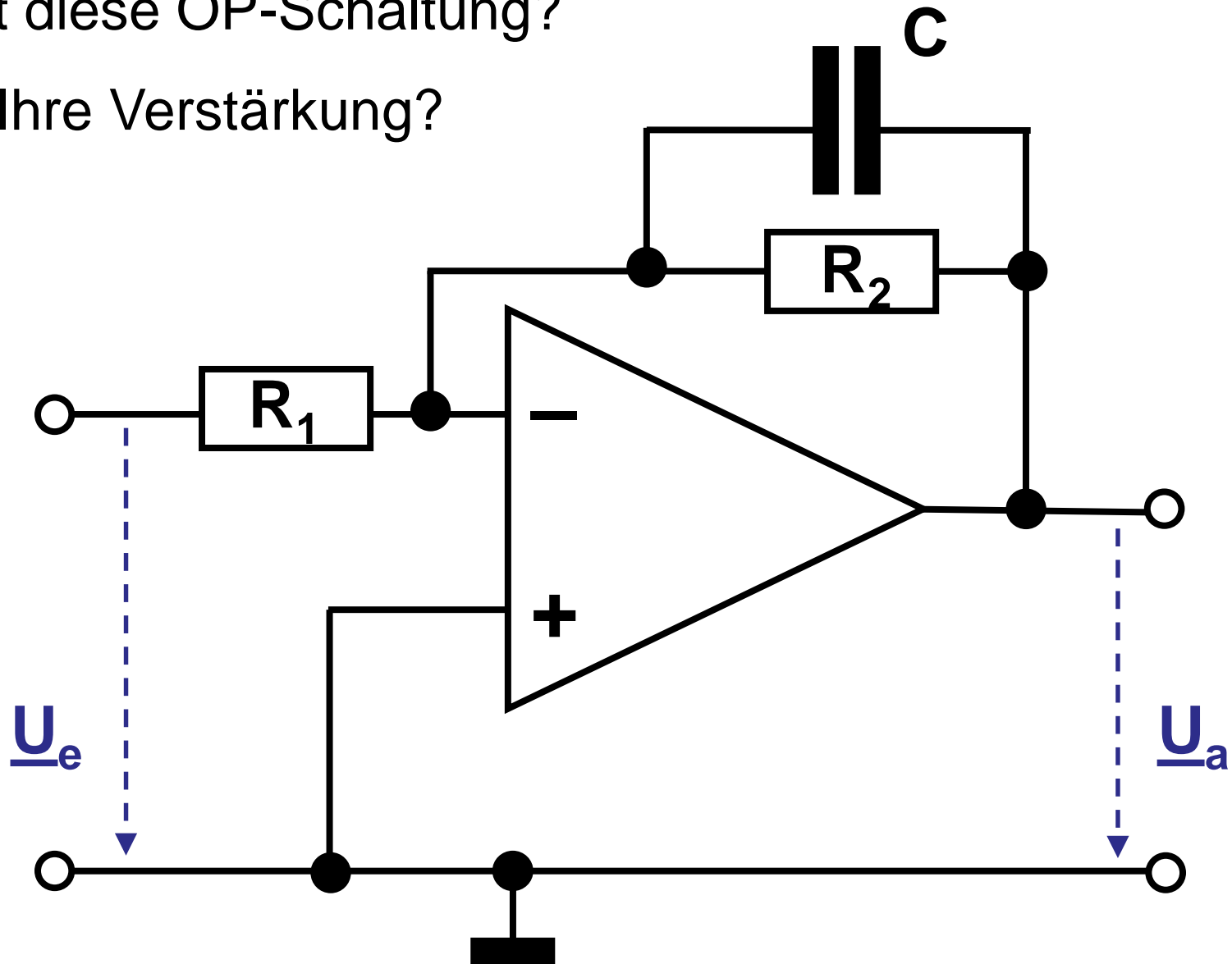
$$U_2 + U_1 - U_a = 0; \quad U_D = 0 \Rightarrow U_2 = U_a - U_e$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{U_a}{U_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$

# Quiz zu OPs

Was macht diese OP-Schaltung?

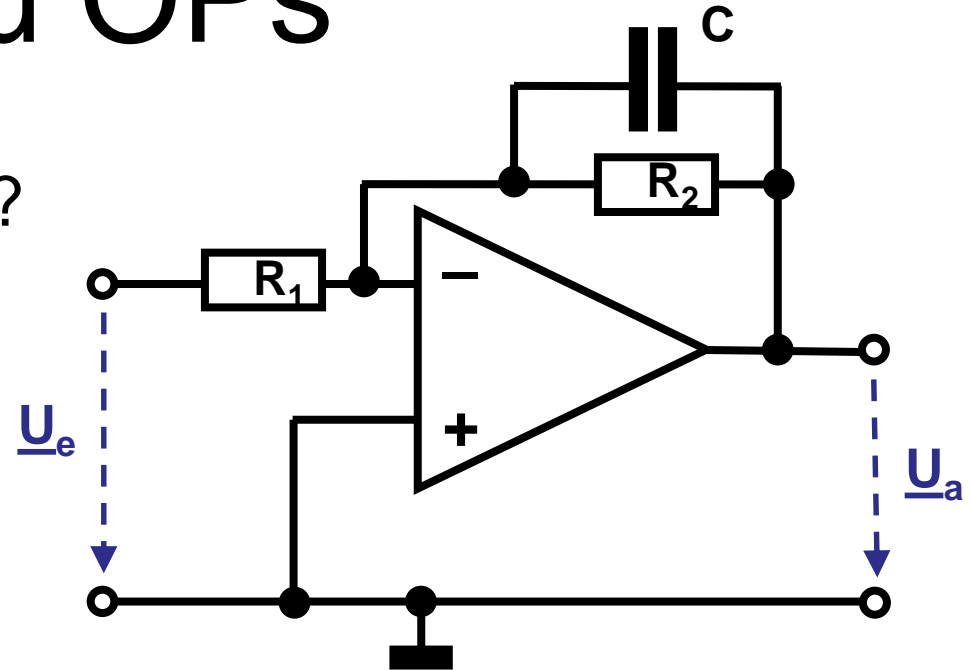
Wie lautet Ihre Verstärkung?



# Quiz zu OPs

Was macht diese OP-Schaltung?

Wie lautet Ihre Verstärkung?



$$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_2 \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{j\omega R_2 C + 1}$$

bekanntes  
Ergebnis für  $\omega = 0$

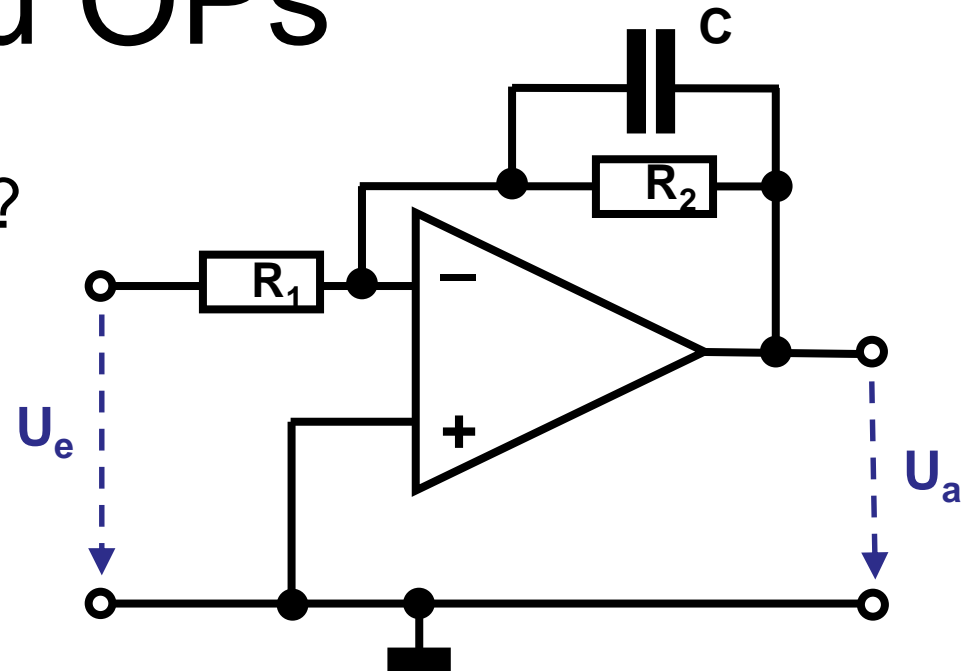
→ Tiefpass 1. Ordnung

$$\omega_0 = \frac{1}{R_2 C}$$

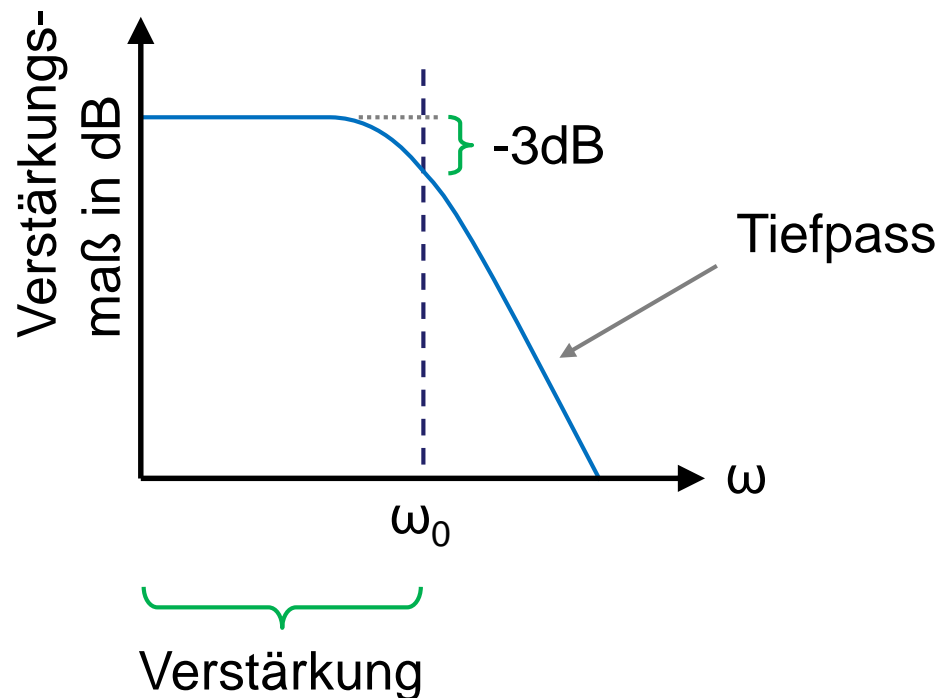
# Quiz zu OPs

Was macht diese OP-Schaltung?

Wie lautet Ihre Verstärkung?



Bode-Diagramm:



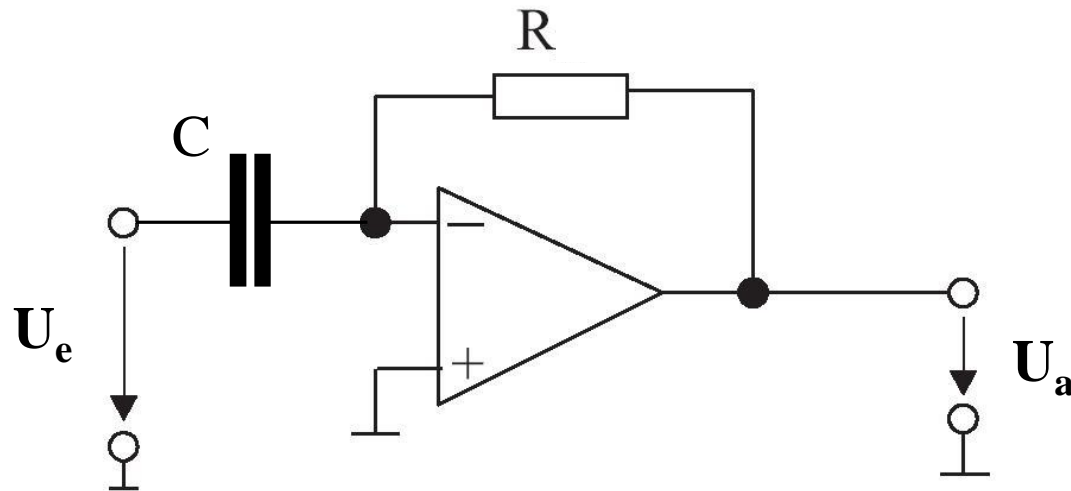
# OP-Schaltungen I

Schaltung	Eigenschaften Besonderheiten	Übertragungsfunktion $U_a = f(U_e)$	Amplitudengang	Phasengang	Sprungantwort
	Integrator	$U_a = -\frac{1}{RC} \int U_e dt$			
	Differenzierer	$U_a = -RC \frac{d U_e}{dt}$			
	Tiefpass 1. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega CR_2}$ $\omega_g = \frac{1}{R_2 C}$ $f_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$			
	Tiefpass 2. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{V_0}{1 + j\Omega\alpha - \Omega^2}$ $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ $V_0 = \frac{R_3}{R_1}$ $\alpha = \text{Dämpfungsfaktor}$			
	Hochpass 1. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$ $\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$			
	Hochpass 2. Ordnung	$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{V_\infty \Omega^2}{1 + j\Omega\alpha - \Omega^2}$ $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ $V_\infty = \frac{C_1}{C_3}$ $\alpha = \text{Dämpfungsfaktor}$			

Quelle: Hering, Bressler, Gutekunst, "Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", © Springer-Vieweg, 2021

Abb. 8.45 Zusammenstellung dynamisch beschalteter Operationsverstärker

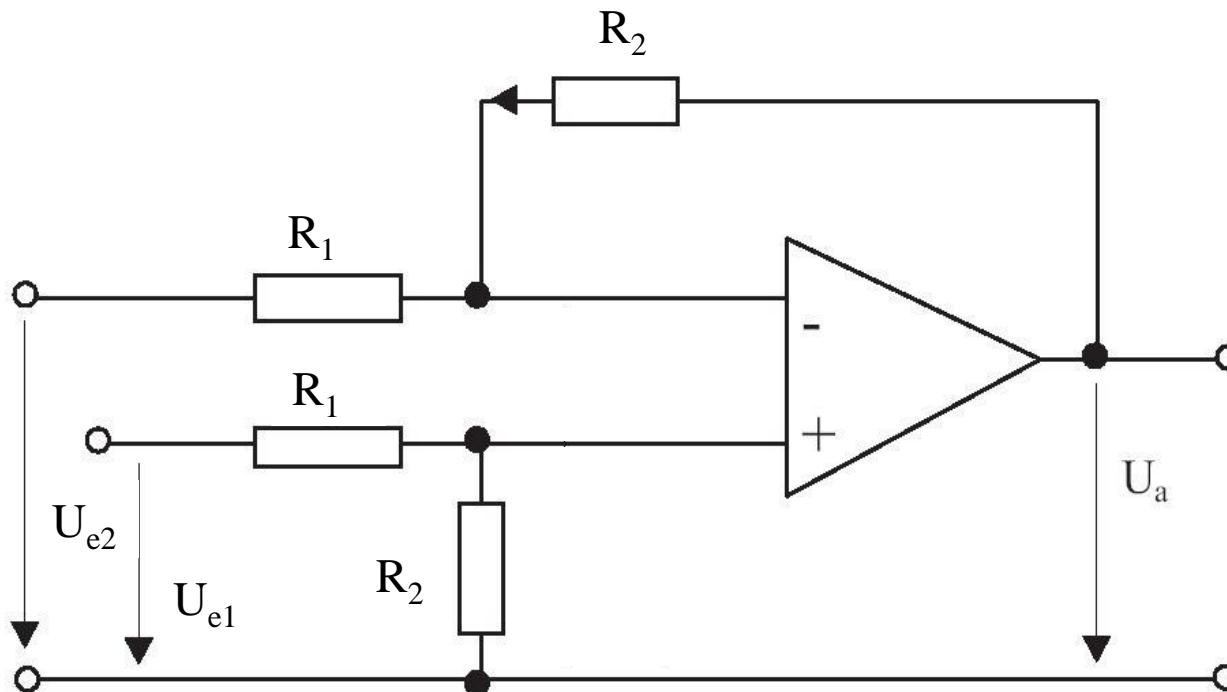
# Beispiele für OP-Schaltungen II



Differenzierer

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = -\frac{R}{1/j\omega C} = -j\omega RC$$

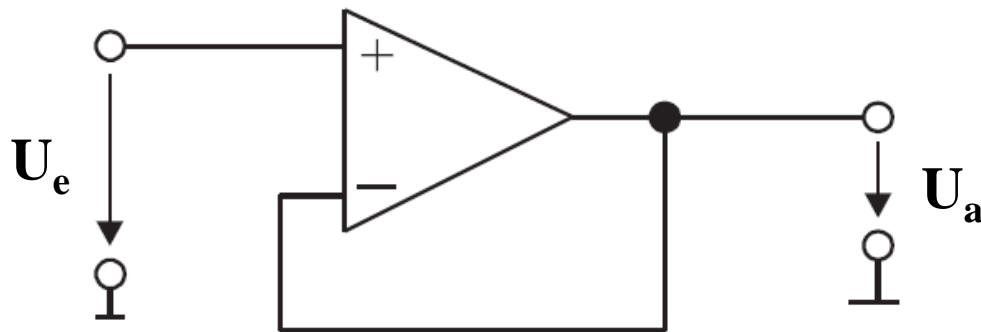
$$\Rightarrow U_a = -RC \cdot \frac{dU_e}{dt}$$



Subtrahierer

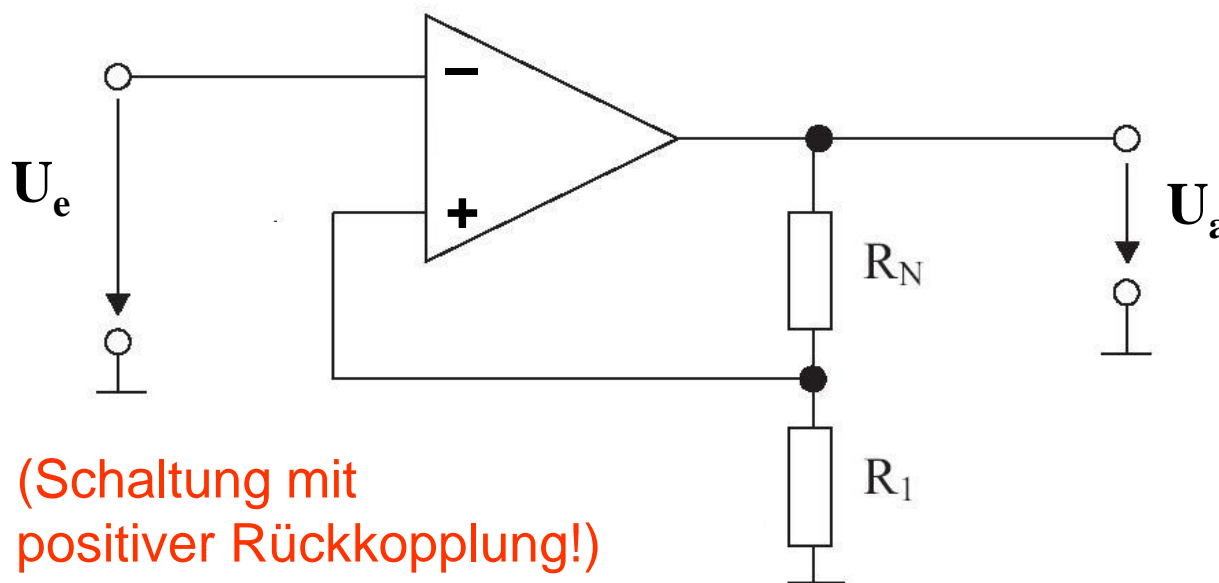
$$U_a = (U_{e1} - U_{e2}) \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

# Beispiele für OP-Schaltungen III



Impedanzwandler  
(Spannungsfolger)

$$\frac{U_a}{U_e} = 1$$



(Schaltung mit  
positiver Rückkopplung!)

Invertierender  
Schmitt-Trigger

$$U_{\text{Schwelle}} = \pm \frac{R_1 \cdot U_{\text{max}}}{R_1 + R_N}$$

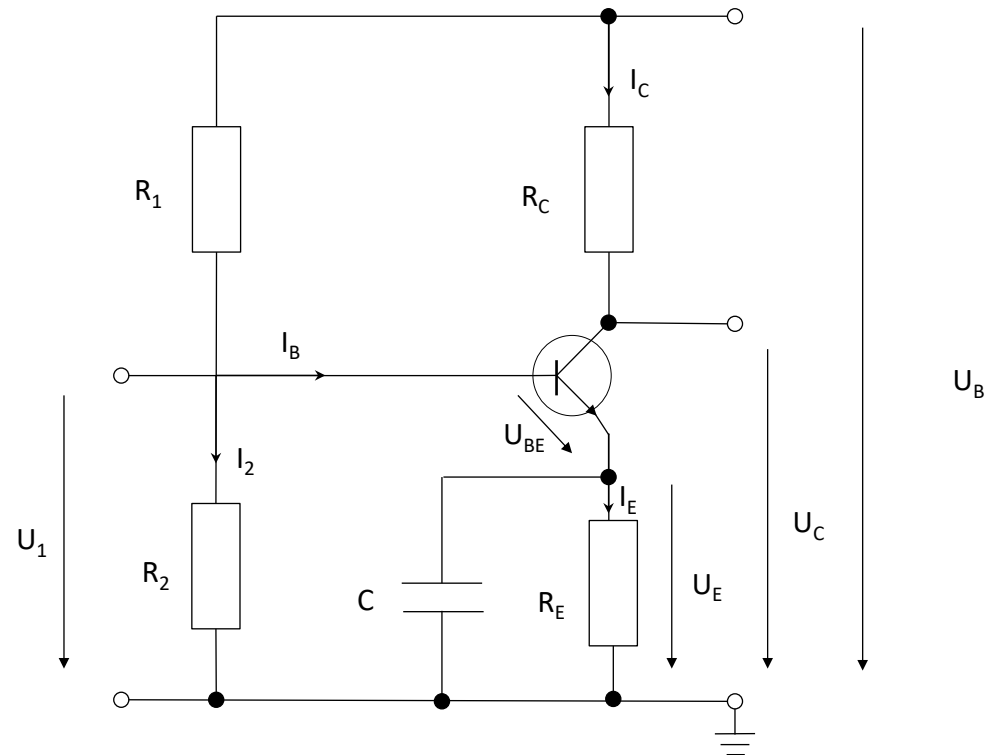
# Fragen zur Selbstkontrolle

1. Wie lauten die drei Anschlüsse eines Bipolar-Transistors, wie die eines MOSFETs?
2. Können Sie das Schaltbild für einen npn Bipolar-Transistors bzw. für einen n-Kanal MOSFETs aus dem Kopf zeichnen?
3. Worin genau besteht denn eigentlich die „verstärkende“ Wirkung von Transistoren?
4. Was versteht man unter Arbeitspunkteinstellung und wozu ist diese in Transistorschaltungen nötig?
5. Wie lauten die „Goldenen Regeln“ für OPs und unter welchen Bedingungen gelten diese?

# Übungsaufgabe 25

Für die nebenstehende Transistor-Schaltung ist der Gleichstrom-Arbeitspunkt mit den Widerständen  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_C$  so einzustellen, dass  $U_C = 6\text{ V}$  ist.

Gegeben:  $I_C = 3\text{ mA}$ ,  $U_B = 12\text{ V}$ ,  
 $U_{BE} = 0,6\text{ V}$ ,  $R_E = 100\ \Omega$ ,  
 $B = I_C / I_B = 100$ ,  $I_2 / I_B = 10$ .

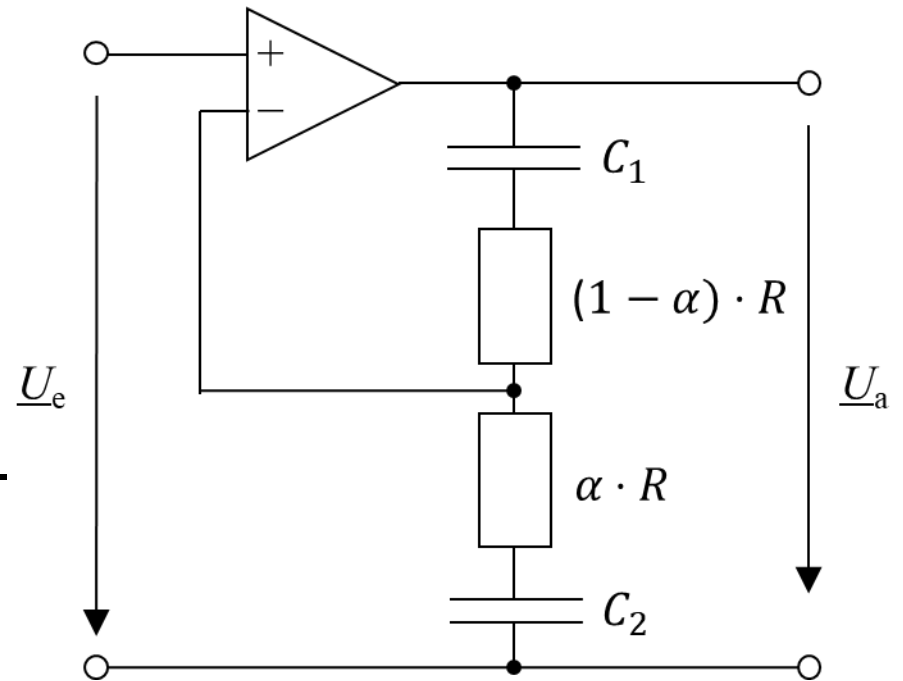


- Bestimmen Sie  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_C$  mit den vorgegebenen Daten!
- $R_2$  wird aus der Schaltung ersatzlos entfernt und  $R_1$  durch einen Widerstand  $R_3$  ersetzt. Welchen Wert muss  $R_3$  haben, um denselben Arbeitspunkt einstellen zu können?
- Berechnen Sie für beide Schaltungsvarianten den Leistungsverbrauch in den Vorwiderständen ( $R_1$  und  $R_2$  bzw.  $R_3$ ) und im Transistor!

# Übungsaufgabe 26

Gegeben ist nebenstehende Schaltung mit idealem Operationsverstärker:

Die beiden Widerstände fungieren gemeinsam als einstellbarer Spannungsteiler über den Faktor  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ).



- Leiten Sie die Übertragungsfunktion  $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_a / \underline{U}_e$  unter Verwendung der Regeln für einen idealen Operationsverstärker her!
- Stellen Sie die Übertragungsfunktion dar als:  $\underline{H}(\omega) = A \cdot \frac{1 + j\omega / \omega_A}{1 + j\omega / \omega_B}$
- Identifizieren Sie  $A$ ,  $\omega_A$  und  $\omega_B$  als Funktionen von  $\alpha$ ,  $R$ ,  $C_1$  und  $C_2$ !
- Überlegen Sie sich, wie das Bode-Diagramm (nur Amplitude) für  $\omega_A < \omega_B$  prinzipiell aussieht! Welche Grenzwerte ergeben sich für hohe/niedrige  $\omega$ ?